

# اختبار تجريبي في الرياضيات

السنة الدراسية



2022 2021

شهادة ختم التعليم الأساسي العام

مدة الاختبار : ساعتان

الأستاذ : جوهر توابتي

## التمرين عدد 01

لكل سؤال إجابة صحيحة ، أكتب على ورقة تحريرك رقم السؤال و المقترح الصحيح الموافق له

(1)  $(0, 1, |)$  معين متعامد في المستوي ، إذا كان  $a$  عددا حقيقيا و  $A(|3a - 1|; -16)$  و  $B(5; 9a^2)$  نقطتين من المستوي فإن  $A$  و  $B$  متناظرتان بالنسبة إلى  $(OI)$  إذا كان :

$$a = \frac{5}{3}$$

$$a = -\frac{4}{3}$$

$$a = 2$$

(2) العدد  $10000001^2 + 20000003$  يقبل القسمة على :

$$15 \text{ و } 12$$

$$15 \text{ و } 6$$

$$12 \text{ و } 6$$

(3) إذا كان  $ABCD$  مربعاً و  $G$  مركز مثلث  $BCD$  حيث  $CG = 2\sqrt{2}$  فإن  $AB$  يساوي :

$$3\sqrt{2}$$

$$6$$

$$6\sqrt{2}$$

## التمرين عدد 02

$a$  و  $b$  عدنان حقيقيان حيث  $a$  موجب قطعاً ،  $a^2 = 24 - 16\sqrt{2}$  ،  $b^2 = 9 - 4\sqrt{2}$  ، و  $ab = 10\sqrt{2} - 12$

(1) (أ) قارن بين  $5\sqrt{2}$  و  $6$  ثم استنتج أن  $b > 0$

(ب) بين أن  $(a + b)^2 = 9$  ثم استنتج أن  $a + b = 3$

(ج) تحقق من أن  $a = \frac{a^2 + ab}{3}$  ثم استنتج أن  $a = 4 - 2\sqrt{2}$

(د) بين إذن أن  $b = 2\sqrt{2} - 1$

(2) ليكن العدد الحقيقي  $c = 5(1 - \sqrt{8}) + 2\sqrt{32}$

(أ) بين أن  $c = 5 - 2\sqrt{2}$  ثم أثبت أن  $c^2 = 33 - 20\sqrt{2}$

(ب) تحقق من أن  $a^2 + b^2 = c^2$

(3) في الرسم المجاور  $ABCD$  مربع مركزه  $O$  حيث  $AB = 4$  ،  $M$  نقطة من  $[AD]$  حيث  $AM = 1$

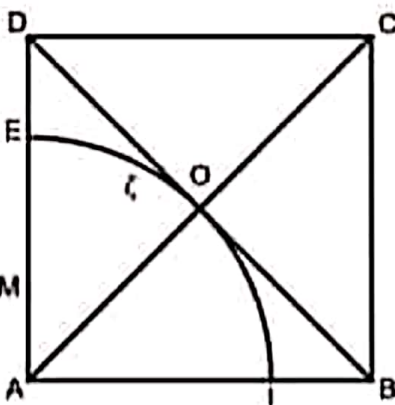
و  $\zeta$  ربع الدائرة التي مركزها  $A$  و شعاعها  $AO$  تقطع  $[AB]$  في  $I$  و تقطع  $[AD]$  في  $E$  ،

الموازي ل  $(MB)$  و المار من  $E$  يقطع  $(BC)$  في  $K$

(أ) بين أن  $AO = 2\sqrt{2}$  ثم استنتج أن  $BI = a$

(ب) بين أن  $EMBK$  هو متوازي أضلاع ثم استنتج أن  $BK = b$

(ج) ليكن  $P$  محيط المثلث  $IBK$  ، بين أن  $IK = c$  ثم استنتج أن  $P = 2\sqrt{2}b$



## التمرين عدد 03

ليكن  $A = 5x - 2$  و  $B = 3x - 1$  حيث  $x$  عدد حقيقي

(1) (أ) قارن بين  $5\sqrt{7}$  و  $13$

(ب) أحسب  $A$  في حالة  $x = 3 - \sqrt{7}$  ثم استنتج أن  $(3 - \sqrt{7})$  هو حل للمعادلة  $A < 0$

(2) قارن بين 8 و  $3\sqrt{7}$

(ب) احسب B في حالة  $x = 3 - \sqrt{7}$  ثم استنتج أن  $(3 - \sqrt{7})$  هو حل للمعادلة  $B > 0$

(3) ا حل في R المتراجحتين  $A < 0$  و  $B > 0$

(ب) استنتج أن  $\frac{1}{3} < 3 - \sqrt{7} < \frac{2}{5}$

(4) ليكن  $E = 5x^2 - 4x - 1$  و  $F = 3x^2 - 2x - 1$

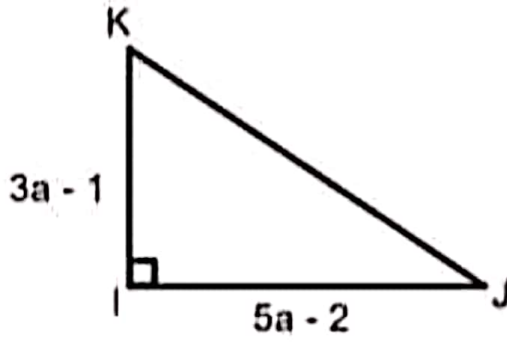
(أ) بين أن  $5E = A^2 - 9$  ثم استنتج أن  $E = (x - 1)(5x + 1)$

(ب) بين أن  $3F = B^2 - 4$  ثم استنتج أن  $F = (x - 1)(3x + 1)$

(5) في الرسم المجاور  $IJK$  مثلث قائم الزاوية في I حيث  $IJK = \sqrt{13}$

و  $IK = 3a - 1$  و  $IJ = 5a - 2$  و  $a$  عدد حقيقي أكبر من  $\frac{1}{2}$

بين أن  $a$  يحقق أن  $5E + 3F = 0$  ثم استنتج S مساحة المثلث  $IJK$



### التمرين عدد 04

لتكن العبارة الجبرية  $E = x^2 - x - 6$  حيث  $x$  عدد حقيقي

(1) (أ) تحقق من أن  $-2$  هو حل للمعادلة  $E = 0$

(ب) تحقق من أن  $E = (x - 2)(x + 2) - (x + 2)$  ثم استنتج تفكيك E

(ج) حل في R المعادلة  $E = 0$

(2) لتكن المجموعة  $F = \{x \in R / |2x - 5| \leq 1\}$

(أ) بين أن  $x \in F$  يعني  $(x - \frac{1}{2}) \in [\frac{3}{2}; \frac{5}{2}]$

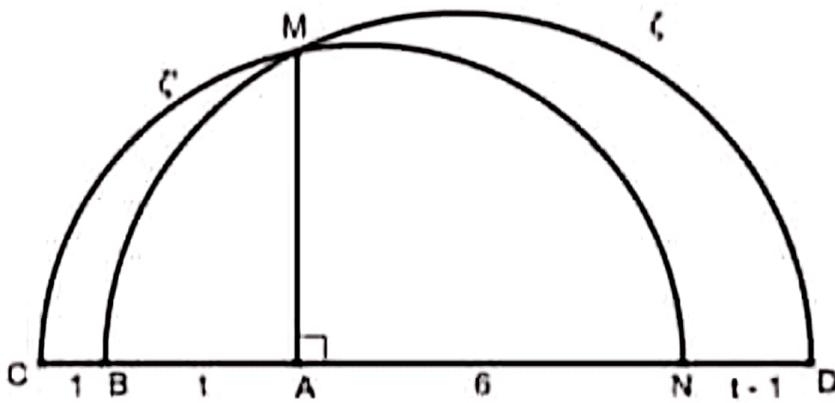
(ب) بين أن  $E = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4}$

ثم بين  $x \in F$  إذن  $-4 \leq E \leq 0$

(3) تأمل الرسم المجاور حيث :

$\zeta$  نصف دائرة قطرها [BD]

$\zeta'$  نصف دائرة قطرها [CN]



M نقطة تقاطع  $\zeta$  و  $\zeta'$  و النقطة A مسقطها العمودي على (CD)

ليكن  $DN = t - 1$  و  $AB = t$ ،  $AN = 6$ ،  $CB = 1$

(أ) بين أن المثلثين MBD و MCN قائمان في M

(ب) بين أن  $AM^2 = 6t + 6$  و  $AM^2 = t^2 + 5t$

(ج) استنتج أن t هو حل للمعادلة  $E = 0$  ثم اوجد t

(د) بين إذن أن S مساحة المثلث MCD تساوي  $12\sqrt{6}$

في الزمسم أسفله ABCD شبه منحرف قائم في A و D حيث  $AB=2$  و  $BC=6$  ،

$\zeta$  الدائرة التي مركزها O و قطرها [BC] مماسة للمستقيم (AD) في I

(1) ا بين أن  $(AB) \parallel (OI) \parallel (DC)$

(ب) استنتج أن I هي منتصف [AD] ثم بين أن  $DC=4$

(2) المستقيم (DC) يقطع الدائرة  $\zeta$  في نقطة ثانية H

(ا) بين أن المثلث BHC قائم الزاوية في H ثم استنتج أن ABHD هو مستطيل

(ب) بين إذن أن  $AD=4\sqrt{2}$  ثم استنتج أن  $AC=4\sqrt{3}$

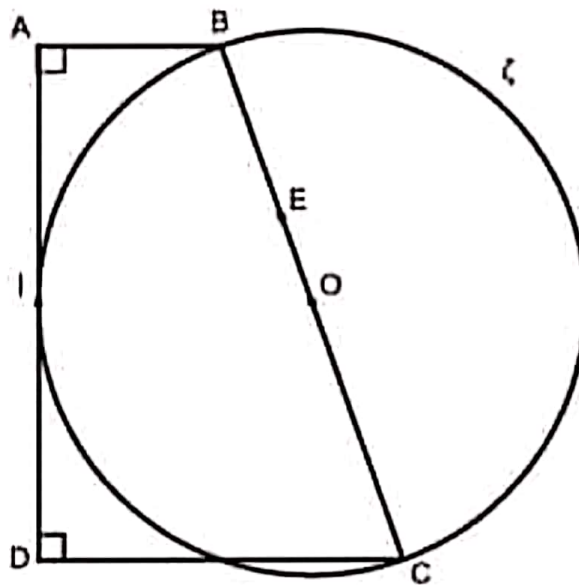
(3) لتكن E نقطة من [BC] حيث  $BE=2$  ، المستقيم (DE) يقطع (AB) في F

(ا) بين أن  $\frac{BF}{DC} = \frac{BE}{EC}$  ثم استنتج أن  $BF=2$

(ب) بين إذن أن AFCD هو مستطيل ثم استنتج أن  $FE \parallel$

(4) ا حدد طبيعة المثلث AEF ثم بين أن  $AE = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

(ب) المستقيم (AE) يقطع (FC) في J ، بين أن  $OJ=1$  و أن I ، O و J على نفس الاستقامة



## إصلاح النموذج الثامن من المناظرات التجريبية

التمرين عند 01

(1) A و B متناظرتان بالنسبة إلى (O) يعني  $|3a - 1| = 5$  و  $9a^2 = 16$  يعني  $(3a - 1 = 5 \text{ أو } 3a - 1 = -5)$  و  $(3a = 4 \text{ أو } 3a = -4)$  و بالتالي  $a = -\frac{4}{3}$

(2) طريقة أولى :

$$N = 10000001^2 + 2 \times 10000001 \times 1 + 1^2 = 10000002^2 = 4 \times 5000001^2$$

إذن N يقبل القسمة على 3 و 4 فهو يقبل القسمة على 6 و 12

طريقة ثانية :

رقم أحاد العدد N هو رقم أحاد المجموع  $(1^2 + 3)$  يساوي 4 ، إذن N لا يقبل القسمة على 5 فهو لا يقبل القسمة

على 15 ، لحذف إجابتين فنجد أن N يقبل القسمة على 6 و 12

(3) ABCD مربع ، ليكن O مركزه ، إذن  $CA = AB \cdot \sqrt{2}$  و  $CO = \frac{1}{2} CA$  و بما أن G مركز ثقل المثلث BCD

و [CO] موسطه الصنادير من C فإن  $CG = \frac{2}{3} CO = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} CA = \frac{1}{3} CA$  إذن  $CG = \frac{2}{3} CO = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} CA = \frac{1}{3} CA$

و بالتالي فإن  $AB \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$  و منه فإن  $AB = 6$

التمرين عند 02

(1) ا) لنا  $(5\sqrt{2})^2 > 6^2$  و  $5\sqrt{2} > 0$  و  $6 > 0$  إذن  $5\sqrt{2} > 6$

و بما أن  $2 > 0$  فإن  $2 \times 5\sqrt{2} > 2 \times 6$

إذن  $10\sqrt{2} > 12$  يعني  $5\sqrt{2} - 12 > 0$

و بالتالي  $ab > 0$  و في المعطى لنا  $a > 0$  إذن  $b > 0$

ب)  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 24 - 16\sqrt{2} + 9 - 4\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - 24 = 33 - 24 = 9$

وجدنا أن  $(a + b)^2 = 9$  و لنا  $a > 0$  و  $b > 0$  إذن  $a + b > 0$  و بالتالي  $a + b = \sqrt{9} = 3$

$$\frac{a^2 + ab}{3} = \frac{a(a+b)}{3} = \frac{3a}{3} = a \text{ (ج)}$$

$$a = \frac{a^2 + ab}{3} = \frac{24 - 16\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 12}{3} = \frac{12 - 6\sqrt{2}}{3} = \frac{3(4 - 2\sqrt{2})}{3} = 4 - 2\sqrt{2} \text{ إذن}$$

د) لنا  $a + b = 3$  يعني  $b = 3 - a = 3 - (4 - 2\sqrt{2}) = 3 - 4 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 1$

(2) ا)  $c = 5 - 5\sqrt{8} + 2\sqrt{32} = 5 - 5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} + 2 \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 5 - 10\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 5 - 2\sqrt{2}$

$$c^2 = 5^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 5 \times 2\sqrt{2} = 25 + 8 - 20\sqrt{2} = 33 - 20\sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 = 24 - 16\sqrt{2} + 9 - 4\sqrt{2} = 33 - 20\sqrt{2} = c^2 \text{ (ب)}$$

(3) ا) بما أن ABCD مربع فإن  $AC = 4\sqrt{2}$  و بما أن O مركزه فإن  $AO = \frac{1}{2} AC = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

- لنا  $I \in [AB]$  و بما أن  $AI = AO = 2\sqrt{2}$  فإن  $BI = AB - AI = 4 - 2\sqrt{2} = a$

ب) بما أن ABCD مربع فإن  $(BC) \parallel (AD)$  ولنا  $KE \parallel BC$  و  $E$  و  $M$  تنتميان ل  $(AD)$  إذن  $(EM) \parallel (BK)$

ولنا في المعطى  $(EK) \parallel (MB)$  إذن الزباعي EMBK هو متوازي أضلاع

$$EM = AE - AM = 2\sqrt{2} - 1 = b \text{ إذن } ME \in [AE] \text{ ولنا } AE = AO = 2\sqrt{2} \text{ إذن } E \in \zeta$$

وبما أن EMBK هو متوازي أضلاع فإن  $BK = EM = b$

ج) ABCD مربع و  $IE \in [BA]$  و  $KE \in [BC]$  إذن المثلث IBK قائم في الزاوية في B إذن حسب نظرية فيثاغورس فإن:

$$IK^2 = BI^2 + BK^2 = a^2 + b^2 = c^2 \text{ إذن } IK = |c| = c \text{ ( نجد أن } c \text{ موجب بإثبات أن } 5 > 2\sqrt{2} \text{ )}$$

و بالتالي فإن:

$$P = a + b + c = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 1 + 5 - 2\sqrt{2} = 8 - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}(2\sqrt{2} - 1) = 2\sqrt{2}b$$

**التمرين عند 03**

$$(1) \text{ أ } 13 < 5\sqrt{7} \text{ ( انظر التمرين السابق )}$$

$$\text{ب) في حالة } x = 3 - \sqrt{7} \text{ فإن } A = 5(3 - \sqrt{7}) - 2 = 15 - 5\sqrt{7} - 2 = 13 - 5\sqrt{7}$$

$$\text{ولنا } 13 < 5\sqrt{7} \text{ يعني } 13 - 5\sqrt{7} < 0 \text{ إذن } 3 - \sqrt{7} \text{ هو حل للمراجعة } A < 0$$

$$(2) \text{ أ } 8 > 3\sqrt{7} \text{ ( انظر التمرين السابق )}$$

$$\text{ب) في حالة } x = 3 - \sqrt{7} \text{ فإن } B = 3(3 - \sqrt{7}) - 1 = 9 - 3\sqrt{7} - 1 = 8 - 3\sqrt{7}$$

$$\text{ولنا } 8 > 3\sqrt{7} \text{ يعني } 8 - 3\sqrt{7} > 0 \text{ إذن } 3 - \sqrt{7} \text{ هو حل للمراجعة } B > 0$$

$$(3) \text{ أ } A < 0 \text{ يعني } 5x - 2 < 0 \text{ يعني } 5x < 2 \text{ يعني } x < \frac{2}{5} \text{ إذن } S_R = ]-\infty; \frac{2}{5}[$$

$$B > 0 \text{ يعني } 3x - 1 > 0 \text{ يعني } 3x > 1 \text{ يعني } x > \frac{1}{3} \text{ إذن } S_R = ]\frac{1}{3}; +\infty[$$

$$\text{ب) لنا } (3 - \sqrt{7}) \in ]-\infty; \frac{2}{5}[ \text{ إذن } A < 0 \text{ و } (3 - \sqrt{7}) < \frac{2}{5} \text{ و } (3 - \sqrt{7}) > \frac{1}{3}$$

$$\text{ولنا } (3 - \sqrt{7}) \in ]\frac{1}{3}; +\infty[ \text{ إذن } B > 0 \text{ و } (3 - \sqrt{7}) > \frac{1}{3}$$

$$\text{و بالتالي } \frac{1}{3} < 3 - \sqrt{7} < \frac{2}{5}$$

$$A^2 - 9 = 25x^2 - 20x + 4 - 9 = 25x^2 - 20x - 5 = 5(5x^2 - 4x - 1) = 5E \text{ (4) أ}$$

$$\text{إذن } 5E = A^2 - 3^2 = (A - 3)(A + 3) = (5x - 5)(5x + 1) = 5(x - 1)(5x + 1)$$

$$\text{إذن } E = (x - 1)(5x + 1)$$

$$\text{ب) } B^2 - 4 = 9x^2 - 6x + 1 - 4 = 9x^2 - 6x - 3 = 3(3x^2 - 2x - 1) = 3F$$

$$\text{إذن } 3F = B^2 - 2^2 = (B - 2)(B + 2) = (3x - 3)(3x + 1) = 3(x - 1)(3x + 1)$$

$$\text{إذن } F = (x - 1)(3x + 1)$$

$$(5) \text{ المثلث } IJK \text{ قائم الزاوية في } I \text{، إذن حسب نظرية فيثاغورس: } IJ^2 + IK^2 = JK^2$$

$$\text{إذن } (5a - 2)^2 + (3a - 1)^2 = 13$$

$$\text{إذن } 5E + 3F = 0 \text{ هو حل للمعادلة } [(5a - 2)^2 - 9] + [(3a - 1)^2 - 4] = 0$$

$$5(x-1)(5x+1) + 3(x-1)(3x+1) = 0 \text{ يعني } 5E + 3F = 0$$

$$(x-1)(25x+5+9x+3) = 0 \text{ يعني}$$

$$(x-1)(34x+8) = 0 \text{ يعني}$$

$$x = -\frac{4}{17} \text{ أو } x = 1 \text{ يعني } 34x+8=0 \text{ أو } x-1=0$$

$$\text{و بما أن } a \text{ هو حل للمعادلة } 5E + 3F = 0 \text{ و } a > \frac{1}{2} \text{ فإن } a = 1$$

$$\text{و بالتالي } S = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \text{ إذن } IK = 3 - 1 = 2 \text{ و } IJ = 5 - 2 = 3$$

#### التمرين عدد 04

$$E = 0 \text{ المعادلة } (-2) \text{ إذن } (-2)^2 - (-2) - 6 = 4 + 2 - 6 = 0 \text{ (1)}$$

$$(x-2)(x+2) - (x+2) = x^2 - 2^2 - x - 2 = x^2 - x - 4 - 2 = x^2 - x - 6 = E \text{ (ب)}$$

$$E = (x-2)(x+2) - (x+2) = (x+2)(x-1-2) = (x+2)(x-3) \text{ إذن}$$

$$S_R = (-2; 3) \text{ ، } x = 3 \text{ أو } x = -2 \text{ يعني } x-3=0 \text{ أو } x+2=0 \text{ يعني } E=0 \text{ (ج)}$$

$$4 \leq 2x \leq 6 \text{ يعني } -1 \leq 2x-5 \leq 1 \text{ يعني } |2x-5| \leq 1 \text{ يعني } x \in F \text{ ، } x \in R \text{ (2)}$$

$$(x - \frac{1}{2}) \in [\frac{3}{2}; \frac{5}{2}] \text{ يعني } \frac{3}{2} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2} \text{ يعني } 2 - \frac{1}{2} \leq x - \frac{1}{2} \leq 3 - \frac{1}{2} \text{ يعني } 2 \leq x \leq 3$$

$$(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4} = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{25}{4} = x^2 - x - \frac{24}{4} = x^2 - x - 6 = E \text{ (ب)}$$

$$0 < \frac{3}{2} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{5}{2} \text{ يعني } x \in F$$

$$\frac{9}{4} \leq (x - \frac{1}{2})^2 \leq \frac{25}{4} \text{ إذن}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{25}{4} \leq (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{25}{4} \leq \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \text{ إذن}$$

$$-4 \leq E \leq 0 \text{ إذن}$$

3 (أ) المثلث MBD مرسم في نصف الدائرة  $\zeta$  و ضلعه [BD] هو قطر لها فهو قائم الزاوية في M

المثلث MCN مرسم في نصف الدائرة  $\zeta'$  و ضلعه [CN] هو قطر لها فهو قائم الزاوية في M

(ب) لنا [AD] NE إذن  $AD = AN + DN = t + 5$  و لنا [AC] BE إذن  $AC = AB + BC = t + 1$

- المثلث MBD قائم في M ، A المسقط العمودي ل M على وتره [BD] إذن  $AM^2 = AB \cdot AD = t^2 + 5t$

- المثلث MCN قائم في M ، A المسقط العمودي ل M على وتره [CN] إذن  $AM^2 = AN \cdot AC = 6t + 6$

(ج) من المتساويتين المنابقتين نستنتج أن:  $t^2 + 5t = 6t + 6$

$$\text{يعني } t^2 + 5t - 6t - 6 = 0$$

$$\text{يعني } t^2 - t - 6 = 0$$

إذن t هو حل للمعادلة  $E = 0$  و لنا  $t > 1$  إذن  $t = 3$

(د) بما أن  $t = 3$  فإن  $AM^2 = 6 \times 3 + 6 = 24$

$$\text{AM} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$S = \frac{1}{2} CD \times AM = \frac{12 \times 2\sqrt{6}}{2} = 12\sqrt{6} \quad \text{و بالتالي}$$

### التمرين عند 05

(1) أ) بما أن المستقيم (AD) مماس للدائرة  $\zeta$  التي مركزها O في النقطة A فإن  $(AD) \perp (OI)$  و بما أن ABCD شبه منحرف قائم في A و D فإن  $(AB) \perp (AD)$  و  $(CD) \perp (AD)$  و بالتالي فإن  $(AB) \parallel (OI) \parallel (CD)$

ب) B و O و C نقاط من المستقيم (BC) و النقاط A و I و D هي مساقطها على التوالي على المستقيم (AD) وفقا لنفس المنحى ، و بما أن O هي منتصف [BC] فإن I هي منتصف [AD] لأن الإسقاط يحافظ على المنتصف

ABCD شبه منحرف قاعدته [AB] و [CD] و لنا O منتصف [BC] و I منتصف [AD] إذن حسب مبرهنة طالس في شبه المنحرف فإن :  $OI = \frac{1}{2}(AB + DC)$  و لنا  $OI = 2$  و  $DC = 2OI - AB = 2$  و لنا  $DC = 2 \times 3 - 2 = 4$  و بالتالي  $OI = \frac{1}{2} BC = 3$

(2) أ) المثلث BHC مرسم في الدائرة  $\zeta$  التي قطرها ضلعه [BC] فهو قائم الزاوية في H إذن  $\widehat{BHC} = 90^\circ$  و لنا  $\widehat{BHD} = 90^\circ$  و  $DE \perp (HC)$

و في المعطى لنا  $\widehat{BAD} = 90^\circ$  و لنا  $\widehat{ADC} = 90^\circ$  و بما أن  $HE \perp (DC)$  فإن  $\widehat{ADH} = 90^\circ$

خلاصة : الزياعي ABHD له 3 زوايا قائمة فهو مستطيل ، ( ينتج عن ذلك أن  $AD = BH$  و  $HD = AB$  )

ب) المثلث BHC قائم في H إذن حسب نظرية فيثاغورس فإن  $BC^2 = BH^2 + HC^2$

$$\text{و لنا } HC = DC - DH = 4 - 2 = 2 \text{ إذن } HC = 2$$

$$\text{إذن } BH^2 = BC^2 - HC^2 = 6^2 - 2^2 = 32$$

$$\text{إذن } BH = \sqrt{32} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

المثلث ADC قائم في A إذن حسب نظرية فيثاغورس فإن  $AC^2 = AD^2 + DC^2 = (4\sqrt{2})^2 + 4^2 = 48$

$$\text{إذن } AC = \sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

(3) أ) في المثلث EDC لنا :  $FE \perp (ED)$  و  $BE \perp (EC)$  حيث  $(BF) \parallel (DC)$  إذن حسب مبرهنة طالس فإن :

$$\left( \text{بما أن } E \in [BC] \text{ فإن } EC = BC - BE = 6 - 2 = 4 \right) \quad \text{إذن } \frac{BF}{4} = \frac{2}{4} \quad \text{إذن } BF = 2$$

ب) لنا  $(AB) \parallel (DC)$  و  $FE \perp (AB)$  إذن  $(AF) \parallel (DC)$  و لنا  $AF = DC = 4$  و لنا  $AF = AB + BF = 2 + 2 = 4$

و بالتالي الرباعي AFCD هو متوازي أضلاع و بما أن  $\widehat{ADC} = 90^\circ$  فهو مستطيل

- بما أننا أثبتنا أن AFCD مستطيل فإن  $\widehat{AFC} = 90^\circ$  و لنا  $BE \perp (AF)$  إذن  $\widehat{BFC} = 90^\circ$

إذن المثلث BFC قائم في F و بالتالي فإن وتره [BC] يمثل قطر الدائرة المحيطة به و منه فإن  $FE \perp (BC)$

(4) أ) في المثلث AEF لنا B منتصف [AF] و  $BE = BA = BF$  إذن المثلث AEF قائم الزاوية في E

و بما أن  $E \in [DF]$  فإن E هي المسقط العمودي ل A على [DF]

و باعتبار أن المثلث ADF قائم الزاوية في A فإن :  $AE \times DF = AF \times AD$

$$\text{إذن } AE = \frac{4 \times 4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

ب) لنا  $\frac{CB}{CE} = \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$  إذن  $CE = \frac{2}{3}CB$

و في المثلث  $ACF$  لنا  $B$  منتصف  $[AF]$  إذن  $[CB]$  هو الوسيط الصادر من  $C$  ،

و بما أن  $E \in [CB]$  و تحقق أن  $CE = \frac{2}{3}CB$  فإن  $E$  هي مركز ثقل المثلث  $ACF$

إذن  $(AE)$  هو المستقيم الحامل للوسط الموافق للضلع  $[FC]$

و بما أن  $(AE)$  يقطع  $[FC]$  في  $I$  فإن  $I$  هي منتصف  $[FC]$

- في المثلث  $CBF$  لنا :  $I$  منتصف  $[CF]$  و  $O$  منتصف  $[CD]$  إذن :  $OI = \frac{1}{2}BF = 1$

و  $(OI) \parallel (BF)$  و بما أن  $(OI) \parallel (BF)$  فإن  $(OI) \parallel (OI)$  و باعتبار أنهما يشتركان في  $O$  فهما متطابقان

يفتح عن ذلك أن النقط  $O$  و  $I$  و  $A$  على نفس الاستقامة

