

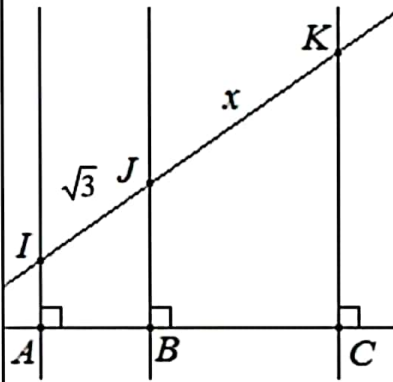
تمرين 1 : (3 نقاط)

اختر الجواب الصحيح من بين المقترحات المقدّمة :

1. العدد $3^{2017} + 2 \times 3^{2016} - 5 \times 3^{2015}$ يقبل القسمة على: أ. 6 و 12 ب. 6 و 15 ج. 12 و 15.

2. العدد $\frac{\sqrt{5}^{-6}}{5^{-2}}$ يساوي : أ. $\frac{1}{5}$ ب. $\sqrt{5}$ ج. 5.

3. إذا كان $ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[DC]$ و I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$ بحيث $IJ = \sqrt{2} + 1$ و $DC = \sqrt{2} + 2$ فإن: أ. $AB = \sqrt{2}$ ب. $AB = \sqrt{2} - 1$ ج. $AB = 2$.



4. لتكن A و B نقطتان من مستقيم ملوّح فاصلتيهما $\sqrt{2} - 3$ و $\frac{3}{2} - \pi$. البعد AB يساوي : أ. 3 ب. $\sqrt{3}$ ج. $\sqrt{2}$.

تمرين 2 : (6 نقاط)

-I

1. أحسب : $a = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} + \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$ و $b = \frac{4}{\sqrt{3}^{-1} + \sqrt{3}^{-3}}$ و $\sqrt{2}$ و $\sqrt{6}$.

2. أكتب في صورة قوة لعدد حقيقي دليلها مخالف لـ 1:

$$d = \left(-\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^{211} \times \left(\frac{7}{2}\right)^{211} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{233} \quad \text{و} \quad c = \left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^{108} \times \frac{\sqrt{2}}{\pi}$$

$$f = \left(\sqrt{2}^{-2017} - 2\sqrt{2}^{2007}\right)^{211} \times 3^{2012} \quad \text{و} \quad e = \left(-\frac{5\sqrt{5}}{27}\right)^5 \times \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{-2002}$$

-II نعتبر العددين $a = \sqrt{3} \times \sqrt{54} - \frac{0,004 \times 10^{-2019}}{10^{-2022}} - \sqrt{72}$

و $b = 2 + \frac{\sqrt{3}^5}{3\sqrt{3}} \times (\sqrt{2} - 1)^{-1} \times (\sqrt{2} + 2)^{-1}$

1. بيّن أنّ $a = 3\sqrt{2} - 4$ و $b = 2 + \frac{3}{\sqrt{2}}$.

2. بيّن أنّ a مقلوب b .

3. استنتج أنّ العدد $c = a^3(b^{-3} + a^{-3}) - a^6$ صحيح طبيعي.

تمرين 3 : (3 نقاط)

نعتبر العبارة : $A = \frac{5}{4}x^2 + 7x - 3$ حيث $x \in \mathbb{R}$

1. أحسب A في كل من الحالتين : أ. $x = -2\sqrt{\frac{3}{5}}$ ب. $x = \sqrt{2} - 1$..

2. أ. بين أن $A = \left(\frac{3}{2}x + 1\right)^2 - (x - 2)^2$

ب. فكك العبارة A إلى جذاء عوامل.

3. أ. أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $A = 0$.

ب. أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $|A| = \sqrt{\frac{x^2}{4} + 3x + 9}$.

تمرين 4 : (4 نقاط)

في الملحق 1 : (O, I, J) معين متعامد من المستوي بحيث $OI = OJ = 1cm$ و $M(0, \sqrt{2})$ و $B(0; 3\sqrt{2} + 2)$

1. عيّن النقطة $A(0, -1)$

أحسب BA و BM و استنتج أن $\frac{BM}{BA} = \frac{2}{3}$

2. عيّن النقطة $K(3, 0)$ ولتكن C مناظرة A بالنسبة إلى K .

أوجد إحداثيات النقطة C .

3. المستقيم المارّ من M و الموازي لـ (AK) يقطع (BK) في النقطة G

بين أن G مركز ثقل المثلث ABC .

4. المستقيم (AG) يقطع (BC) في النقطة D .

أ. بين أن D منتصف $[BC]$.

ب. بين أن $(DK) \perp (OI)$.

تمرين 5 : (4 نقاط)

1. في الملحق 2 : ABC مثلث بحيث $AB = 3cm$

ابن النقطة I من $[BC]$ بحيث $BI = \frac{BC}{3}$

ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى I .

المستقيم المارّ من D و الموازي لـ (AB) يقطع (BC) في النقطة M .

2. أ. بين أن $\frac{IB}{IM} = \frac{IA}{ID}$

ب. استنتج أن I منتصف $[BM]$ و أن الرباعي $ABDM$ متوازي أضلاع.

ج. بين أن $\frac{CM}{CB} = \frac{1}{3}$

3. المستقيم (CD) يقطع (AB) في النقطة E .

أحسب BE .

4. المستقيم (ME) يقطع (AD) في النقطة N و يقطع (BD) في النقطة P .

أ. بيّن أنّ $MP = \frac{PE}{3}$ و $NM = \frac{NE}{4}$

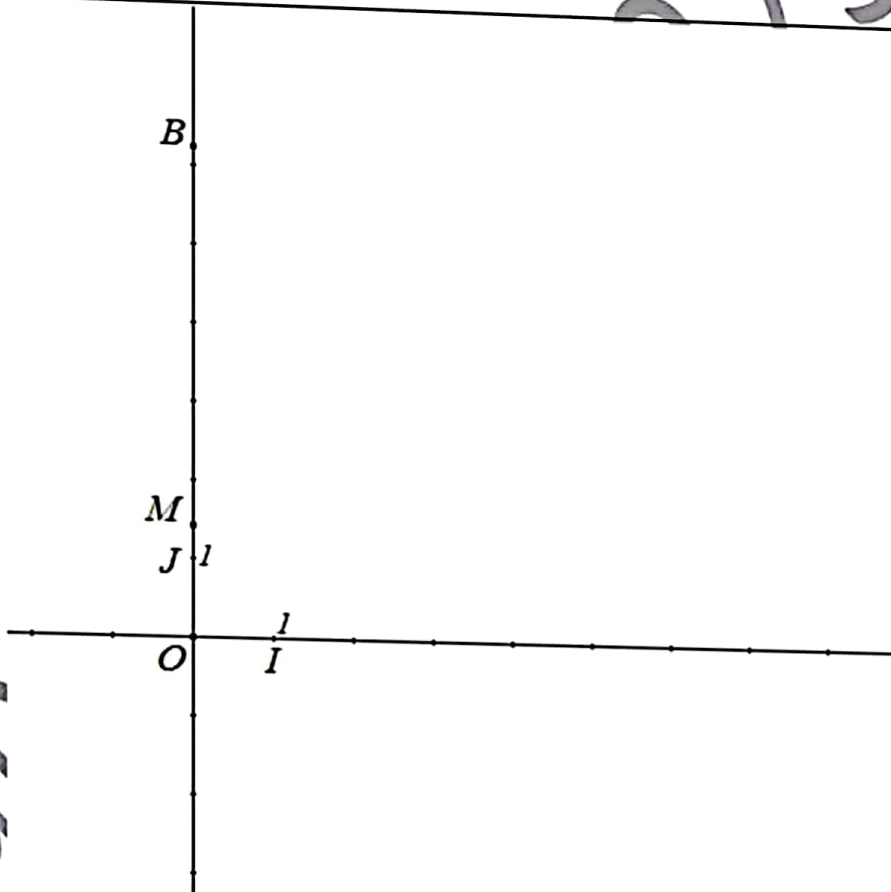
ب. استنتج أنّ $NP = \frac{PE}{15}$

الرقم:

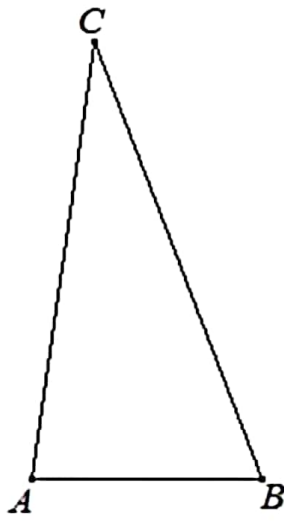
القسم: 19

الإسم و اللقب:

ملحق 1



ملحق 2



Ridha Maths 95223310

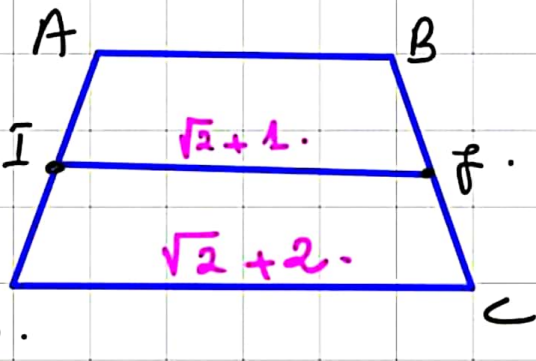
أوجد للمناظرة التعريفية ①

التعريفية ①:

$$\begin{aligned}
 3^{2017} + 2 \times 3^{2016} - 5 \times 3^{2015} &= 3^{2015} \times 3^2 + 2 \times 3^{2015} \times 3^1 - 5 \times 3^{2015} \\
 &= 3^{2015} [3^2 + 2 \times 3 - 5] \\
 &= 3^{2015} [10] = 3^{2013} \times 3 \times 5 \times 3 \times 2 \\
 &= 3^{2013} \times 15 \times 6.
 \end{aligned}$$

إذا العدد يقبل القسمة على 6 و 15.

$$\frac{\sqrt{5}^{-6}}{5^{-2}} = \frac{\sqrt{5}^{-6}}{(\sqrt{5}^2)^{-2}} = \frac{\sqrt{5}^{-6}}{\sqrt{5}^{-4}} = \sqrt{5}^{-6+4} = \sqrt{5}^{-2} = \frac{1}{\sqrt{5}^2} = \frac{1}{5}. \quad \text{②}$$



③ - f. لدينا ABCD شبه متوازي و I منتصف [AD] و f منتصف [BC]

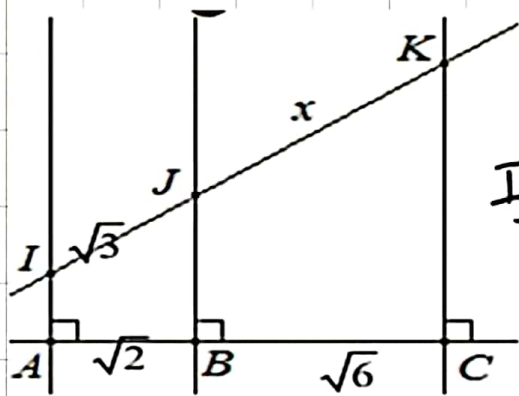
$$If = \frac{AB + CD}{2}$$

اذن

$$AB = 2If - CD$$

$$= 2(\sqrt{2}+1) - \sqrt{2} - 2 = 2\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} - 2$$

$$= \sqrt{2}$$



④ لنا $(IA) \parallel (JB) \parallel (KC)$ كتبت C و B و A مساقط على التوازي K و J و I على (AC) وفقاً للعرض (KC) باداً حسب معرفتي طالبت واستعملت المتوازيات فإني

$$x = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 3$$

إذنا $\frac{IA}{JK} = \frac{AB}{BC}$ و $\frac{\sqrt{3}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

التعريف ②

$$a = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} + \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{\sqrt{4 \times 5}}{\sqrt{9 \times 5}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$= \frac{(-2)^2}{3^2} + \frac{2}{3} = \frac{4}{9} + \frac{6}{9} = \frac{10}{9}$$

$$\sqrt{3}^3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$b = \frac{4}{\sqrt{3}^{-1} + \sqrt{3}^{-3}} = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}^3}} = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{4}{\frac{3\sqrt{3}}{9} + \frac{\sqrt{3}}{9}} = \frac{4}{\frac{4\sqrt{3}}{9}}$$

$$= \cancel{4} \times \frac{9}{\cancel{4}\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

Ridha Maths

$$c = \left(-\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^{108} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)$$

II

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^{108} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi}\right)^{109}$$

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$d = \left(-\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^{211} \times \left(\frac{7}{2}\right)^{211} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{233}$$

$$= \left(-\frac{\sqrt{3}}{7} \times \frac{7}{2}\right)^{211} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{233}$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{211} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{233}$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{444}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$e = \left(-\frac{5\sqrt{5}}{27}\right)^5 \times \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{2002}$$

$$= \left(-\frac{5\sqrt{5}}{27}\right)^5 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{2002}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^5 \times \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{2002} = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{15} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{2002}$$

Richha Maths

$$= \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{2017}$$

$$f = \left(\sqrt{2}^{2027} - 5\sqrt{2}^{2017}\right) \times 3^{2014}$$

$$= \left(\sqrt{2}^{10} \times \sqrt{2}^{2017} - 5\sqrt{2}^{2017}\right) \times 3^{2014}$$

کامل مشترک

$$= (32 - 5) \times \sqrt{2}^{2017} \times 3^{2014}$$

$$27 \times \sqrt{2}^{2017} \times 3^{2014}$$

$$3^3 \times \sqrt{2}^{2017} \times 3^{2014}$$

$$3^{2017} \times \sqrt{2}^{2017}$$

$$(3\sqrt{2})^{2017}$$

$$a = \sqrt{3} \times \sqrt{54} - \frac{0,004 \times 10^{-2019}}{10^{-2022}} - \sqrt{72}$$

① - II

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{9} \times \sqrt{6} - \frac{4 \times 10^{-3} \times 10^{-2019}}{10^{-2022}} - \sqrt{9} \times \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{3 \times 3 \times 6} - \frac{4 \times 10^{-2022}}{10^{-2022}} - 3 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{18} - 4 \times 10^0 - 6\sqrt{2}$$

$$= 3 \times 3 \times \sqrt{2} - 4 - 6\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{2017} \\
 f &= \left(\sqrt{2}^{2027} - 5\sqrt{2}^{2017}\right) \times 3^{2014} \\
 &= \left(\sqrt{2}^{10} \times \sqrt{2}^{2017} - 5\sqrt{2}^{2017}\right) \times 3^{2014} \\
 &\quad \text{25} \quad \text{كامل مشترك} \\
 &= \left(32 - 5\right) \times \sqrt{2}^{2017} \times 3^{2014} \\
 &= 27 \times \sqrt{2}^{2017} \times 3^{2014} \\
 &= 3^3 \times \sqrt{2}^{2017} \times 3^{2014} \\
 &= 3^{2017} \times \sqrt{2}^{2017} \\
 &= \left(3\sqrt{2}\right)^{2017}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{3} \times \sqrt{54} - \frac{0,004 \times 10^{-2019}}{10^{-2022}} - \sqrt{72} \quad \text{① - II} \\
 &= \sqrt{3} \times \sqrt{9} \times \sqrt{6} - \frac{4 \times 10^{-3} \times 10^{-2019}}{10^{-2022}} - \sqrt{9} \times \sqrt{8} \\
 &= \sqrt{3} \times 3 \times \sqrt{6} - \frac{4 \times 10^{-2022}}{10^{-2022}} - 3 \times 2\sqrt{2} \\
 &= 3\sqrt{18} - 4 \times 10^0 - 6\sqrt{2} \\
 &= 3 \times 3\sqrt{2} - 4 - 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$= 9\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - 4$$

$$a = 3\sqrt{2} - 4$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 4$$

$$b = 2 + \frac{\sqrt{3}^5}{3\sqrt{3}} \times (\sqrt{2}-1)^{-1} \times (\sqrt{2}+2)^{-1}$$

$$= 2 + \frac{9\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \times [(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+2)]^{-1}$$

$$= 2 + 3 \times [2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2]^{-1}$$

$$= 2 + 3 \times [\sqrt{2}]^{-1} = 2 + \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$a \times b = (3\sqrt{2} - 4) \left(2 + \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= 6\sqrt{2} + \frac{9\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - 8 - \frac{12}{\sqrt{2}}$$

$$= 6\sqrt{2} + 9 - 8 - 6 \times \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \cancel{6\sqrt{2}} + 1 - \cancel{6\sqrt{2}}$$

$$= 1$$

Ridha Maths

(2)

$$\frac{a}{\sqrt{a}} = \sqrt{a}$$

$$c = a^3 (b^{-3} + a^{-3}) - a^6$$

③

$$= a^3 b^{-3} + a^3 - a^6$$

$$= \underbrace{a^3 \cdot b^{-3}} + 1 - a^6$$

$$= a^3 \times \frac{1}{b^3} + 1 - a^6 = a^3 \times \left(\frac{1}{b}\right)^3 + 1 - a^6$$

$$= a^3 \times a^3 + 1 - a^6$$

$$\frac{1}{b} = a$$

$$= a^6 + 1 - a^6$$

$$= 1 \in \mathbb{N}$$

∴ the given expression is in \mathbb{N}

Ridha Maths

$$(axb)^n = a^n \times b^n.$$

تعمیرت عددی

$$A = \frac{5}{4}x^2 + 7x - 3 \quad (3) \quad (1)$$

$$A = \frac{5}{4} \times \left(-2\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 + 7 \times \left(-2\sqrt{\frac{3}{5}}\right) - 3 - 1$$

$$= \frac{5}{4} \times (-2)^2 \times \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 - 14\sqrt{\frac{3}{5}} - 3.$$

$$= \frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} \times \cancel{4} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} - 14\sqrt{\frac{3}{5}} - 3$$

$$= 3 - 3 - 14\sqrt{\frac{3}{5}}.$$

$$A = -14\sqrt{\frac{3}{5}}.$$

$$(a-b)^2 = \underline{a^2} - \underline{2ab} + \underline{b^2}.$$

$$اذا \quad x = \sqrt{2} - 1. \quad - \quad b$$

$$A = \frac{5}{4}(\sqrt{2}-1)^2 + 7(\sqrt{2}-1) - 3.$$

$$= \frac{5}{4} \times ((\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} + 1^2) + 7\sqrt{2} - 7 - 3$$

$$= \frac{5}{4} \times (2 - 2\sqrt{2} + 1) + 7\sqrt{2} - 10$$

$$= \frac{5}{4} (3 - 2\sqrt{2}) + 7\sqrt{2} - 10$$

$$= \frac{15}{4} - \frac{10\sqrt{2}}{4} + 7\sqrt{2} - 10$$

$$= \frac{15}{4} - \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{7\sqrt{2}}{1} - 10$$

$$= \frac{15}{4} - \frac{10}{4} + \frac{7\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$A = -\frac{25}{4} + \frac{14\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$A = -\frac{25}{4} + \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$A = \left(\frac{3}{2}x + 1\right)^2 - (x - 2)^2 \quad \text{--- } \textcircled{2}$$

$$= \left[\left(\frac{3}{2}x + 1\right) + (x - 2)\right] \times \left[\left(\frac{3}{2}x + 1\right) - (x - 2)\right]$$

$$= \left[\frac{3}{2}x + \frac{2}{2}x - 1\right] \times \left[\frac{3}{2}x + 1 - x + 2\right]$$

$$= \left[\frac{5}{2}x - 1\right] \times \left[\frac{3}{2}x - \frac{2}{2}x + 3\right]$$

$$A = \left(\frac{5}{2}x - 1\right) \times \left(\frac{1}{2}x + 3\right)$$

$$\bullet \left(\frac{3}{2}x+1\right)^2 - (x-2)^2$$

$$= \left(\left(\frac{3}{2}x\right)^2 + 2 \times \frac{3}{2}x \times 1 + 1^2\right) - (x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2)$$

$$= \frac{9}{4}x^2 + 3x + 1 - x^2 + 4x - 4$$

$$= \frac{9}{4}x^2 - \frac{4}{4}x^2 + 7x - 3$$

$$= \frac{5}{4}x^2 + 7x - 3 = A$$

$$A = \left(\frac{3}{2}x+1\right)^2 - (x-2)^2$$

$$\left(\frac{5}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+3\right) = 0 \quad \text{أو} \quad A=0 \quad \text{— ③}$$

$$\frac{5}{2}x-1=0 \quad \text{و} \quad \frac{1}{2}x+3=0$$

$$\frac{5}{2}x=1 \quad \text{و} \quad \frac{1}{2}x=-3$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 3 \times \frac{2}{1} = 6$$

$$|A| = \sqrt{\frac{x^2}{4} + 3x + 9}$$

∴

$$|A| = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 3 + 3^2}$$

$$|A| = \sqrt{\left(\frac{x}{2} + 3\right)^2}$$

∴
∴
∴

$$|A| = \left|\frac{x}{2} + 3\right|$$

∴

$$A = -\left(\frac{x}{2} + 3\right) \quad \text{و} \quad A = \frac{x}{2} + 3 \quad \text{∴}$$

$$A + \left(\frac{x}{2} + 3\right) = 0 \quad \text{و} \quad A - \left(\frac{x}{2} + 3\right) = 0 \quad \text{∴}$$

$$\left(\frac{x}{2} + 3\right)\left(\frac{5x}{2} - 1\right) + \left(\frac{x}{2} + 3\right) = 0, \quad \left(\frac{x}{2} + 3\right)\left(\frac{5x}{2} - 1\right) - \left(\frac{x}{2} + 3\right) = 0.$$

$$\left(\frac{x}{2} + 3\right)\left[\frac{5x}{2} - 1 + 1\right] = 0, \quad \left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left[\frac{5x}{2} - 1 - 1\right] = 0.$$

$$\left(\frac{x}{2} + 3\right) + \left(\frac{5x}{2}\right) = 0, \quad \left(\frac{1}{2}x + 3\right)\left(\frac{5x}{2} - 2\right) = 0.$$

$$\frac{x}{2} + 3 = 0 \quad \text{و} \quad x = 0$$

$$\frac{x}{2} = -3 \quad \text{و} \quad x = 0, \quad \frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \text{و} \quad \frac{5x}{2} - 2 = 0$$

$$\frac{x}{2} = -3 \quad \text{و} \quad x = 0, \quad \frac{1}{2}x = -3 \quad \text{و} \quad \frac{5x}{2} = 2$$

$$x = -6 \quad \text{و} \quad x = 0$$

$$x = -6 \quad \text{و}$$

$$x = \frac{4}{5}$$

معرفة على

في الملحق 1: (O, I, J) معيّن متعامد من المستوي بحيث $OI = OJ = 1\text{cm}$ و $M(0, \sqrt{2})$ و $B(0; 3\sqrt{2} + 2)$

1. عيّن النقطة $A(0, -1)$.

أحسب BA و BM واستنتج أنّ $\frac{BM}{BA} = \frac{2}{3}$.

⊛ لنا $A(0, -1)$ إذا $A \in (OJ)$ و $B \in (OJ)$ على

$$\begin{aligned} BA &= |y_A - y_B| \times oJ = |-1 - (3\sqrt{2} + 2)| \times 1 \\ &= |-1 - 3\sqrt{2} - 2| \\ &= |-3 - 3\sqrt{2}| \end{aligned}$$

$$BA = 3 + 3\sqrt{2} = 3(1 + \sqrt{2})$$

ل B و M نقطتان من (OJ) إذا

$$\begin{aligned} BM &= |y_M - y_B| \times oJ \\ &= |\sqrt{2} - (3\sqrt{2} + 2)| \\ &= |\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2| = |-2\sqrt{2} - 2| \\ &= 2\sqrt{2} + 2 = 2(\sqrt{2} + 1). \end{aligned}$$

$$\frac{BM}{BA} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{3(\sqrt{2}+1)} = \frac{2}{3}.$$

2. عيّن النقطة $K(3,0)$ وليكن C منظرًا A بالنسبة إلى K .
أوجد إحداثيات النقطة C .

لنا C منظرًا لـ A بالنسبة إلى K

إذا K منتصف $[AC]$ ومنت

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = 2x_k - x_A \\ y_c = 2y_k - y_A \end{array} \right. \quad \text{و بالتالي} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_k = \frac{x_A + x_c}{2} \\ y_k = \frac{y_A + y_c}{2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = 2 \times 3 - 0 = 6 \\ y_c = 2 \times 0 - (-1) = 1 \end{array} \right.$$

إذا

$$C(6,1)$$

و منت

3. المستقيم المارّ من M و الموازي لـ (AK) يقطع (BK) في النقطة G .
بيّن أنّ G مركز ثقل المثلث ABC .

(*)

لنا على المثلث BAK :

$$\left(\begin{array}{l} (MG) \parallel (AC) \\ K \in (AC) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} (MG) \parallel (AK) \\ \text{طبقة} \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} M \in (AB) \\ G \in (BK) \end{array} \right\}$$

إذا حسب نظرية طاليس كان

$$\frac{BG}{BK} = \frac{BM}{BA} = \frac{MG}{AK}.$$

$$\left(\begin{array}{l} \frac{BM}{BA} = \frac{2}{3} \\ \text{لنا} \end{array} \right)$$

$$\frac{BG}{BK} = \frac{BM}{BA} = \frac{2}{3} \quad \text{وهذا}$$

$$BG = \frac{2}{3} BK \quad \text{وعبارة}$$

لدينا على المثلث ABC :

$[BK]$ الوسط الذي يارفع من B ، والواحد $[AC]$.

و $G \in [BK]$ طبقة $BG = \frac{2}{3} BK$

إذن G هي مركز ثقل المثلث ABC .

4. المستقيم (AG) يقطع (BC) في النقطة D .

أ. بين أن D منتصف $[BC]$.

ب. بين أن $(DK) \perp (OI)$.

أ- لنا G هو مركز ثقل المثلث ABC ، إذا (AG) هو

المستقيم AG يمر للمؤسّط A والحواف $[BC]$

و بصا $D = (AG) \cap [BC]$ حيث D منتصف $[BC]$

ب- لنا على المثلث ABC

$(AB) \parallel (DK)$ إذا $\left. \begin{array}{l} D \text{ منتصف } [BC] \\ K \text{ منتصف } [AC] \end{array} \right\}$

وبصا A و B نقطتا (OK) حيث $(OK) = (AB)$

ونعلم أن $(OI) \perp (OK)$

إذا $(DK) \perp (OI)$

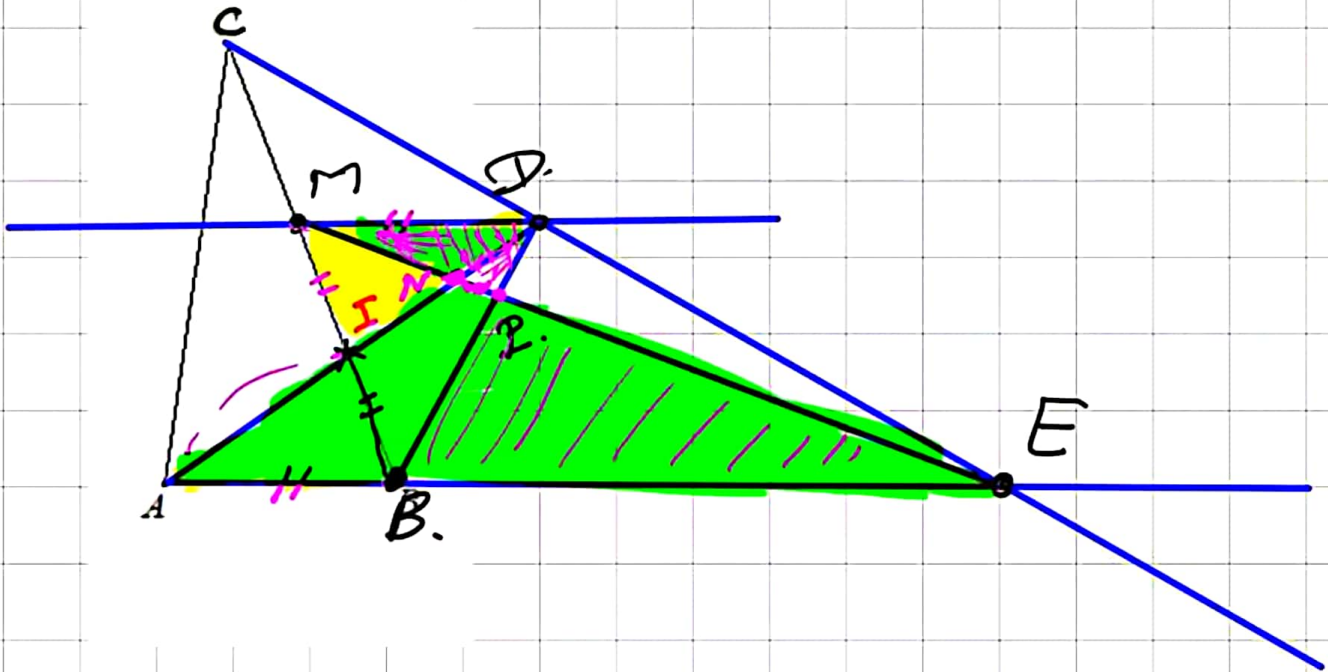
تمرين 5: (4 نقاط)

1. في الملحق 2: ABC مثلث بحيث $AB = 3\text{cm}$.

ابن النقطة I من $[BC]$ بحيث $BI = \frac{BC}{3}$.

ابن النقطة D مناظرة A بالنسبة إلى I .

المستقيم المار من D و الموازي لـ (AB) يقطع (BC) في النقطة M .



② - 9 - لنا على المثلث $\triangle AB$.

$\left. \begin{array}{l} M \in (IB) \\ D \in (IA) \end{array} \right\} \text{حيث } (MD) \parallel (AB)$

أدنى حسب مبدأ التناظر فإن

$$\frac{IB}{IM} = \frac{IA}{ID} = \frac{AB}{MD} \text{ وحين}$$

ب - لنا D مناظرة A بالنسبة إلى I

أدنى I منتصف $[AD]$ وحين $IA = ID$ وباللأب $\frac{IA}{ID} = 1$

$$\frac{IB}{IM} = \frac{IA}{ID}$$

$$I_B = I_M \cdot \text{و بالنتيجة} \quad \frac{I_B}{I_M} = 1 \quad \text{إذا}$$

و من ثم إن I و B و M هي استقامت واحدة

إذا I متصف $[BM]$.

حيث ياتي التفاعل $ABDM$ لتأخراته $[AD]$

و $[BM]$ لتأخراته من متصف I إذا هو

متوازي التفاعل.

$$\frac{CM}{CB} = \frac{BC - BM}{BC}$$

$$= \frac{BC}{BC} - \frac{BM}{BC}$$

$$= 1 - \frac{2BI}{BC}$$

$$= 1 - \frac{2}{3}$$

$$\left(\begin{array}{l} M \in [BC] \\ \text{إذا } CM = BC - BM \\ (BM = 2BI) \end{array} \right) \text{ - ج.}$$

$$\frac{BI}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{CM}{CB} = \frac{1}{3}$$

③ لنا في المسألة CBE

لان $(BE) \parallel (MD)$ $\left\{ \begin{array}{l} D \in (CE) \\ M \in (CB) \end{array} \right.$ $\left. \begin{array}{l} \text{خطية} \\ \dots \end{array} \right)$

حسب معرفة طالس فان

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CM}{CB} = \frac{MD}{EB}$$

$$\frac{MD}{EB} = \frac{CM}{CB} = \frac{1}{3} \quad \text{وحيث}$$

$$BE = 3MD. \quad \text{لان} \quad \frac{MD}{EB} = \frac{1}{3}$$

(ABDM
موازي

لان) $MD = AB = 3 \text{ cm}$

$$BE = 3 + 3 = 9 \text{ cm} \quad \text{وحيث}$$

④ 1 - لتاتي المسألة NAE :

$(MD) \parallel (AE)$ $\left\{ \begin{array}{l} D \in (NA) \\ M \in (NE) \end{array} \right.$ $\left. \begin{array}{l} \text{خطية} \\ \dots \end{array} \right)$

اذنا حسب معرفة طالس فان

$$\frac{NM}{NE} = \frac{ND}{NA} = \frac{MD}{AE} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$NM = \frac{NE}{4}$$

إذًا

لنأخذ المثلث PBE

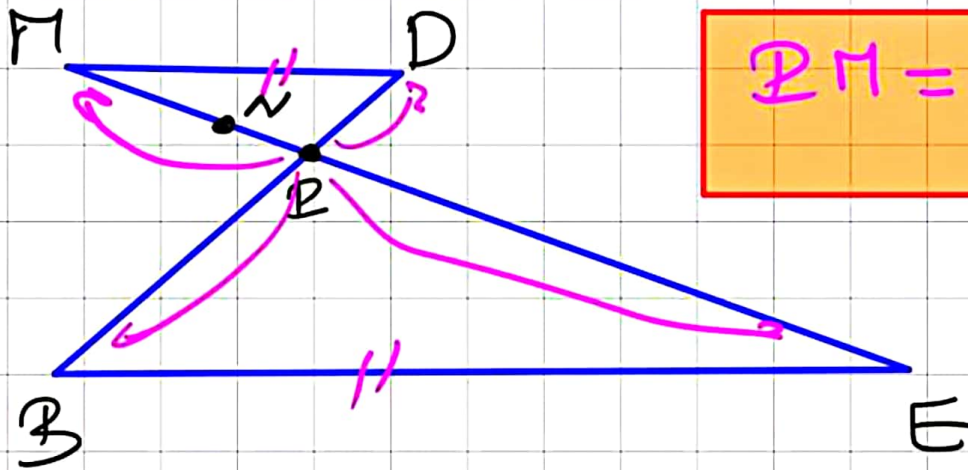
$$(BE) \parallel (MD) \text{ حيث } \left. \begin{array}{l} D \in (PB) \\ M \in (BE) \end{array} \right\}$$

إذًا حسب المبرهن الثالث فإن

$$\frac{PM}{PE} = \frac{PD}{PB} = \frac{MD}{EB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$PM = \frac{PE}{3}$$

وبما



$$PN = PM - MN$$

- ج

$$PN = \frac{PE}{3} - \frac{NE}{4}$$

$$PN = \frac{PE}{3} - \frac{NP + PE}{4} = \frac{4PE}{12} - \frac{3NP + 3PE}{12}$$

$$PN = \frac{PE}{12} - \frac{3NP}{12}$$

$$\frac{4PN}{4} + \frac{NP}{4} = \frac{PE}{12}$$

$$\frac{5}{4} NP = \frac{PE}{12}$$

$$NP = \frac{4 \times PE}{5 \times 12}$$

$$NP = \frac{PE}{15}$$