

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2020	Session principale	
	 Épreuve : Mathématiques	Section : Sciences expérimentales
	Durée : 3h	Coefficient de l'épreuve: 3

β β β β β β

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie

Exercice 1 : (3 points)

Le tableau ci-dessous donne la répartition d'une population en trois catégories, selon l'indice de masse corporelle (IMC) exprimé en kg/m^2 .

Catégorie	(IMC < 25) Personnes de poids normal	(25 ≤ IMC < 30) Personnes en surpoids	(IMC ≥ 30) Personnes obèses
Pourcentage	50%	30%	20%

Une étude a montré que :

- 3% des personnes de poids normal sont diabétiques.
- 7% des personnes en surpoids sont diabétiques.
- 9 % des personnes obèses sont diabétiques.

On choisit au hasard une personne de cette population et on considère les événements suivants :

A : « La personne choisie est de poids normal ».

B : « La personne choisie est en surpoids ».

C : « La personne choisie est obèse ».

D : « La personne choisie est diabétique ».

- 1) a) Déterminer $p(A \cap D)$, $p(B \cap D)$ et $p(C \cap D)$.
 b) Montrer que $p(D) = 0.054$.
 c) Calculer la probabilité que la personne choisie ne soit pas de poids normal sachant qu'elle est diabétique. (On donnera le résultat arrondi à 10^{-3})
- 2) On choisit, au hasard, n personnes de cette même population. On désigne par p_n la probabilité qu'aucune personne n'est diabétique.
 - a) Exprimer p_n en fonction de n puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.
 - b) Déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n \leq 0.1$.

Exercice 2 : (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

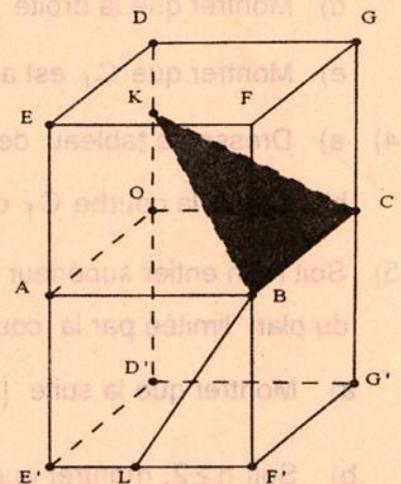
Dans la **figure de l'annexe ci-jointe** (page 4/4), on a placé les points A et B d'affixes

respectives $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $z_B = \frac{1}{2}z_A^2$, ainsi que le milieu I du segment $[AB]$.

- 1) a) Déterminer la forme algébrique de chacun des nombres complexes z_A et z_B .
 b) Vérifier que l'affixe du point I est $z_I = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)(1+i)$.
- 2) On considère dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 + 2z - 2(1+\sqrt{3})(1+i) = 0$.
 Soit M et N deux points d'affixes respectives z et $\frac{1}{2}z^2$ où z est un nombre complexe non nul et différent de 2.
 a) Montrer que le point I est le milieu de $[MN]$, si et seulement si, z est une solution de (E).
 b) Justifier que z_A est une solution de (E).
- 3) Soit z_C la deuxième solution de (E), C le point d'affixe z_C et K le point d'affixe (-2) .
 a) Donner la valeur de $z_A + z_C$.
 b) Montrer que le quadrilatère OAKC est un parallélogramme. Construire alors le point C.
 c) Soit le point D d'affixe $z_D = \frac{1}{2}z_C^2$. Construire dans l'annexe le point D.
- 4) a) Ecrire $(1+i)$ sous forme exponentielle. En déduire que $z_A \cdot z_C = 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})e^{i\left(\frac{5\pi}{4}\right)}$
 b) Montrer que les points O, A et D sont alignés.

Exercice 3 : (5 points)

Dans la figure ci-contre, OABCDEFG et OABCD'E'F'G' sont deux cubes identiques d'arête 1. On munit l'espace du repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$. Les points K et L sont définis par $\overrightarrow{OK} = a\overrightarrow{OD}$ et $\overrightarrow{E'L} = (1-a)\overrightarrow{OC}$ où a est un réel de l'intervalle $]0,1[$.



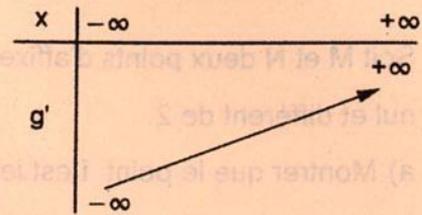
- 1) a) Donner les coordonnées des points C, B, F et K.
 b) Montrer que $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BK} = a\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$
 c) Calculer le volume du tétraèdre FBCK.
- 2) Soit P le plan (BCK).
 Montrer qu'une équation de P est $ay + z - a = 0$.
- 3) a) Donner les coordonnées de E'. En déduire que $L(1, 1-a, -1)$.
 b) Montrer que B est le projeté orthogonal du point L sur le plan P.
- 4) Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2(a-1)y + 2z + 1 - 2a = 0$.
 a) Montrer que (S) est la sphère de centre L est de rayon $R = \sqrt{2+a^2}$
 b) Montrer que (S) et P se coupent suivant un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 4 : (7 points)

1) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^2 + e^{-x}$.

a) Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

On a dressé ci-contre, le tableau de variation de g' la fonction dérivée de g .



b) Montrer que l'équation $g'(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique β et vérifier que $0.3 < \beta < 0.4$.

c) Déterminer le signe de $g'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

Dans la suite, on considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{g(x)}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

2) Justifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x)$ et $f'(x)$ ont même signe.

3) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

c) Vérifier que pour tout réel $x > 0$, $f(x) - x = \frac{e^{-x}}{f(x) + x}$.

d) Montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.

e) Montrer que C_f est au-dessus de la droite Δ .

4) a) Dresser le tableau de variation de f .

b) Tracer la courbe C_f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) . (On prendra $\beta \approx 0.35$)

5) Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On désigne par a_n l'aire en (u.a) de la partie du plan limitée par la courbe C_f , la droite Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = n$.

a) Montrer que la suite $(a_n)_{n \geq 2}$ est croissante.

b) Soit $n \geq 2$, montrer que pour tout $x \in [1, n]$, $\frac{e^{-x}}{n + f(n)} \leq f(x) - x \leq \frac{e^{-x}}{1 + f(1)}$.

c) En déduire que pour tout $n \geq 2$, $\frac{e^{-1} - e^{-n}}{n + f(n)} \leq a_n \leq \frac{e^{-1} - e^{-n}}{1 + f(1)}$.

d) Montrer que la suite $(a_n)_{n \geq 2}$ est convergente.

6) a) Déterminer une valeur approchée à 10^{-4} de chacun des nombres $\frac{e^{-1} - e^{-2}}{2 + f(2)}$ et $\frac{e^{-1}}{1 + f(1)}$.

b) On note $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$. Montrer que $0.05 < L < 0.17$.

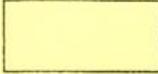


Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants
.....
.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences expérimentales
Session principale (2020)
Annexe à rendre avec la copie

Tunitests.tn

