إختبار الرياضيات 2024:

التمرين ①

1) ج) $\frac{3}{30} = \boxed{\frac{1}{10}}$ 2) ب) $\boxed{9}$ 3) ب) $\boxed{A'(1-\sqrt{2};2\sqrt{2})}$

التمرين ②

1) أ) $(7\sqrt{2})^2 = 98$ و $(3\sqrt{11})^2 = 99$

بما أن $99 > 98$ و $7\sqrt{2}$; $3\sqrt{11}$ عددان موجبان إذن

$$\boxed{3\sqrt{11} > 7\sqrt{2}}$$

ب) $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{11})^2 = 98 + 99 - 2\times 7\sqrt{2}\times 3\sqrt{11} = \boxed{197 - 42\sqrt{22}}$

ج) لدينا: $a = \sqrt{197 - 42\sqrt{22}} = \sqrt{(7\sqrt{2} - 3\sqrt{11})^2} = |7\sqrt{2} - 3\sqrt{11}|$

$= \boxed{3\sqrt{11} - 7\sqrt{2}}$

لأن $3\sqrt{11} > 7\sqrt{2}$

2) $(\sqrt{11} - \sqrt{2})(\sqrt{11} + \sqrt{2}) = 11 - 2 = \boxed{9}$

$$b = \frac{27}{\sqrt{11} + \sqrt{2}} + 2\sqrt{50} = \frac{9\times 3}{\sqrt{11} + \sqrt{2}} + 2\sqrt{25}\times\sqrt{2}$$

$$= \frac{3\times(\sqrt{11} - \sqrt{2})\cancel{(\sqrt{11} + \sqrt{2})}}{\cancel{\sqrt{11} + \sqrt{2}}} + 10\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{11} - 3\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = \boxed{3\sqrt{11} + 7\sqrt{2}}$$

3) أ) لدينا

$$ab = (3\sqrt{11} - 7\sqrt{2})(3\sqrt{11} + 7\sqrt{2})$$

$$= (3\sqrt{11})^2 - (7\sqrt{2})^2 = 99 - 98 = \boxed{1}$$

إذن b و a مقلوبان

3) ب) لنا a و b عددان موجبان إذن $0 < a < ab$

و بما أن $ab=1$ يعني $\boxed{0 < a < 1}$

ج) لنا $0 < a < 1$ إذن $a^2 < a$

ومنه $197 - 42\sqrt{22} < 3\sqrt{11} - 7\sqrt{2}$

إذن $\boxed{197 + 7\sqrt{2} < 3\sqrt{11} + 42\sqrt{22}}$

التمرين 3

1) أ) لدينا: $(x-\sqrt{2})(x+2\sqrt{2}) = x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}x - 4$

$= x^2 + \sqrt{2}x - 4$

ب) $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$ يعني $x - \sqrt{2} = 0$ أو $x + 2\sqrt{2} = 0$

يعني $x = \sqrt{2}$ أو $x = -2\sqrt{2}$ ومنه

$S_{\mathbb{R}} = \{-2\sqrt{2} ; \sqrt{2}\}$.

2) أ) في حالة $x = -\sqrt{2}$ فإن

$T = (-\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{2})\sqrt{2} - 9 = 2 - 2 - 9 = \boxed{-9}$

ب) $x \in]-3;-1[$ إذن $-3 < x < -1$

ومنه $\boxed{1 < x^2 < 9}$

ولنا $-3 < x < -1$

$\times\sqrt{2} \quad \times\sqrt{2} \quad \times\sqrt{2}$

إذن $\boxed{-3\sqrt{2} < x\sqrt{2} < -\sqrt{2}}$

إختبار الرياضيات 2024 :

التمرين ①

1) ج) $\frac{3}{30} = \boxed{\frac{1}{10}}$ 2) ب) $\boxed{9}$ 3) ب) $\boxed{A'(1-\sqrt{2};2\sqrt{2})}$

التمرين ②

1) أ) $(7\sqrt{2})^2 = 98$ و $(3\sqrt{11})^2 = 99$

بما أن $99 > 98$ و $7\sqrt{2}$; $3\sqrt{11}$ عددان موجبان إذن

$$\boxed{3\sqrt{11} > 7\sqrt{2}}$$

ب) $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{11})^2 = 98 + 99 - 2\times 7\sqrt{2}\times 3\sqrt{11} = \boxed{197 - 42\sqrt{22}}$

ج) لدينا: $a = \sqrt{197 - 42\sqrt{22}} = \sqrt{(7\sqrt{2} - 3\sqrt{11})^2} = |7\sqrt{2} - 3\sqrt{11}|$

$= \boxed{3\sqrt{11} - 7\sqrt{2}}$

لأن $3\sqrt{11} > 7\sqrt{2}$

2) $(\sqrt{11} - \sqrt{2})(\sqrt{11} + \sqrt{2}) = 11 - 2 = \boxed{9}$

$$b = \frac{27}{\sqrt{11} + \sqrt{2}} + 2\sqrt{50} = \frac{9\times 3}{\sqrt{11} + \sqrt{2}} + 2\sqrt{25}\times\sqrt{2}$$

$$= \frac{3\times(\sqrt{11} - \sqrt{2})\cancel{(\sqrt{11} + \sqrt{2})}}{\cancel{\sqrt{11} + \sqrt{2}}} + 10\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{11} - 3\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = \boxed{3\sqrt{11} + 7\sqrt{2}}$$

3) أ) لدينا

$$ab = (3\sqrt{11} - 7\sqrt{2})(3\sqrt{11} + 7\sqrt{2})$$

$$= (3\sqrt{11})^2 - (7\sqrt{2})^2 = 99 - 98 = \boxed{1}$$

إذن b و a مقلوبان

2) أ) في المثلث OPQ لنا $M \in (OQ)$ ، $N \in (QP)$
حيث $(MN) // (PQ)$

حسب مبرهنة طالس فإن $\frac{OM}{OQ} = \frac{ON}{OP} = \frac{MN}{QP}$

علما أن $x = 1$ إذن $MN = 2$ و $QP = 4$ ومنه

$$\frac{OM}{OQ} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

إذن $OM = \frac{1}{2} OQ$ ولنا $M \in [OQ]$ إذن

$\boxed{M \text{ منتصف } [OQ]}$

ب) في المثلثين AMQ و OMH لنا:

$AM = MH = 1$
$MQ = OM$ لأن M منتصف $[OQ]$
$\widehat{AMQ} = \widehat{OMH}$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

إذن AMQ و OMH مثلثان متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات و ينتج عن ذلك تقايس بقية العناصر النظيرة مثنى مثنى منها

$$\widehat{MHO} = \widehat{MAQ} = 90°$$

و بالتالي $\boxed{(OH) \perp (MN)}$

2) ب) لنا $(AE)\perp(EFG)$ في E

و $(EM)\subset(EFG)$

إذن $(AE)\perp(EM)$ ومنه AEM مثلث قائم في E

ج) لدينا: AEM قائم في E و $I\in[EM]$ إذن AIE مثلث قائم في E حسب نظرية فيثاغورث فإن:

$$AI^2=EI^2+AE^2=3^2+4^2=25$$

ومنه $\boxed{AI=5}$

د) في المثلث AFI لنا:
$$\begin{cases} AI^2=25 \\ FI^2=27 \\ AF^2=52 \end{cases}$$

بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث القائم AFE لنا:
$$AF^2=AE^2+EF^2=4^2+6^2=16+36=52$$

وبالتالي $AI^2+FI^2=AF^2$ حسب عكس نظرية فيثاغورث فإن المثلث AFI قائم في I

3) لنا:
$$\begin{cases} (FI)\perp(EM) \\ \text{و } (FI)\perp(AI) \\ \text{و } (AI) \text{ و } (EM) \text{ محتويان في المستوى } (AEM) \\ \text{حيث } (AI)\cap(EM)=\{I\} \end{cases}$$

وبالتالي $(FI)\perp(AEM)$

4) أ) في المثلث AEM لنا J منتصف $[AM]$
و I منتصف $[EM]$

إذن $(AE)//(IJ)$ وبما أن $(AE)//(BF)$
يعني $\boxed{(IJ)//(BF)}$

4) ب) لدينا: $I\in(AEM)$ و $J\in(AEM)$ إذن $\boxed{(IJ)\subset(AEM)}$ ①

ولنا: $(IJ)//(BF)$ إذن (IJ) و (BF) محتويان
في نفس المستوي (BFI) يعني $\boxed{(IJ)\subset(BFI)}$ ②

من ① و ② وباعتبار أن (BFI) و (AEM) لا تنتميان لنفس
المستوي إذن $\boxed{(BFI)\cap(AEM)=\{(IJ)\}}$

٢) ب) لنا $(AE)\perp(EFG)$ في E

و $(EM)\subset(EFG)$

إذن $(AE)\perp(EM)$ ومنه AEM مثلث قائم في E

ج) لدينا: AEM قائم في E و $I\in[EM]$ إذن AIE مثلث قائم في E حسب نظرية فيثاغورس فإن:

$$AI^2=EI^2+AE^2=3^2+4^2=25$$

ومنه $\boxed{AI=5}$

د) في المثلث AFI لنا:

$$\begin{cases} AI^2=25 \\ FI^2=27 \\ AF^2=52 \end{cases}$$

بتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث القائم AFE لنا:

$$AF^2=AE^2+EF^2=4^2+6^2=16+36=52$$

وبالتالي $AI^2+FI^2=AF^2$ حسب عكس نظرية فيثاغورس فإن المثلث AFI قائم في I

٣) لنا:

$$\begin{cases} (FI)\perp(EM) \\ \text{و } (FI)\perp(AI) \\ \text{و } (AI) \text{ و } (EM) \text{ محتويان في المستوى } (AEM) \\ \text{حيث } (AI)\cap(EM)=\{I\} \end{cases}$$

وبالتالي $\underline{(FI)\perp(AEM)}$

3) 2) $T < -9$ يعني $\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{19}{2} < -9$

يعني $\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{19}{2} + \frac{18}{2} < 0$ يعني $\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \frac{1}{2} < 0$

يعني $0 < \left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 < \frac{1}{2}$

وبالتالي $\sqrt{\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$ إذن $\left|x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right| < \frac{1}{\sqrt{2}}$

نستنتج ممّا سبق أنّ $\boxed{x \in]-\sqrt{2}; 0[}$

التمرين 4 :

1) أ) لدينا، EMH مثلث قائم في H إذن حسب نظرية فيثاغورث

$EM^2 = MH^2 + EH^2 = 3^2 + (3\sqrt{3})^2$
$= 9 + 27 = 36$

ومنه $\boxed{EM = \sqrt{36} = 6}$

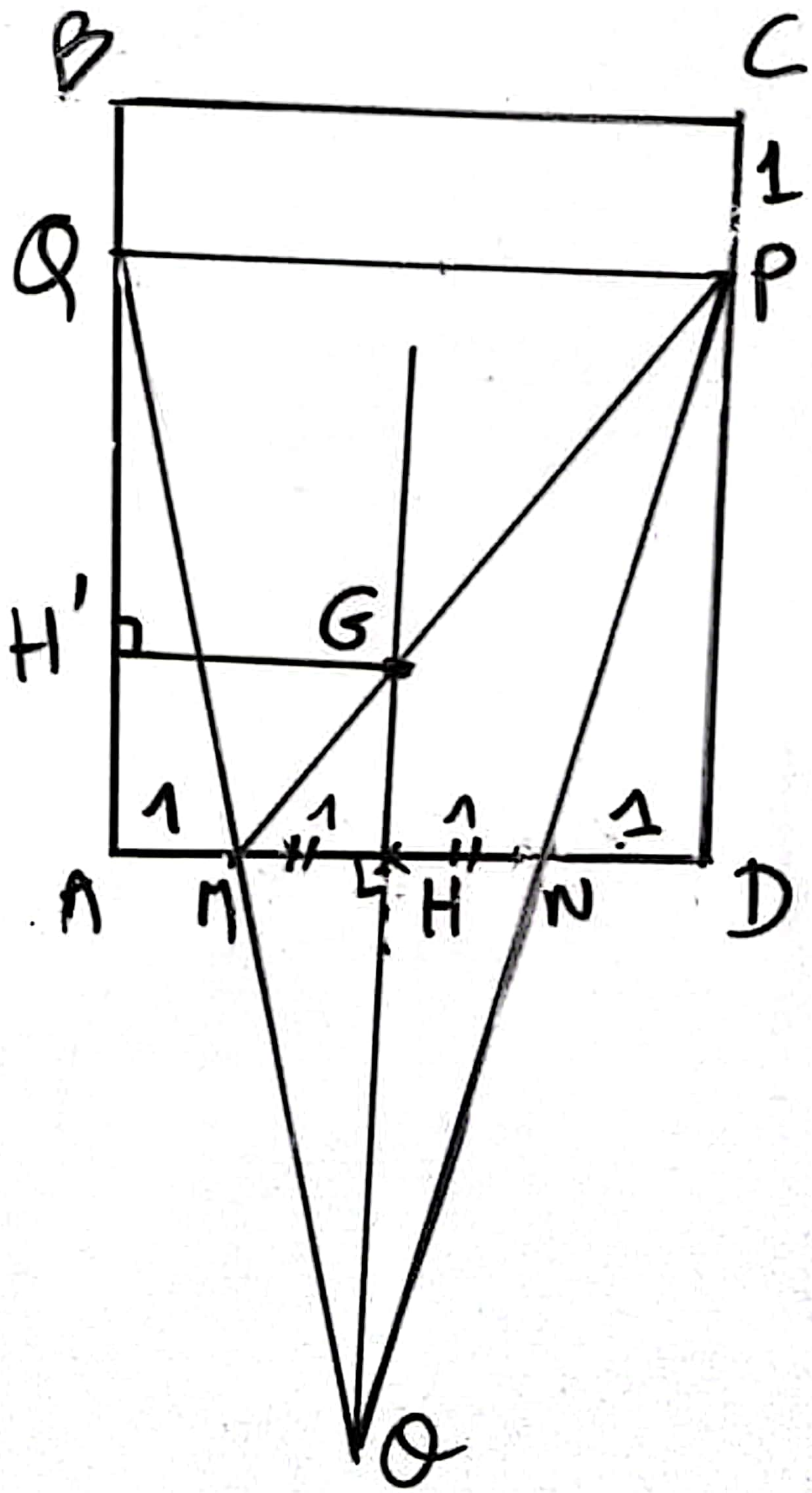
ب) بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث FMG القائم في G

نتحصّل على $\boxed{FM = 6}$ ومنه $EF = EM = FM = 6$

يعني أن المثلث EFM متقايس الأضلاع.

2) أ) I منتصف [EM] و EFM متقايس الأضلاع يعني

[FI] هو الارتفاع القادم من F ومنه $FI = \frac{EF\sqrt{3}}{2}$
$= \frac{6\sqrt{3}}{2} = \boxed{3\sqrt{3}}$


B
C
1
Q
P
H'
G
1
1
1
1
A
M
H
N
D
O