المدرسة الإعداديّة النّموذجيّة "المنصف باي بنابل	فرض مراقبة عدد 04 في مادة الرّياضيّات	القسم : 9 أساسي ...... التّاريخ : 18 فيفري 2022

التمرين الأول (3 ن)

يلي كلّ سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاث إجابات.إحداها فقط صحيحة . أكتب على ورقة تحريرك رقم السؤال و الإجابة الصّحيحة الموافقة له .

1) إذا كان ABCD مربّعا حيث $AB = 2x + 4\sqrt{2}$ و $AC = 6\sqrt{2}$

فإنّ العدد الحقيقي x يساوي

أ/	$3-2\sqrt{2}$	ب/	$\sqrt{2}$	ج/	$5\sqrt{2}$

2) a و b عددان حقيقيّان حيث : $a \langle b \langle -\frac{3}{2}$ فإنّ

أ/	$(a+\frac{3}{2})^2 \langle (b+\frac{3}{2})^2$	ب/	$(a+\frac{3}{2})^2 \rangle (b+\frac{3}{2})^2$	ج/	لا يمكن المقارنة

3) a و b عددان حقيقيّان حيث : $a \langle -4 \langle b$

فإنّ العبارة : $|a+\pi|+|b+\pi+1|-1$

أ/	$\|a\|+\|b\|$	ب/	$a+b$	ج/	$\|a-b\|$

التمرين الثاني (8 ن)

لتكن العبارتين : $a=\dfrac{-2}{4+2\sqrt{5}}$ و $b=\left(\sqrt{5}-1\right)^2$

1) بيّن أنّ : $a=2-\sqrt{5}$ و $b=6-2\sqrt{5}$

2) أ) بيّن أنّ : $a \langle b$

ب) أثبت أنّ : $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a} \le 2$

3) أ) أثبت أنّ : $1-b = a\sqrt{5}$

ب) استنتج مقارنة بين a و $1-b$

ج) بيّن أنّ : $a^2 \langle b^2-2b+1$

4) نعتبر العبارة $c=2+\sqrt{5}$.

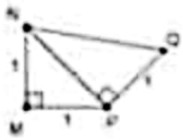
أ) احسب $a\times c$ واستنتج مقلوب c

ب) بيّن أنّ : $bc+1 \rangle 0$

ج) بيّن أنّ : $\sqrt{-\dfrac{a}{c}-2\left(a-\dfrac{1}{2}\right)} = \sqrt{5}-1$

التمرين الثالث (9 ن)

I- في الرسم MPN مثلث قائم في M و PQN مثلث قائم في P
و حيث MP = MN = PQ = 1 cm
بيّـن أنّ : $NQ = \sqrt{3}\ cm$



II- ابن مثلثا ABC قائم الزّاوية في A و حيث AB = 6 cm و $AC = 2\sqrt{3}\ cm$
مـــع التوضيح

1) أحسب BC

2) ابن النقطة O مركز الدّائرة المحيطة بالمثلث ABC . ثـمّ ابـن النّقطة I المسقط العمـودي للنّقطة O على المستقيم (AB)
أ / بيّن أنّ النقطة I منتصف [AB]
ب / أحسب OI

3) بيّن أنّ المثلث OAC متقايس الأضلاع

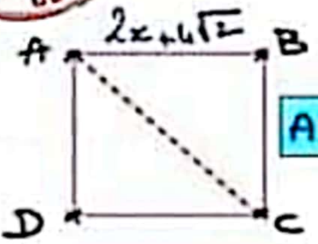
4) الدّائرة $\mathcal{C}$ التي قطرها [AB] تقطع (BC) في نقطة ثانية H
أحسب AH

5) عيّن J منتصف [OB] ثم عيّن G نقطة تقاطع [AJ] و [OI]
أ / أحسب IG ثـمّ AG
ب / المستقيم (BG) يقطع (AO) في K . أحسب $\dfrac{BK}{CK}$

بالتوفيق....

القسم : 9 أساسي ...... التاريخ : 18 فيفري 2022	فرض مراقبة عدد 04 في مادة الرياضيات	المدرسة الإعدادية النموذجية "المنصف باي بنابل

CORRECTION



التمرين الأول (3 ن)

1) ABCD مربّع إذا $AC = AB\sqrt{2}$

بعني $6\sqrt{2} = 2x + 4\sqrt{2}$ بعني $6\cancel{\sqrt{2}} = (2x + 4\sqrt{2})\cancel{\sqrt{2}}$

بعني $2x = 6 - 4\sqrt{2}$ بعني $x = 3 - 2\sqrt{2}$

2) $a < b < -\frac{3}{2}$ إذا $a + \frac{3}{2} < b + \frac{3}{2} < 0$ أ

ومنه $\left(a+\frac{3}{2}\right)^2 > \left(b+\frac{3}{2}\right)^2$ ب

3) $a < -4 < b$ إذا $a + \pi < \pi - 4 < 0$

ومنه $b + \pi + 1 > \pi + 1 - 4$ إذا $b + \pi + 1 > \pi - 3 > 0$

إذا $|a+\pi| + |b+\pi+1| - 1$

$= -a \cancel{-\pi} + b \cancel{+\pi} \cancel{+1} \cancel{-1}$

$= -a + b$

$= |a| + |b|$ ج

$b > 0$	$a < 0$
$\lvert b\rvert = b$	$\lvert a\rvert = -a$

التمرين الثاني (8 ن)

1) $a = \frac{-2}{4+2\sqrt{5}} = \frac{-2(4-2\sqrt{5})}{16-20} = \frac{-4(2-\sqrt{5})}{-4}$ *

$= 2 - \sqrt{5}$

* $b = (\sqrt{5} - 1)^2$

$= 5 - 2\sqrt{5} + 1$

$= 6 - 2\sqrt{5}$

2) أ/

$$\boxed{a-b}=(2-\sqrt{5})-(6-2\sqrt{5})$$
$$=2-\sqrt{5}-6+2\sqrt{5}$$
$$=\sqrt{5}-4$$
$$=\sqrt{5}-\sqrt{16}\ \boxed{<0}$$

ومنه $\boxed{a<b}$

2) ب/

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2=\frac{a^2+b^2-2ab}{ab}$$

$$=\frac{(a-b)^2}{ab}\quad \left.\begin{array}{l}(a-b)^2\in\mathbb{R}_+^*\\ ab\in\mathbb{R}_-^*\end{array}\right\}\in\mathbb{R}_-^*$$

$$\left(\ a=2-\sqrt{5}=\underbrace{\sqrt{4}-\sqrt{5}}_{\in\mathbb{R}_-^*}\qquad b=6-2\sqrt{5}=\underbrace{\sqrt{36}-\sqrt{20}}_{\in\mathbb{R}_+^*}\ \right)$$

إذا $a.b\in\mathbb{R}_-^*$

3) أ/

$$\boxed{1-b}=1-6+2\sqrt{5}=-5+2\sqrt{5}$$
$$=-\sqrt{5}\times\sqrt{5}+2\sqrt{5}$$
$$=\sqrt{5}\,(2-\sqrt{5})$$
$$=\boxed{a\sqrt{5}}$$

3) ب/ لنا $\sqrt{5}>1$ و $a\in\mathbb{R}_-^*$

ومنه $a\sqrt{5}<a$

إذا $\boxed{1-b<a}$

3) ج

لنا $a \in \mathbb{R}_-^*$ و $1-b = a\sqrt{5}$

ومنه $1-b \in \mathbb{R}_-^*$

ولنا $1-b < a$ إذا $(1-b)^2 > a^2$

وبالتالي : $\boxed{a^2 < b^2 - 2b + 1}$

4) أ/

$$\boxed{a \times c} = (2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$$
$$= 4 - 5$$
$$= \boxed{-1}$$

ومنه $(-a)\times c = 1$ إذا $\boxed{c \text{ مقلوب هو } (-a)}$

4) ب/

$$bc + 1 = bc - (-1)$$
$$= bc - ac$$
$$= \underbrace{\underbrace{c}_{\in \mathbb{R}_+^*}\ \underbrace{(b-a)}_{\in \mathbb{R}_+^*}}_{\in \mathbb{R}_+^*}$$

$\left(\underbrace{c = 2+\sqrt{5}}_{\in \mathbb{R}_+^*}\right)$

إذا $\boxed{bc + 1 > 0}$

4) ج/

$$\boxed{\sqrt{-\frac{a}{c} - 2\left(a - \frac{1}{2}\right)}} = \sqrt{-a \times \frac{1}{c} - 2a + 1}$$

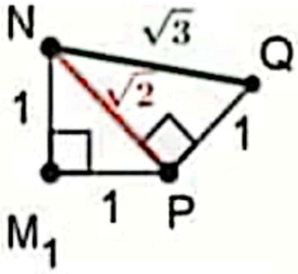
$\left(\frac{1}{c} = -a\right)$

$$= \sqrt{(-a)\times(-a) - 2a + 1}$$
$$= \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$
$$= \sqrt{(a-1)^2} = |a-1|$$

$= |2 - \sqrt{5} - 1|$

$= |\underbrace{1 - \sqrt{5}}_{\in \mathbb{R}^*_-}|$

$= \boxed{\sqrt{5} - 1}$



التمرين الثالث (9 ن)

I- MPN مثلّث قائم ومتقايس الضّلعين في M ومنه $\boxed{NP = \sqrt{2}}$

NPQ مثلّث قائم في P حسب تطبيق نظريّة بيتاغور $\boxed{NQ^2} = PQ^2 + PN^2$

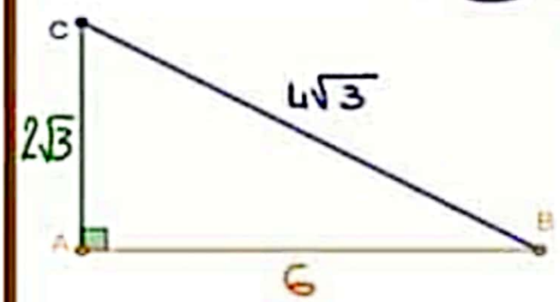
$= 1 + \sqrt{2}^2$

$= 1 + 2 = \boxed{3}$

ولنا $NQ > 0$ إذن $\sqrt{3}$ = NQ نجد

II- $\boxed{\begin{aligned} AC &= 2\sqrt{3} \\ &= 2\,NQ \end{aligned}}$ نستخدم إذا المثلّث MNP $(NP = \sqrt{3})$ لبناء المثلّث ABC

1) بتطبيق نظريّة بيتاغور نجد:



$\boxed{BC^2} = AB^2 + AC^2$

$= 6^2 + (2\sqrt{3})^2$

$= 36 + 12$

$= 48$

ولنا $BC > 0$ إذن نجد BC

إذا $\boxed{BC = 4\sqrt{3}}$

2) أ/ لنا I المسقط العمودي للنقطة O على (AB)

ومنه $(OI) \perp (AB)$ في I

ولنا $(AC) \perp (AB)$ (ABC مثلث قائم في A)

وبالتالي : $(OI) \parallel (AC)$.

في المثلث ABC لنا O منتصف [BC]

و $I \in (AB)$ إذا $\boxed{I \text{ منتصف } [AB]}$

2) ب/ في المثلث ABC لنا: O منتصف [BC]

و I منتصف [BA] إذا: $\boxed{OI} = \frac{AC}{2}$

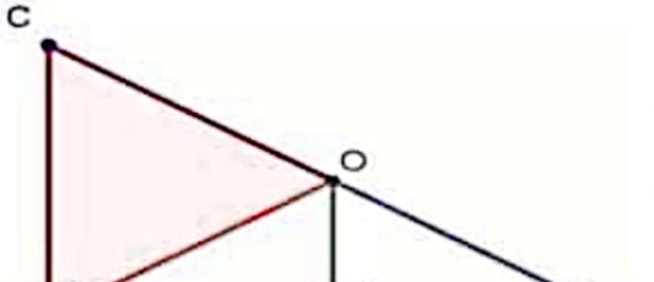
$= \frac{2\sqrt{3}}{2} = \boxed{\sqrt{3}}$

3) لنا ABC مثلث قائم في A حيث O منتصف الوتر [BC] ومنه $\boxed{OA} = OB = \boxed{OC} = \frac{BC}{2}$

$= \frac{4\sqrt{3}}{2} = \boxed{2\sqrt{3}}$

ولنا $\boxed{AC = 2\sqrt{3}}$ ومنه $\boxed{OA = OC = AC}$

وبالتالي المثلث OAC متقايس الأضلاع



4) المثلّث AHB يقبل الإرتسام في الدّائرة $\mathcal{C}$ حيث قطرها $[AB]$

إذا AHB مثلّث قائم في H

وحيث $C \in (BH)$ ومنه $[AH]$ الإرتفاع الصادر من A في المثلّث OAC المتقايس الأضلاع

إذا $\boxed{AH} = AC\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \boxed{3}$

5) أ/ في المثلّث BAO لنا: J منتصف $[OB]$

و I منتصف $[AB]$ ومنه $[AJ]$ الموسّط الصّادر من A و $[OI]$ الموسّط الصادر من O

وحيث $\{G\} = [AJ] \cap [OI]$

إذا G مركز ثقل المثلّث BAO

وبالتّالي: $\boxed{IG} = \frac{1}{3}\ IO$

$= \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

لنا $(OI) \perp (AB)$ في I و $G \in (OI)$

ومنه AGI مثلّث قائم في I

حسب تطبيق نظريّة بيتاغورنجد:

$AG^2 = IG^2 + IA^2$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 3^2$

$IA = \frac{AB}{2}$

$= \frac{6}{2} = 3$

لأنّ I منتصف $[AB]$

CORRECTION

$$AG^2 = \frac{3}{9} + \frac{81}{9}$$

$$= \frac{84}{9}$$

وحيث $AG>0$ إذن نجد AG

إذا $\boxed{AG} = \frac{\sqrt{84}}{3} = \boxed{\frac{2}{3}\sqrt{21}}$

ب/ لنا $(OI)\perp(AB)$ في I حيث I منتصف $[AB]$

إذا (OI) الموسّط العمودي لـ $[AB]$ وحيث $G\in(OI)$

إذا $GB = GA = \frac{2}{3}\sqrt{21}$

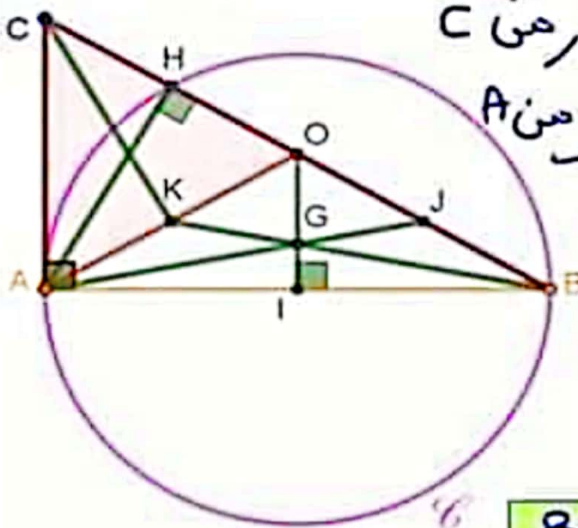
في المثلث ABC لنا: G مركز الثقل إذا

(BG) المستقيم الحامل للموسّط الصادر من B

وحيث يقطع $[AO]$ في K إذا $[BK]$ الموسّط

الصادر من B ومنه $BG=\frac{2}{3}BK$ إذا $\boxed{BK=\frac{3}{2}BG}$

$\boxed{BK} = \frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\sqrt{21} = \boxed{\sqrt{21}}$



$[CK]$ الارتفاع الصادر من C

$[AH]$ الارتفاع الصادر من A

في المثلث AOC

المتقايس الأضلاع

إذا $CK = AH = 3$

ومنه:

$$\boxed{\frac{BK}{CK} = \frac{\sqrt{21}}{3}}$$

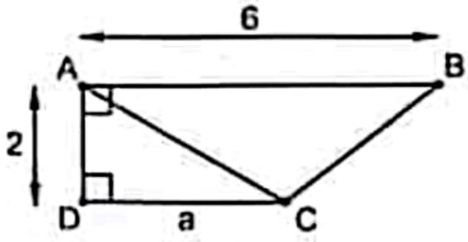
** نريد البحث عن العدد a لكي يكون المثلّث ABC قائم في الزّاوية C

* في حالة ABC قائم الزّاوية في C

1) بيّن أنّ $a^2 - 6a + 4 = 0$

2) استنتج إذن البعد DC

3) بيّن أنّ $AC = \sqrt{3} + \sqrt{15}$



BONNE CHANCE