

الأساتذ : محمد على المحمودي	السنة الدراسية: 2024 / 2023
سلسلة مراجعة ع 5 دد	
رياضيات	السنة التاسعة أساسى



### التمرين الأول:

ليكن  $ABD$  مثلث بحيث  $AB = 6$ ,  $AD = 4$ ,  $DB = 8$  و  $I$  منتصف  $[BD]$  و  $E$

مناظرة  $D$  بانسبة  $\frac{1}{2}$  , المستقيم  $(IE)$  يقطع  $(AB)$  في النقطة  $H$

- (1) بين أن  $H$  هي مركز ثقل المثلث  $EBD$  ثم استنتج البعد  $BH$ .
- (2) المستقيم  $(DH)$  يقطع  $(EB)$  في النقطة  $J$  بين أن  $JE = JB$
- (3) ابن النقطة  $M$  بحيث يكون الرباعي  $AEIM$  متوازي أضلاع . بين أن  $AIMD$  متوازي أضلاع
- (4) المستقيم  $(AM)$  يقطع  $(BD)$  في النقطة  $K$   
 أ) احسب البعد  $IK$   
 ب) بين أن  $I$  هي مركز ثقل المثلث  $ABM$
- (5) المستقيم  $(IM)$  يقطع  $(AB)$  في النقطة  $F$  احسب البعد  $IF$

### التمرين الثانى

لتكن  $(C)$  دائرة قطرها  $[AB]$  و مركزها  $O$  حيث  $AB = 8$   
 لتكن نقطة  $E$  من الدائرة  $(C)$  بحيث يكون المثلث  $OEB$  متقايس الأضلاع و لتكن  $H$   
 المسقط العمودي للنقطة  $E$  على المستقيم  $(OB)$

- (1) أ) أنجز الرسم  
 ب) بين أن  $EH = 2\sqrt{3}$   
 ج) بين أن  $AH = 6$
- (2) أ) بين أن المثلث  $EAB$  قائم الزاوية  
 ب) بين أن  $EA = 2\sqrt{3}$
- (3) ليكن  $\Delta$  المماس للدائرة في نقطة  $B$  و الذي يقطع  $(AE)$  في نقطة  $I$   
 أ) بين أن المستقيم  $(BI)$  مواز لـ  $(EH)$   
 ب) احسب كل من  $AI$  و  $BI$
- (4) لتكن  $M$  منتصف القطعة  $[EO]$  و  $N$  منتصف  $[EB]$  و لتكن  $(C')$  الدائرة المحيطة  
 بالمثلث  $OHE$   
 أ) بين أن  $MN = 2$   
 ب) بين أن  $M$  هو مركز الدائرة  $(C)$  ثم استنتج أن  $N$  نقطة من الدائرة  $(C')$

### التمرين الثالث

$\xi$  دائرة مركزها  $O$  و شعاعها  $4 \text{ cm}$   
 $A$  نقطة من الدائرة و  $\Delta$  الموسط العمودي للقطعة  $[OA]$  والذي يقطع الدائرة في  $D$  و  $B$



1) (أ) ما هي طبيعة الرباعي  $OBAD$ ؟ عّلّ جوابك

(ب) استنتج ان  $AB = 4\text{cm}$

2) المستقيم  $(OA)$  يقطع  $\xi$  في نقطة ثانية  $C$

(أ) ما هي طبيعة المثلث  $ABC$ ؟ عّلّ جوابك

(ب) أحسب  $BC$

3) احسب  $BD$  ثم برهن ان المثلث  $BCD$  متقايس الاضلاع

التمرين الرابع

1) في الرسم المصاحب

$ABCD$  شبه منحرف قائم الزاوية في  $A$  و  $D$  حيث  $AD = AB = 4$  و  $BC = 5$  و  $CD = 7$

لتكن  $E$  المسقط العمودي لـ  $B$  على  $(CD)$

(أ) بين أن الرباعي  $ABED$  مربع

(ب) احسب الأبعاد  $BE$  و  $ED$  و  $CE$

2) لتكن النقطة  $I$  منتصف  $[BC]$  و النقطة  $J$  منتصف  $[EC]$

(أ) احسب  $IE$  و  $IJ$

(ب) المستقيمان  $(BJ)$  و  $(IE)$  يتقاطعان في  $M$ . احسب  $ME$

3) المستقيم المار من  $I$  والموازي لـ  $(AB)$  يقطع  $(AC)$  في  $K$

بين أن  $K$  منتصف  $[AC]$

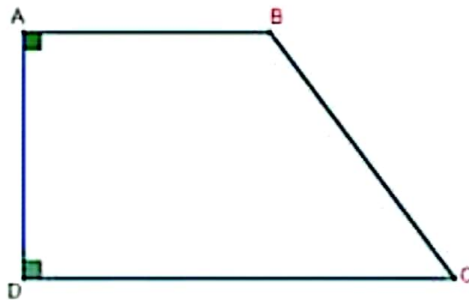
4) أرسم الدائرة  $\gamma$  التي مركزها  $K$  وقطرها  $[AC]$

الدائرة  $\gamma$  تقطع المسقيم  $(AB)$  في النقطة  $S$  و المسقيم  $(BC)$  في النقطة  $T$

(أ) بين أن  $(AT)$  و  $(CT)$  متعامدان و أن  $(SC)$  عمودي  $(SA)$

(ب) المستقيمان  $(AT)$  و  $(SC)$  يتقاطعان في  $L$

ماذا تمثل النقطة  $B$  بالنسبة للمثلث  $ACL$ ؟ عّلّ جوابك



حظا سعيدا

التمرين الأول:

(1) بما أن  $I$  منتصف القطعة  $[BD]$  إذن في المثلث  $EBD$   $[EI]$  هوالموسط الصادر من  $E$

ونعلم أن مناظرة النقطة  $D$  بالنسبة للنقطة  $A$  هي  $E$  وبالتالي  $A$  منتصف القطعة  $[ED]$

إذن في المثلث  $EBD$   $[BA]$  هوالموسط الصادر من  $B$

وبما أن  $(EI) \cap (BA) = \{H\}$  ونعلم أن **الموسطات تتقاطع في نقطة وحيدة وهي مركز ثقل المثلث**

إذن هي مركز ثقل المثلث  $EBD$  يعني  $BH = \frac{2}{3}BA = \frac{2}{3} \times 6 = 4$

(2) نعلم أن  $H$  هي مركز ثقل المثلث  $EBD$  إذن  $(DH)$  هوالمستقيم الحامل للموسط الثالث الصادر من  $D$  وبالتالي سيقطع  $[EB]$  في منتصفها إذن  $J$  هي منتصف

القطعة  $[EB]$  يعني  $JE = JB$

(3) نعلم أن الرباعي  $AEIM$  متوازي أضلاع

إذن  $IM = EA = AD$  ①

و  $(IM) // (AE)$  يعني  $(IM) // (AD)$  ②

ينتج عن ① و ② أن  $AIMD$  متوازي أضلاع

(4)

أ) بما أن  $AIMD$  متوازي أضلاع إذن القطران يتقاطعان في نفس المنتصف  $K$ ,

$$IK = \frac{1}{2}ID = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}DB = \frac{1}{4}DB = \frac{8}{4} = 2 \quad \text{يعني}$$

$$ID = \frac{1}{2}DB \quad \text{لأن } I \text{ منتصف القطعة } [BD]$$

ب) في الرباعي  $AIMD$  القطران يتقاطعان في نفس المنتصف  $K$ , إذن  $K$  منتصف القطعة  $[AM]$  يعني في المثلث  $ABM$ ,  $[BK]$  هو الوسط الصادر من  $B$  وبما أن  $BI = 4$

يعني  $BI = \frac{2}{3}BK$  (لأن  $BK = BD - KD = 8 - 2 = 6$ )



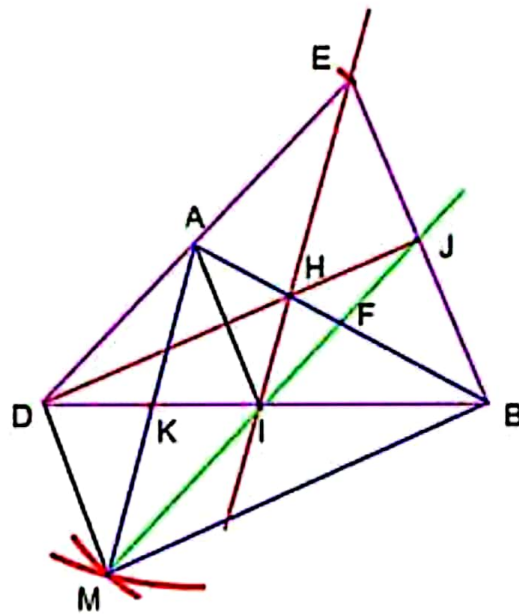
ونعلم أن في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الوسط إنطلاقاً من الرأس وعند ثلث الوسط إنطلاقاً من منتصف الضلع

إذن هي مركز ثقل المثلث  $ABM$

(5) نعلم أن  $I$  هي مركز ثقل المثلث  $ABM$  إذن  $[MF]$  هو الوسط الصادر من  $M$  وبالتالي  $IF = \frac{1}{3}MF$  و  $MI = \frac{2}{3}MF$  ومنه  $IF = \frac{1}{2}MI$

وبما أن  $MI = AD = 4$  (لأن  $AIMD$  متوازي أضلاع)

إذن  $IF = \frac{1}{2} \times 4 = 2$





## التمرين الثالث

(1) أ-

بما أن  $B$  و  $D$  تنتمي إلى المستقيم  $\Delta$  المتوسط العمودي للقطعة  $[OA]$

$$\text{إذن } OB = AB \text{ و } OD = AD \quad (1)$$

ونعلم أن  $B$  و  $D$  تنتمي إلى الدائرة  $C$  التي مركزها  $O$  يعني  $OD = OB$  (2)

$$\text{ينتج عن } (1) \text{ و } (2) \text{ أن } OB = OD = AB = AD$$

إذن الرباعي  $OBAD$  هو معين

كل رباعي له أربعة أضلاع متقايسة هو معين

$$\text{ب- نعلم أن } AB = OB = 4 \text{ cm}$$

(2) أ- بما أن  $[AC]$  هو قطر الدائرة و  $B$  نقطة منها حيث  $B \neq A$  و

$$B \neq C \text{ فإن المثلث } ABC \text{ قائم في } B$$

ب- المثلث  $ABC$  قائم الزاوية في  $B$  حسب نظرية **بيتاغور** فإن

$$BC^2 = AC^2 - BA^2 \quad \text{وبالتالي} \quad AC^2 = BA^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \quad \text{يعني}$$

$$BC = 4\sqrt{3} \quad \text{يعني}$$

$$(3) \text{ نعلم أن } OB = OA = AB = 4 \text{ cm}$$

إذن  $OBA$  مثلث متقايس الأضلاع

لتكن  $I$  مركز المعين  $OBAD$  يعني  $I$  منتصف القطعة  $[OA]$  و  $I$  منتصف القطعة  $[BD]$

إذن في المثلث  $OBA$   $[BI]$  هو الارتفاع الصادر من  $B$

$$BI = AB \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad \text{وبالتالي}$$

$$\frac{AE}{AI} = \frac{AH}{AB} = \frac{EH}{IB}$$

إذن  $(EH) \parallel (IB)$  حسب مبرهنة طالس في المثلث فإن



$$\frac{AI}{AE} = \frac{AB}{AH}$$

ومنه  $\frac{AE}{AI} = \frac{AH}{AB}$  يعني

$$AI = \frac{AB}{AH} \times AE$$

يعني

$$AI = \frac{8}{6} \times 4\sqrt{3} = \frac{16}{3}\sqrt{3}$$

وبالتالي

$$\frac{IB}{EH} = \frac{AB}{AH}$$

يعني

$$\frac{AH}{AB} = \frac{EH}{IB}$$

أيضا

$$IB = \frac{AB}{AH} \times EH$$

يعني

$$IB = \frac{8}{6} \times 2\sqrt{3} = \frac{8}{3}\sqrt{3}$$

وبالتالي

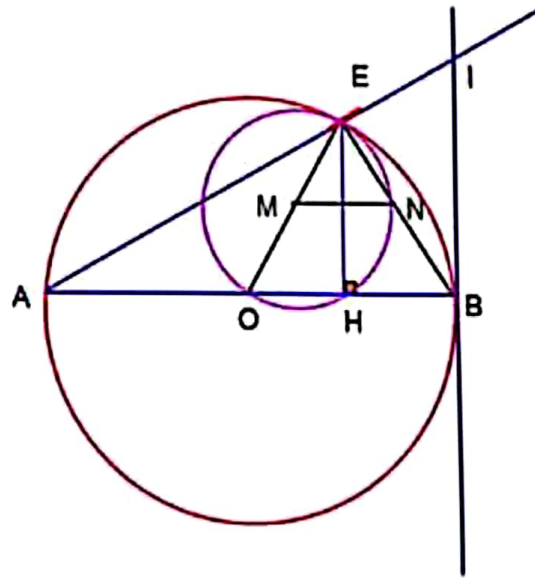
(4) في المثلث  $OBE$

$$MN = \frac{1}{2}OB = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{إذن}$$

$\left\{ \begin{array}{l} [EB] \text{ منتصف القطعة } N \\ [EO] \text{ منتصف القطعة } M \end{array} \right.$

$OHE$  القائم في  $H$  إذن منتصف وتره هو مركز  $C'$  هي الدائرة المحيطة بالمثلث  $OHE$  الدائرة إذن  $M$  مركز الدائرة  $C'$  شعاعها  $\frac{OE}{2} = 2$

و بما أن  $MN = 2 = \frac{OE}{2}$  (شعاع  $C'$ ) إذن  $N$  تنتمي للدائرة  $C'$





## التمرين الثاني

1) - بما أن  $OEB$  مثلث متقايس الأضلاع و  $[EH]$  الارتفاع الصادر من  $E$

$$\text{إذن} \quad EH = OE \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{تطبيق نظرية بيتاغور})$$

$$\text{يعني} \quad EH = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

ب- بما أن  $OEB$  مثلث متقايس الأضلاع فإن  $(EH)$  هو المتوسط العمودي لـ  $[OB]$

$$\text{يعني أن } H \text{ منتصف القطعة } [OB] \text{ إذن} \quad OH = \frac{1}{2}OB = 2$$

$$\text{ج- وبالتالي} \quad AH = AO + OH = 4 + 2 = 6$$

2) - بما أن  $O$  منتصف القطعة  $[AB]$  و  $OA = OB = OE$

إذن المثلث  $EAB$  قائم الزاوية في  $E$  (كل مثلث يكون منتصف أحد أضلاعه متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة هو مثلث قائم و وتره هو الضلع المذكور)

ب- المثلث  $EAB$  قائم الزاوية في  $E$  حسب نظرية بيتاغور فإن

$$EA^2 = AB^2 - EB^2 \quad \text{وبالتالي} \quad AB^2 = EA^2 + EB^2$$

$$\text{يعني} \quad EA^2 = 8^2 - 4^2$$

$$\text{يعني} \quad EA^2 = 48$$

$$\text{وبالتالي} \quad EA = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

3) - أ-  $\Delta$  هو مماس للدائرة في  $B$  إذن  $\Delta \perp (OB)$

وبما أن  $(EH) \perp (OB)$

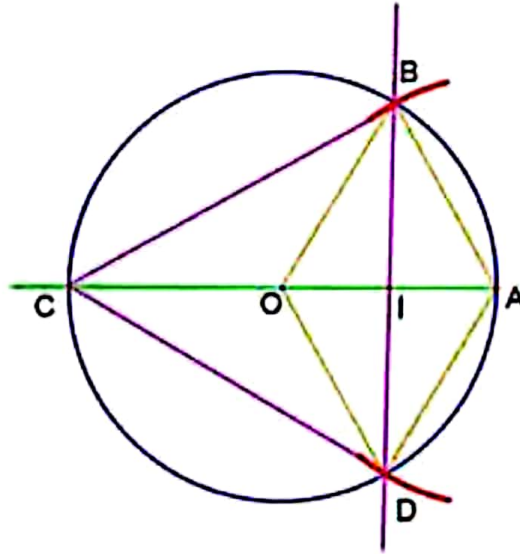
إذن  $\Delta // (EH)$

ب- في المثلث  $AIB$  لنا:  $E \in (AI)$  و  $H \in (AB)$  حيث

ونعلم أن  $I$  منتصف القطعة  $[BD]$  يعني  $BD = 2BI = 4\sqrt{3}$

أيضا بنفس الطريقة المستعملة (2)  $a$  لحساب  $BC$  نبين أن  $DC = BC = 4\sqrt{3}$

إذن  $DC = BC = BD$  وبالتالي  $BCD$  مثلث متقايس الأضلاع



### التمرين الرابع

(1) أ- بما أن  $E$  هي مسقط النقطة  $B$  على المستقيم  $(DC)$  إذن  $\widehat{DEB}$  زاوية قائمة

ونعلم أن  $\widehat{BAD}$  و  $\widehat{ADE}$  زاويتان قائمتان (معطي)

إذن الرباعي  $ABED$  له ثلاث زوايا قائمة إذن فهو مستطيل

و بما أن  $AB = AD$  إذن  $ABCD$  هو مربع.

ب-  $BE = 4$  و  $BE = 4$

بما أن  $E \in [CD]$  إذن  $DC = DE + EC$

$EC = DC - DE$  يعني

$EC = 7 - 4 = 3$  يعني

ج- المثلث  $BEC$  قائم الزاوية في  $E$  حسب نظرية **بيتاغور** فإن





$$BC = \sqrt{25} = 5 \quad \text{إذن}$$

(2) أ- نعلم أن المثلث  $BEC$  قائم الزاوية في  $E$  و  $I$  منتصف وتره  $[BC]$

$$IE = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2} \quad \text{إذن}$$

(في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن رؤوسه الثلاث وقيس طول المتوسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف قيس طول الوتر)

في المثلث  $BEC$

$$IJ = \frac{1}{2}BE = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{إذن} \quad \left\{ \begin{array}{l} [BC] \text{ منتصف القطعة} \\ [EC] \text{ و } J \text{ منتصف القطعة} \end{array} \right.$$

ب- في المثلث  $BEC$

نعلم أن  $[EI]$  و  $[BJ]$  هما المتوسطات الصادرة على التوالي من  $E$  و  $B$

و  $(EI) \cap (BJ) = \{M\}$  إذن  $M$  هي مركز ثقل المثلث  $ABM$

$$ME = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3} \quad \text{يعني} \quad EM = \frac{2}{3}EI$$

(في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي المتوسط انطلاقاً من الرأس وعند ثلث المتوسط انطلاقاً من منتصف الضلع)

(3) في المثلث  $ABC$

لدينا  $I$  منتصف القطعة  $[BC]$  و  $(IK) // (AB)$

إذن  $K$  منتصف القطعة  $[AC]$

(في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث)

4) ا- بما أن  $[AC]$  هو قطر الدائرة  $\mathcal{C}$  و  $T$  نقطة منها حيث  $T \neq A$  و  $T \neq C$  فإن المثلث  $ATC$  قائم في  $T$



وبالتالي  $(CT) \perp (AT)$   
بنفس الطريقة

- بما أن  $[AC]$  هو قطر الدائرة  $\mathcal{C}$  و  $S$  نقطة منها حيث  $S \neq A$  و  $S \neq C$  فإن المثلث  $ASC$  قائم في  $S$

وبالتالي  $(AS) \perp (SC)$   
ب- في المثلث  $ACL$

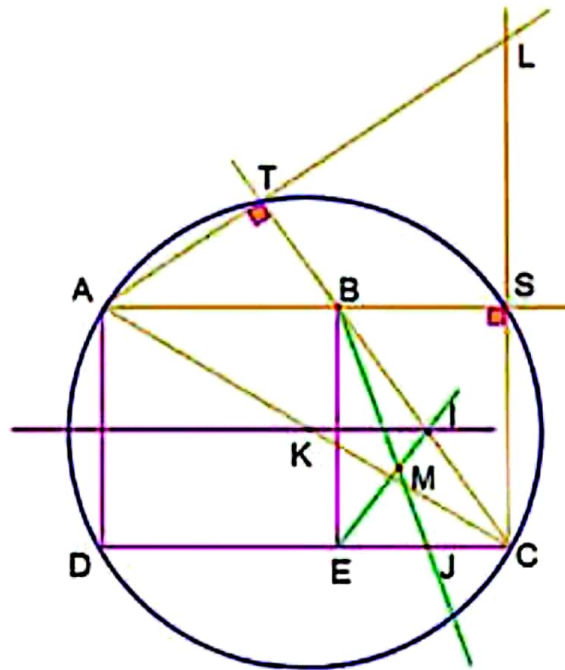
ونعلم أن في كل مثلث تتقاطع المستقيمات الحاملة

للارتفاعات الثلاث في نقطة مشتركة

وهي المركز القائم للمثلث

$[AS]$  الارتفاع الصادر من  $A$   
 $[CT]$  الارتفاع الصادر من  $C$   
و  $(AS) \cap (CT) = \{B\}$

إن  $B$  هي المركز القائم للمثلث  $ACL$



حظاً سعيداً