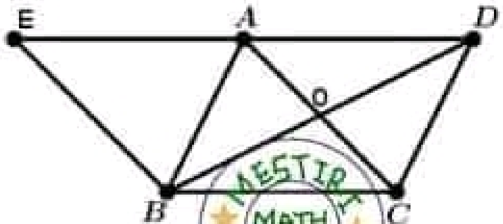
| Prof : Mestiri Lotfi | Devoir de contrôle N°3<br>Mathématiques | 1ère S9 &11<br>Temps : 45mn | Lycée Taher Sfar Mahdia<br>A.S :2021&2022 |
|---|---|---|---|

**EXERCICE N° 1 :** *(3 points= 0,25+0,25+0,25+0,25+1+1)*

On considère la figure ci- contre ABCD et AEBC sont deux parallélogrammes . O le centre de ABCD.

1) Compléter les égalités par la lettre qui convient :




* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D\ldots}$ .

* $\overrightarrow{E\ldots} = \overrightarrow{\ldots C} = \overrightarrow{A\ldots}$ .

2) a) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DB}$.

b) Montrer que B le milieu du segment [FC] .

**EXERCICE N° 2 :** *( 10 points =1+1,5+1,5+2+2+1+1)*

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ .

a) $7x - 1 = 0$

b) $(2 - 3x)(3x + 1) = 0$

c) $(x + 2)^2 = 9$

2) Soit $A(x) = x^3 - 64 + 3(x - 4)(2x + 3)$

a) Montrer que $A(x) = (x - 4)(x + 5)^2$ .

b) Compléter le tableau de signe de $A(x)$ .

| $x$ | $-\infty$ | ……… | ……… | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $(x+5)^2$ | + | ……… | ……… | |
| $(x-4)$ | ……… | ……… | ……… | |
| $A(x)$ | ……… | ……… | ……… | |

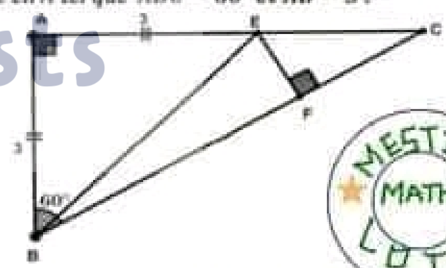
c) Comparer $A(3 + \sqrt{3})$ et $A(2 + \sqrt{2})$

d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ : $A(x) \geq 0$ .

**EXERCICE N°3 :** *(7points = 0,5+0,5+0,5+0,5+1+1+1+1+1 )*

I ) Dans la figure ci-dessous on a ABC un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 60°$ et $AB = 3$ .

E un point de $[AC]$ telque $AE = AB$ , F est le projeté orthogonale de E sur $(BC)$




1) Calculer BC , AC et EC .

2) Donner la valeur de $\widehat{CEF}$ puis montrer que :

$$EF = \frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1).$$

3) a) Calculer BE .

b) Déterminer $\widehat{BEF}$ .

c) Montrer que $\cos(75°) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ .

( On donne $\cos(60°)\frac{1}{2}$ ; $\sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos(45°) = \sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$)

II) Soit $x$ une mesure d'un angle aigu .

1) Montrer que $\frac{\cos^2(x)-\cos^4(x)}{\sin^2(x)-\sin^4(x)} = 1$.

2) Montrer que $\cos^2(55°) + \cos^2(57°) + \cos^2(35°) + \cos^2(33°) = 2$ .

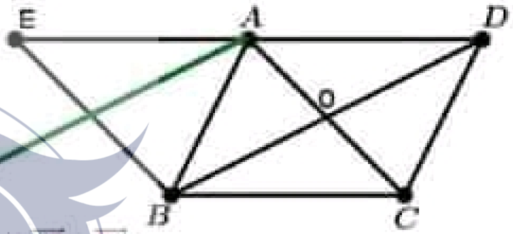
☺ Bon travail ☺

# Correction

**EXERCICE N° 1 :** *(3 points= 0,25+0,25+0,25+0,25+1+1)*

*On considère la figure ci- contre ABCD et AEBC sont deux parallélogrammes . O le centre de ABCD.*

*1) Compléter les égalités par la lettre qui convient :*




* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

* $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ .

*2) a) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DB}$.*

*b) Montrer que B le milieu du segment $[FC]$ .*

*On a $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DB}$ équivaut à $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{FB}$ , comme $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ alors $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BC}$ .

*$\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BC}$ équivaut à B le milieu du segment $[FC]$ .

**EXERCICE N° 2 :** *( 10 points =1+1,5+1,5+2+2+1+1)*

*1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ .*

*a)* $7x - 1 = 0$ *équivaut à* $x = \frac{1}{7}$ *équivaut à* $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{1}{7}\right\}$.

*b)* $(2 - 3x)(3x + 1) = 0$

*équivaut à* $2 - 3x = 0$ ou $3x + 1 = 0$ *équivaut à* $x = \frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{1}{3}$ *équivaut à* $S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2}{3} ; -\frac{1}{3}\right\}$

*c)* $(x + 2)^2 = 9$

*équivaut à* $x + 2 = 3$ ou $x + 2 = -3$ *équivaut à* $x = 1$ ou $x = -5$ *équivaut à* $S_{\mathbb{R}} = \{1 ; -5\}$.

*2) Soit* $A(x) = x^3 - 64 + 3(x - 4)(2x + 3)$

*a)Montrer que* $A(x) = (x - 4)(x + 5)^2$.

$A(x) = x^3 - 64 + 3(x - 4)(2x + 3)$

$= (x - 4)(x^2 + 4x + 16) + 3(x - 4)(2x + 3)$

$= (x - 4)(x^2 + 4x + 16 + 6x + 9)$

$= (x - 4)(x^2 + 10x + 25)$

$= (x - 4)(x + 5)^2$.

| $x$ | $-\infty$ | $-5$ | $2+\sqrt{2}$ | $4$ | $3+\sqrt{3}$ $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $(x+5)^2$ | + | 0 | + | | + |
| $(x-4)$ | − | | − | 0 | + |
| $A(x)$ | − | 0 | − | 0 | + |

*b) Compléter le tableau de signe de $A(x)$ .*

*c) Comparer $A(3 + \sqrt{3})$ et $A(2 + \sqrt{2})$*

$A(3 + \sqrt{3}) > A(2 + \sqrt{2})$

*d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ : $A(x) \geq 0$ .*

*d'après le tableau de signe de $A(x)$ on a : $A(x) \geq 0$ équivaut à $S_{\mathbb{R}} = \{-5\} \cup [4, +\infty[$ .*

**EXERCICE N°3 :** *(7points = 0,5+0,5+0,5+0,5+1+1+1+1+1 )*

*I ) Dans la figure ci-dessous on a ABC un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 60°$ et $AB = 3$ .*

*E un point de $[AC]$ telque $AE = AB$ , F est le projeté orthogonale de E sur $(BC)$*

*1) Calculer BC , AC et EC .*

*On a le triangle ABC est rectangle en A alors :*

- $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$ *signifie* $\cos(60°) = \frac{3}{BC}$ *signifie* $\frac{1}{2} = \frac{3}{BC}$ *signifie* $BC = 6$ .
- $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC}$ *signifie* $\sin(30°) = \frac{AC}{6}$ *signifie* $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{6}$ *signifie* $AC = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.
- $EC = AC - AE = 3\sqrt{3} - 3$.

*2) Donner la valeur de* $\widehat{CEF}$ *puis montrer que :* $EF = \frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)$.

- $\widehat{CEF} = 60°$ .
- *On a le triangle EFC rectangle en F alors :*

  $\cos(\widehat{CEF}) = \frac{EF}{EC}$ *signifie* $\cos(60°) = \frac{EF}{3\sqrt{3}-3}$ *signifie* $\frac{1}{2} = \frac{EF}{3\sqrt{3}-3}$ *signifie* $EF = \frac{3\sqrt{3}-3}{2} = \frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)$.

*3) a) Calculer BE .*

- *On a le triangle ABE est rectangle et isocèle en A alors* $BE = \sqrt{2}AB = 3\sqrt{2}$

*b) Déterminer* $\widehat{BEF}$ .

- $\widehat{BEF} = 180° - (\widehat{BEA} + \widehat{CEF}) = 180° - (45° + 60°) = 75°$

*c) Montrer que* $\cos(75°) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

- *On a le triangle BEF rectangle en F alors :* $\cos(\widehat{BEF}) = \frac{EF}{BE}$ *signifie* $\cos(75°) = \frac{\frac{3}{2}(\sqrt{3}-1)}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

*II) Soit x une mesure d'un angle aigu .*

*1) Montrer que* $\frac{\cos^2(x)-\cos^4(x)}{\sin^2(x)-\sin^4(x)} = 1.$

- $\frac{\cos^2(x)(1-\cos^2(x))}{\sin^2(x)(1-\sin^2(x))} = \frac{\cos^2(x)\times \sin^2(x)}{\sin^2(x)\times\cos^2(x)} = 1$ .

*2) Montrer que* $\cos^2(55°) + \cos^2(57°) + \cos^2(35°) + \cos^2(33°) = 2$ .

- $\sin^2(35°) + \sin^2(33°) + \cos^2(35°) + \cos^2(33°) = \underbrace{(\sin^2(35°) + \cos^2(35°))}_{1} + \underbrace{(\cos^2(33°) + \sin^2(33°))}_{1}$

  $= 1 + 1 = 2$

s