

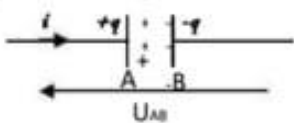
## I - CONDENSATEUR

**Définition :** Un condensateur est l'ensemble de deux conducteurs séparés par un isolant .

- un condensateur doit être utilisé en courant variable ou en régime transitoire (au cours de charge ou décharge ) .

- un condensateur est chargé lorsque la tension entre ses armatures est non nulle.

Quand l'une des armature porte une charge positive (+q) l'autre porte une charge négative (-q), q est appelée la charge du condensateur



TuniTests

La charge q d'un condensateur est donnée par la r

C : est la capacité du condensateur c'est une grandeur positive exprimé en farad (F).

U : est la tension à ses bornes, exprimées en volt (V).

La capacité C d'un condensateur est donnée par :

$\epsilon$  : permittivité du diélectrique.

S : surface des plaques.

e : épaisseur du diélectrique.

- l'intensité du courant est une grandeur algébrique.

- l'intensité d'un courant peut être définie comme le débit de charge tel que

- Dans le cas d'un courant variable :

on a :  $q = CU$  donc  $U = \frac{q}{C}$

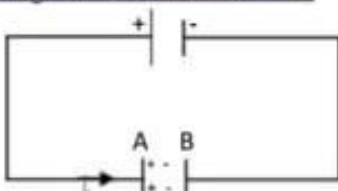
donc

- un condensateur de capacité C de tension  $U_C$  emmagasine une énergie  $E_C$  :

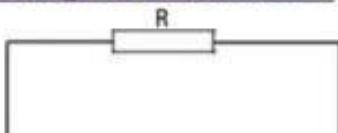
$$E_C = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU$$

Rq : le condensateur est un composant électrique capable de stoker des charges électriques.

**Charge de condensateur :**



**décharge de condensateur :**



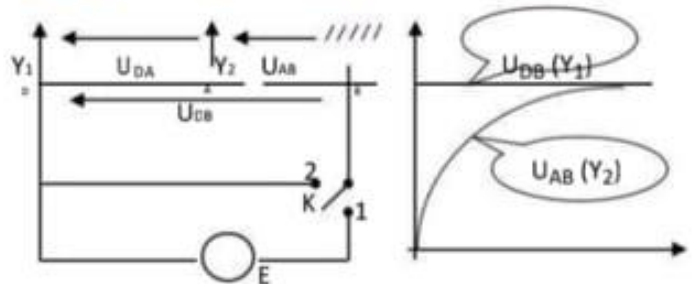
## Cours : Dipole RC

- Tension de Claquage :

On appelle tension de claquage d'un condensateur la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur. (il est détérioré).

## II - LE DIPÔLE RC

### I- Réponse d'un dipôle RC (charge de condensateur)



- commutateur K dans la position le générateur fournit la tension constante E au dipôle RC donc  $U_{DB} = E$  la tension  $U_{AB}$  aux bornes du condensateur croît progressivement jusqu'à devenir égale à E. Comme  $q = CU_{AB}$  la charge du condensateur évolue de manière similaire à  $U_{AB}$ .

⇒ La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension et la charge du condensateur n'étant pas instantanée Celle-ci constitue un phénomène Transitoire .

**Etude théorique :**

Loi de maille

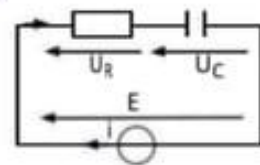
$$U_C + U_R - E = 0$$

$$\text{Donc } U_C + Ri = E$$

$$\text{Or } U_C = \frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + Ri = E$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$$



Donc 1  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$  avec

Equation différentielle en  $U_C$

On a  $U = \frac{q}{C}$  et  $i = \frac{dq}{dt}$   $\rightarrow q = \int i dt$

Donc  $U_C = \frac{E}{R} \cdot R = E$

Donc  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$

Equation différentielle en q

Au :  $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$  Equation différentielle en i

2 On  $U_R + U_C = E$  donc  $Ri + \frac{q}{C} = E$

Si on dérive par rapport au temps on obtien :

$$R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \text{ d'où } R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

Donc  $R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$  Equation différentielle en i

$U_R \times ( \frac{dq}{dt} ) = 0$  alors  $U_C = E$

Alors  $R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$  Equation différentielle en  $U_R$

• Expression de  $U_C(t)$  :

La solution de l'équation différentielle est de la

forme :  $U_C(t) = B + A$

à  $t = 0$  on a  $U_C = 0$  donc  $B + A = 0$  d'où  $A = -B$

donc  $U_C(t) = -A + A e^{-t/\tau} = A(1 - e^{-t/\tau})$

donc  $U_C(0) = -A$

donc on a  $U_C(0) = -A = 0$

multiplier par  $e^{t/\tau}$  :  $-A e^{t/\tau} + A(1 - e^{-t/\tau}) = E e^{t/\tau}$

$\rightarrow -A + (1 - e^{-t/\tau})A = E$

Par identification on a :  $-A = E$  et  $(1 - e^{-t/\tau}) = 0$

Donc  $A = -E$  et  $B = E$

Donc  $U_C(t) = -E(1 - e^{-t/\tau}) = E(1 - e^{-t/\tau})$

• Expression de  $q(t)$  : On

à  $q = C U_C$  avec  $Q_0 = CE$

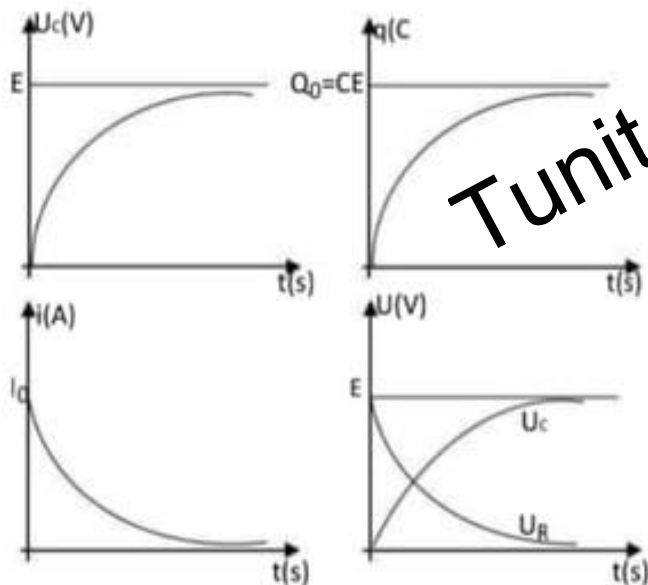
Donc  $q(t) = C U_C(t) = CE(1 - e^{-t/\tau}) = Q_0(1 - e^{-t/\tau})$

• Expression de  $i(t)$  :

On a  $i = \dot{q} \rightarrow i(t) = \frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau} = I_0 e^{-t/\tau}$

donc  $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

au cours de charge



**2- décharge d'un condensateur :**

• K dans la position la tension au borne du condensateur est  $U = E$  par la suite  $U_C$  décroît jusqu'à s'annuler et comme  $q = C U_C$ ,  $q$  évolue comme  $U_C$ .

• Dans un dipôle RC, un condensateur chargé se décharge progressivement dans le résistor.

Etude théorique :

$U_C + U_R = 0 \rightarrow U_C + R i = 0$  ( $i = -\dot{q}$ ) et  $q = C U_C$

Donc  $U_C + R(-\dot{q}) = 0 \rightarrow U_C + R \dot{q} = 0$

$U_C + R \dot{q} = 0$  : équation différentielle en  $U_C$  sans second membre.

On a  $U_C = -R \dot{q}$  d'où  $U_C + R \dot{q} = 0$

Donc  $U_C + R \dot{q} = 0 \rightarrow U_C + R \dot{q} = 0$  : eq diff en  $q$

Donc  $\int U_C + R \dot{q} dt = 0$  eq diff en  $q$

• Expression de  $U_C(t)$  :

L'équation différentielle admet comme solution :

$U_C(t) = A e^{-t/\tau}$  à  $t = 0$  on a  $U_C = E = A$

Donc en remplace dans l'équation différentielle :

$-A + R(-\frac{A}{\tau}) = 0$

$\rightarrow (-1 - \frac{R}{\tau}) = 0$  donc  $(-1 - \frac{R}{\tau}) = 0$

Donc  $\tau = -R$

Donc  $U_C(t) = E e^{-t/\tau}$

• Expression de  $q(t)$  :

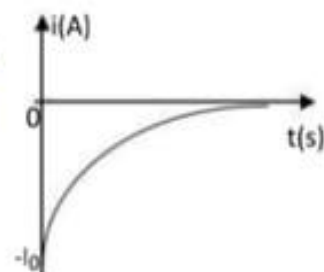
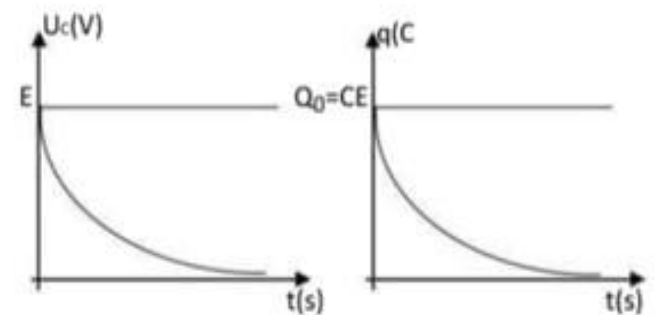
On a  $q(t) = C U_C(t) = CE e^{-t/\tau} = Q_0 e^{-t/\tau}$

• Expression de  $i(t)$  :

On a  $i = -\dot{q} \rightarrow i(t) = \frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

Donc  $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

au cours de la décharge



• Influence des grandeurs caractéristique de dipôle RC = RC : constante de temps

**Définition :**

La constante de temps est une grandeur caractéristique de dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension  $U_C = E$  entre

les armatures du condensateur, la charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps est plus petit. La constante de temps est une grandeur caractéristique de dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit le régime permanent.

• détermination de la constante de temps :

◊ Par calcul direct  $\tau = RC$   
(s) (Ω)(C)

◊ 1<sup>ère</sup> méthode Détermination graphique :  
On trace la tangente à la courbe

L'équation de la tangente :  $U_C = at$   $\rightarrow a = \left. \frac{dU_C}{dt} \right|_{t=0}$  or  $\left. \frac{dU_C}{dt} \right|_{t=0} = \frac{E}{\tau} = a$

Donc  $U_C = \frac{E}{\tau}t$  pour  $t = \tau$  on a  $U_C = E e^{-1}$  ce l'intersection de la tangente avec la droite  $U_C = E$  donne  $t = \tau$

◊ 2<sup>ème</sup> méthode :

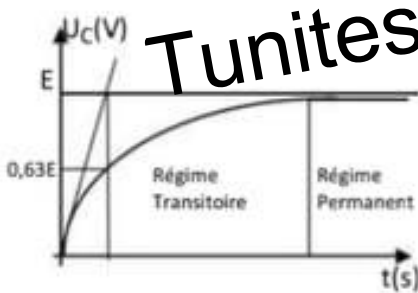
-Au cours de la charge de condensateur  $U_C = E(1 - e^{-t/\tau})$

Pour  $t = \tau$  on a  $U_C(\tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$

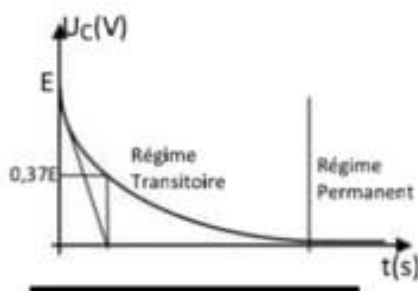
-Au cours de la décharge condensateur on a

$U_C(t) = E e^{-t/\tau}$  pour  $t = \tau$  on a  $U_C(\tau) = E e^{-1} = 0,37E$

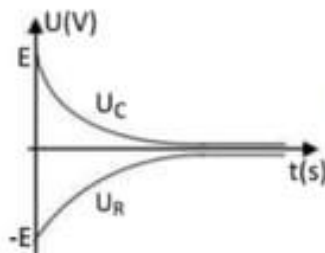
**Charge de condensateur**



**Décharge de condensateur**



• au cours de la décharge de condensateur



• temps de la charge de condensateur :

Un condensateur est chargé ssi la différence entre  $U_C$  et  $E$  ne dépasse pas 1%.

Donc  $1 - e^{-t/\tau} = 0,99$

Donc  $E - U_C = 0,01E$  or  $U_C = E(1 - e^{-t/\tau})$

Donc  $t_c = ?$   $E - E(1 - e^{-t_c/\tau}) = 0,01E$

Donc  $E - E + E e^{-t_c/\tau} = 0,01E$

Donc  $E e^{-t_c/\tau} = 0,01E \rightarrow e^{-t_c/\tau} = 0,01$

$\ln e^{-t_c/\tau} = \ln 0,01 \rightarrow -\frac{t_c}{\tau} = \ln 10^{-2}$

$-t_c/\tau = -2 \ln 10$  donc  $t_c = 2 \tau \ln 10$

Donc  $t_c = 4,6 \tau$  donc  $t_c = 5 \tau$

Temps pour la charge complète de condensateur  
Etude dimensionnellement de :

- 1<sup>ère</sup> méthode :

Donc  $U_C = E$  alors  $U_C = E$  (V)

Alors  $\tau = \frac{U_C}{I}$  en dimension  $= \frac{V}{V \cdot S^{-1}} = S$

- 2<sup>ème</sup> méthode :

$[U_C] = [R][C]$  avec  $[R] = \frac{U_C}{I} = \frac{V}{A \cdot s}$  et  $[C] = \frac{Q}{U_C} = \frac{C}{V}$

D'où  $[C] = \frac{[U_C][I][s]}{[U_C]} = [I][s]$  alors  $[C] = A \cdot s$

**Conclusion :**

	$u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$	$q(t) = EC(1 - e^{-t/\tau})$	$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$	$u_R(t) = E e^{-t/\tau}$
A t=0	0	0	$i_{max} = \frac{E}{R}$	E
A t=tau	0,63E	0,63 Q <sub>max</sub> = 0,63 EC	$0,37 i_{max} = 0,37 \frac{E}{R}$	0,37E
A t=5tau	E	Q <sub>max</sub>	0	0
Représentation Graphique				

**Remarque :**

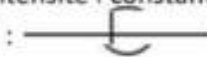
5 Pour un générateur de tension (idéal) de force électromotrice E et de résistance interne  $r = 0$  qui délivre au cours de temps une tension constante égale E et symbolisé par :



A la fin de la charge du condensateur on a :

$U_C = E ; i = 0$  et  $q = Q_{max}$

5 Pour un générateur du courant délivrant un courant électrique d'intensité I constante au cours du temps symbolisé par :



$I = \dots$

\*Remarque :

Soit  $t_1$ , date à laquelle  $u_C = u_{Cmax} / 2$  (le condensateur est chargé à 50 % de sa charge maximale) alors  $E(1 - e^{-t_1/\tau}) = \frac{E}{2}$  donc  $e^{-t_1/\tau} = \frac{1}{2}$  d'où  $t_1 = \tau \cdot \ln 2 = 0,69 \tau$ .

