

**Exercice n°1: ( 7 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  par  $f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x+2}$ . On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a) Montrer que  $f'(x) = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .

2) a) Montrer que la droite  $\Delta: y = x + 2$  est une asymptote à  $C_f$  au voisinage de  $+\infty$  et  $-\infty$ .

b) Etudier la position relative de  $C_f$  et  $\Delta$ .

3) Tracer la courbe de  $f$

4) Soit  $m$  un paramètre réel. Discuter graphiquement suivant les valeurs de  $m$  le nombre des solutions de l'équation  $(E_m): x^2 + (4 - m)x + 5 - 2m = 0$

5) Soit  $g(x) = \sqrt{f(x)}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de  $g$ .

b) Dresser le tableau de variation de  $g$

c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$  puis interpréter graphiquement le résultat.

d) Tracer dans le même repère la courbe de  $g$ .

**Exercice n°2: ( 5 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

1) a) Déterminer la période  $f$

b) Montrer que la droite  $D: x = \frac{\pi}{3}$  est un axe de symétrie à la courbe de  $f$ .

c) Dédire qu'il suffit d'étudier  $f$  sur  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$

2) a) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$ .

b) Construire la courbe de  $f$  sur  $[-2\pi, 2\pi]$  en expliquant les étapes de construction.

3) Soit  $g(x) = 3\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

a) Montrer que  $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

b) Dédire une construction de la courbe de  $g$  à partir de celle de  $f$ .

( on rappelle :  $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$  et  $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$  )

**Exercice n°3: ( 8 points)**

1) Le plan est munie d'un repère orthonormé directe  $((O, \vec{u}, \vec{v}))$ . Soit  $(C)$  le cercle de centre  $O$  et rayon  $2$

On considère les points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectifs  $Z_A = 2i, Z_B = \sqrt{3} - i$  et  $Z_C = -Z_B$  et  $Z_D = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

a) Ecrire  $Z_A, Z_B, Z_C$  et  $Z_D$  sous forme trigonométrique.

b) Construire les points  $A, B, C$  et  $D$  dans le repère.

c) Montrer que  $ABC$  est rectangle en  $A$ .

d) Déterminer l'affixe du point  $E$  pour que  $ABEC$  soit un rectangle.

2) Soit le nombre complexe  $U = Z_B \times Z_D$

a) Ecrire  $U$  sous forme algébrique.

b) Déterminer le module et l'argument de  $U$ .

c) Dédire les valeurs exactes de  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  et  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ .

3) Soit  $\Delta$  la droite passant par  $A$  et parallèle à  $(BC)$  qui recoupe  $(C)$  en un point  $M$  d'affixe  $Z_M$ .

a) Montrer qu'il existe un réel  $\alpha$  strictement positif tel que :  $Z_M - Z_A = 2\alpha Z_B$ .

b) Ecrire  $Z_M$  sous forme algébrique en fonction de  $\alpha$ .

c) Vérifier que  $|Z_M| = 2$  puis déduire la valeur de  $\alpha$ .

# TuniTests