السنة الدراسية: 2023 / 2024	الأستاذ : محمد على المحمودي
	سلسلة مراجعة عـــــدد 5
السّنة التّاسعـــة أساسي	رياضيات

MAHMOUDI MED ALI
الأستاذ محمد علي المحمودي
MATHEMATIQUES

التمرين الأوّل:

ليكن ABD مثلث بحيث $AB = 6,\ AD = 4,\ DB = 8$ و I منتصف $[BD]$ و E

مناظرة D بالنسبة لـ A , المستقيم (IE)يقطع (AB) في النقطة H

1) بيّن أنّ H هي مركز ثقل المثلث EBD ثمّ إستنتج البعد BH .
2) المستقيم (DH)يقطع (EB) في النقطة J بيّن انّ $JE = JB$
3) ابن النقطة M بحيث يكون الرباعي $AEIM$متوازي أضلاع . بين أن $AIMD$متوازي أضلاع
4) المستقيم (AM)يقطع (BD) في النقطة K
   أ) احسب البعد IK
   ب) بيّن أنّ I هي مركز ثقل المثلث ABM
5) المستقيم (IM)يقطع (AB) في النقطة F احسب البعد IF

التمرين الثّاني

لتكن (C) دائرة قطرها $[AB]$ و مركزها O حيث $AB = 8$

لتكن نقطة E من الدائرة (C) بحيث يكون المثلث OEB متقايس الأضلاع و لتكنH المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم(OB)

1) أ) أنجز الرسم
   ب) بين أن $EH = 2\sqrt{3}$
   ج) بين أن $AH = 6$
2) أ) بين أن المثلث EAB قائم الزاوية
   ب) بين أن $EA = 2\sqrt{3}$
3) ليكن Δ المماس للدائرة في نقطة B و الذي يقطع (AE) في نقطةI
   أ) بين أن المستقيم (BI) مواز لـ (EH)
   ب) أحسب كل من AI وBI
4) لتكن M منتصف القطعة $[EO]$ و N منتصف $[EB]$ و لتكن (C') الدائرة المحيطة بالمثلثOHE
   أ) بين أن $MN = 2$
   ب) بين أن M هو مركز الدائرة (C) ثم استنتج أن N نقطة من الدائرة (C')

التمرين الثّالث

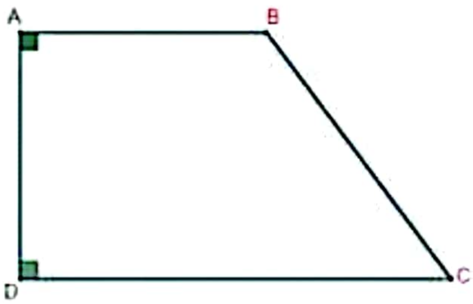
ع دائرة مركزها O و شعاعها $4\ cm$

A نقطة من الدائرة و Δالموسط العمودي للقطعة $[OA]$والذي يقطع الدائرة ع فيD و B

1) أ) ما هي طبيعة الرباعي $OBAD$ ؟ علّل جوابك
ب) استنتج ان $AB = 4cm$
2) المستقيم (OA) يقطع ع في نقطة ثانية C
أ) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟ علّل جوابك
ب) أحسب BC
3) احسب BD ثم برهن ان المثلث BCD متقايس الاضلاع

التمرين الرّابع

1) في الرسم المصاحب
$ABCD$ شبه منحرف قائم الزاوية في A و D حيث $AD = AB = 4$ $BC = 5$ و $CD = 7$
لتكن E المسقط العمودي لـ B على (CD)
أ) بين أنّ الرباعي $ABED$ مربّع
ب) أحسب الأبعاد BE و ED و CE
2) لتكن النقطة I منتصف $[BC]$ و النقطة J منتصف $[EC]$
أ) أحسب IE و IJ
ب) المستقيمان (BJ) و (IE) يتقاطعان في M . أحسب ME
3) المستقيم المار من I والموازي لـ (AB) يقطع (AC) في K
بين أنّ K منتصف $[AC]$
4) أرسم الدائرة ج التي مركزها K وقطرها $[AC]$
الدائرة ج تقطع المسقيم (AB) في النقطة S و المسقيم (BC) في النقطة T
أ) بين أنّ (AT) و (CT) متعامدان و أنّ (SC) عمودي (SA)
ب) المستقيمان (AT) و (SC) يتقاطعان في L
ماذا تمثل النقطة B بالنسبة للمثلث ACL ؟ علّل جوابك



حـظا سعيــدا

التمرين الأوّل:

1) بما أنّ I منتصف القطعة $[BD]$ إذن في المثلث EBD $[EI]$ هوالموسط الصادر من E

ونعلم أنّ مناظرة النقطة D بالنسبة للنقطة A هي E وبالتالي A منتصف القطعة $[ED]$

إذن في المثلث EBD $[BA]$ هوالموسط الصادر من B

وبما أنّ $(EI) \cap (BA) = \{H\}$ ونعلم أنّ **الموسّطات تتقاطع في نقطة وحيدة وهي مركز ثقل المثلث**

إذن H هي مركز ثقل المثلث EBD يعني $BH = \frac{2}{3}BA = \frac{2}{3} \times 6 = 4$

2) نعلم أنّ H هي مركز ثقل المثلث EBD إذن (DH) هوالمستقيم الحامل للموسط الثالث الصادر من D وبالتالي سيقطع $[EB]$ في منتصفها إذن J هي منتصف القطعة $[EB]$ يعنى $JE = JB$

3) نعلم أنّ الرباعي $AEIM$ متوازي أضلاع

إذن $IM = EA = AD$ (1)

و $(IM)//(AE)$ يعني $(IM)//(AD)$ (2)

ينتج عن (1) و (2) أنّ $AIMD$ متوازي أضلاع

4)

أ) بما أنّ $AIMD$ متوازي أضلاع إذن القطران يتقاطعان في نفس المنتصف K ,

يعني $IK = \frac{1}{2}ID = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}DB = \frac{1}{4}DB = \frac{8}{4} = 2$

$(ID = \frac{1}{2}DB$ لأنّ I منتصف القطعة $[BD])$

ب)في الرباعي $AIMD$ القطران يتقاطعان في نفس المنتصف K, إذن K منتصف القطعة $[AM]$ يعني في المثلث ABM , $[BK]$ هوالموسط الصادر من B و بما أنّ $BI = 4$

يعني $BI = \frac{2}{3}BK$ (لأنّ $6 = BK = BD - KD = 8 - 2$)

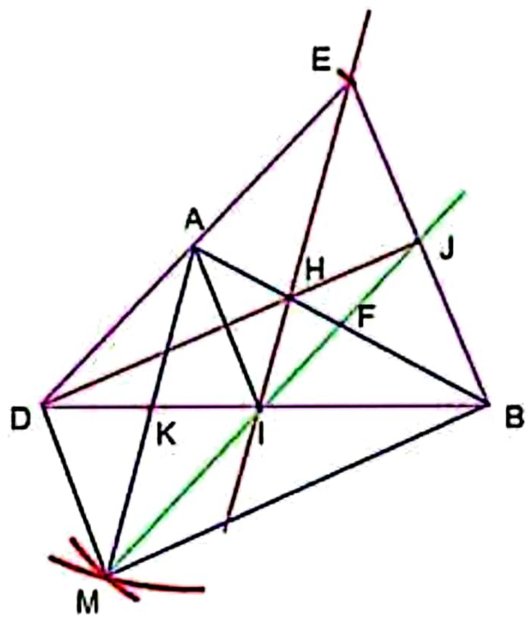
ونعلم أنّ فى كلّ مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط إنطلاقا من الرأس وعند ثلث الموسط إنطلاقا من منتصف الضلع

إذن هي مركز ثقل المثلث ABM

5) نعلم أنّ I هي مركز ثقل المثلث ABM إذن $[MF]$ هوالموسط الصادر من M وبالتالي $IF = \frac{1}{3}MF$ و $MI = \frac{2}{3}MF$ ومنه $IF = \frac{1}{2}MI$

وبما أنّ $MI = AD = 4$ (لأنّ $AIMD$ متوازي أضلاع)

إذن $IF = \frac{1}{2} \times 4 = 2$



التمرين الثاني

1) أ- بما أنّ OEB مثلث متقايس الأضلاع و$[EH]$ الارتفاع الصادر من E

إذن $EH = OE \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ **(تطبيق نظرية بيتاغور)**

يعني $EH = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

ب- بما أنّ OEB مثلث متقايس الأضلاع فإنّ (EH) هو الموسط العمودي لـ $[OB]$

يعني أنّ H منتصف القطعة $[OB]$ إذن $OH = \frac{1}{2}OB = 2$

ج- وبالتالي $AH = AO + OH = 4 + 2 = 6$

2) أ- بما أنّ O منتصف القطعة $[AB]$ و $OA = OB = OE$

إذن المثلث EAB قائم الزاوية في E **(كلّ مثلث يكون منتصف أحد أضلاعه متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة هو مثلث قائم و وتره هو الضلع المذكور)**

ب- المثلث EAB قائم الزاوية في E حسب نظرية بيتاغور فإنّ

$AB^2 = EA^2 + EB^2$ وبالتالي $EA^2 = AB^2 - EB^2$

يعني $EA^2 = 8^2 - 4^2$

يعني $EA^2 = 48$

وبالتالي $EA = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

3) أ- Δ هو مماس للدائرة في B إذن $\Delta \perp (OB)$

وبما أنّ $(EH) \perp (OB)$

إذن $\Delta \ // \ (EH)$

ب- في المثلث AIB لنا : $E \in (AI)$ و$H \in (AB)$ حيث

$(EH)//(IB)$ إذن حسب مبرهنة طالس في المثلث فإنّ $\frac{AE}{AI}=\frac{AH}{AB}=\frac{EH}{IB}$

ومنه $\frac{AE}{AI}=\frac{AH}{AB}$ يعني $\frac{AI}{AE}=\frac{AB}{AH}$

يعني $AI=\frac{AB}{AH}\times AE$

وبالتالي $AI=\frac{8}{6}\times 4\sqrt{3}=\frac{16}{3}\sqrt{3}$

أيضا $\frac{AH}{AB}=\frac{EH}{IB}$ يعني $\frac{IB}{EH}=\frac{AB}{AH}$

يعني $IB=\frac{AB}{AH}\times EH$

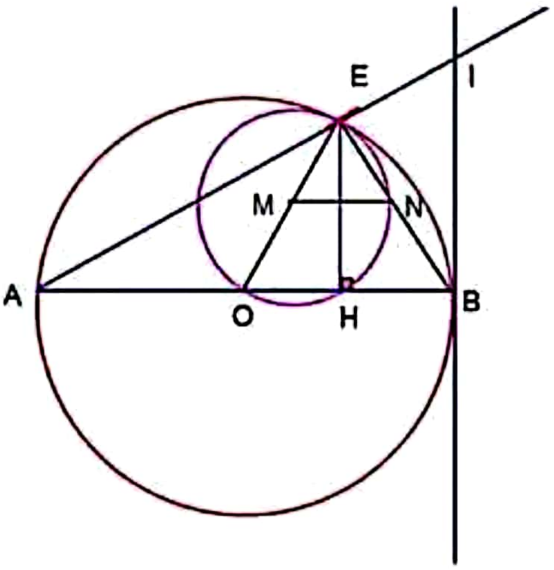
وبالتالي $IB=\frac{8}{6}\times 2\sqrt{3}=\frac{8}{3}\sqrt{3}$

4) في المثلث OBE

N منتصف القطعة $[EB]$
و M منتصف القطعة $[EO]$
إذن $MN=\frac{1}{2}OB=\frac{4}{2}=2$

C' هي الدائرة المحيطة بالمثلث OHE القائم في H إذن منتصف وتره هو مركز الدائرة إذن M مركز الدائرة C' شعاعها $\frac{OE}{2}=2$

و بما أنّ $MN=2=\frac{OE}{2}$ (شعاع C') إذن N تنتمي للدائرة C'



التمرين الثالث

1) أ-

بما أنّ B و D تنتمي إلى المستقيم Δ الموسط العمودي للقطعة $[OA]$

إذن $OB = AB$ و $OD = AD$ 1

ونعلم أنّ B و D تنتمي إلى الدائرة C التي مركزها O يعني $OD = OB$ 2

ينتج عن 1 و 2 أنّ $OB = OD = AB = AD$

إذن الرباعي $OBAD$ هو معين

كلّ رباعي له أربعة أضلاع متقايسة هو معين

ب- نعلم أنّ $AB = OB = 4\ cm$

2) أ- بما أنّ $[AC]$ هو قطر الدائرة و B نقطة منها حيث $B \neq A$ و $B \neq C$ فإنّ المثلث ABC قائم في B

ب -المثلث ABC قائم الزاوية في B حسب **نظرية بيتاغور** فإنّ

$AC^2 = BA^2 + BC^2$ وبالتالي $BC^2 = AC^2 - BA^2$

يعني $BC^2 = 8^2 - 4^2 = 48$

يعني $BC = 4\sqrt{3}$

3) نعلم أنّ $OB = OA = AB = 4cm$

إذن OBA مثلث متقايس الأضلاع

لتكن I مركز المعين $OBAD$ يعني I منتصف القطعة $[OA]$ و I منتصف القطعة $[BD]$

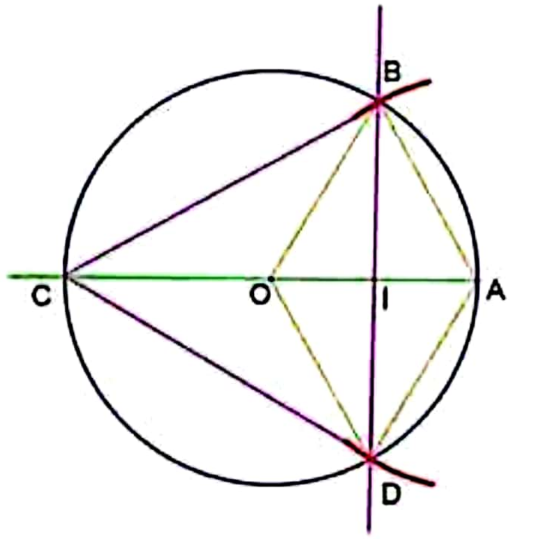
إذن في المثلث OBA $[BI]$ هو الارتفاع الصادر من B

وبالتالي $BI = AB \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

ونعلم أنّ I منتصف القطعة $[BD]$ يعني $BD = 2BI = 4\sqrt{3}$

أيضا بنفس الطريقة المستعملة 2) أ لحساب BC نبين أنّ $DC = BC = 4\sqrt{3}$

إذن $DC = BC = BD$ وبالتالي BCD مثلث متقايس الأضلاع



التمرين الرّابع

1) أ- بما أنّ E هي مسقط النقطة B على المستقيم (DC) إذن $\widehat{DEB}$ زاوية قائمة

ونعلم انّ $\widehat{BAD}$ و $\widehat{ADE}$ زاويتان قائمان (معطي)

إذن الرباعي $ABED$ له ثلاث زوايا قائمة إذن فهو مستطيل

و بما أنّ $AB = AD$ إذن $ABCD$ هو مربّع.

ب- $BE = 4$ و $BE = 4$

بما أنّ $E \in [CD]$ إذن $DC = DE + EC$

يعني $EC = DC - DE$

يعني $EC = 7 - 4 = 3$

ج- المثلث BEC قائم الزاوية في E حسب **نظرية بيتاغور** فإنّ

إذن $BC = \sqrt{25} = 5$

2) أ- نعلم انّ المثلث BEC قائم الزاوية في E و I منتصف وتره $[BC]$

إذن $IE = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$

(في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن رؤوسه الثلاث وقيس طول الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف قيس طول الوتر)

في المثلث BEC

I منتصف القطعة $[BC]$
و J منتصف القطعة $[EC]$

إذن $IJ = \frac{1}{2}BE = \frac{4}{2} = 2$

ب- في المثلث BEC

نعلم انّ $[BJ]$ و $[EI]$ هما الموسطات الصادرة على التوالي من B و E

و $(EI) \cap (BJ) = \{M\}$ إذن M هي مركز ثقل المثلث ABM

وبالتالي $EM = \frac{2}{3}EI$ يعني $ME = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$

(في كلّ مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط انطلاقا من الرأس وعند ثلث الموسط انطلاقا من منتصف الضلع)

3) في المثلث ABC

لدينا I منتصف القطعة $[BC]$ و $(IK)//(AB)$

إذن K منتصف القطعة $[AC]$

(في كلّ مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث)

4) أ- بما أنّ $[AC]$ هو قطر الدائرة ع و T نقطة منها حيث $T \neq A$ و $T \neq C$ فإنّ المثلث ATC قائم في T

وبالتالي $(CT) \perp (AT)$

بنفس الطريقة

- بما أنّ $[AC]$ هو قطر الدائرة ع و S نقطة منها حيث $S \neq A$ و $S \neq C$ فإنّ المثلث ASC قائم في S

وبالتالي $(AS) \perp (SC)$

ب- في المثلث ACL

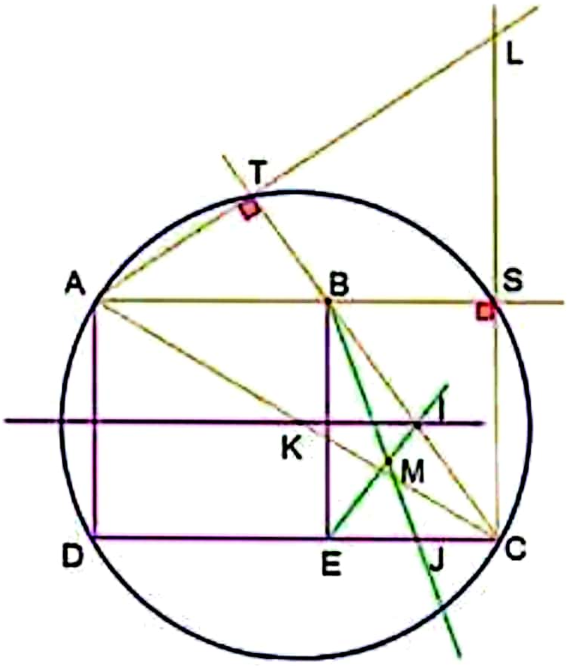
$[AS]$ الارتفاع الصادر من A

$[CT]$ الارتفاع الصادر من C

و $(AS) \cap (CT) = \{B\}$

ونعلم أنّ في كلّ مثلث تتقاطع المستقيمات الحاملة للارتفاعات الثلاث في نقطة مشتركة وهي المركز القائم للمثلّث

إذن B هي المركز القائم للمثلّث ACL



حـــظا سعيـــدا