مقترح اصلاح اختبار الرياضيات – النوفيام – دورة 2019

○ التمرين 1

1) العدد الذي ينتمي الى المجال $]4;5[$ هو	ب) $\lvert 2\pi-2\rvert \simeq 4,2....$
2) حل المعادلة $\frac{3}{5}x=\frac{4}{5}(5-x)$ في $\mathbb{R}$ هو	ج) $\frac{20}{7}$ $\begin{cases} 3x=4(5-x) \\ 3x+4x=20 \\ 7x=20 \\ x=\frac{20}{7} \end{cases}$
3) مجموعة حلول المتراجحة $\frac{2x}{1+\sqrt{3}}\le 1-\sqrt{3}$ في $\mathbb{R}$ هي	أ) $]-\infty;-1]$ $\begin{cases} \frac{2x}{1+\sqrt{3}}\le 1-\sqrt{3} \\ (1+\sqrt{3})\times\frac{2x}{1+\sqrt{3}}\le(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3}) \\ 2x\le -2 \\ x\le -1 \end{cases}$
4) المستقيم (BF) عمودي على المستوي	ج) (HGF) لان (BF) يعامد كل من (EF) و (GF) المحتويين في (HGF) والمتقاطعين في F

○ التمرين 2

1) لدينا $a=12+\sqrt{200}-\sqrt{8}$ و $b=2(6+3\sqrt{3})$

أ- $a=12+\sqrt{200}-\sqrt{8}=12+\sqrt{100\times 2}-\sqrt{4\times 2}=12+10\sqrt{2}-2\sqrt{2}=12+8\sqrt{2}=\boxed{2(6+4\sqrt{2})}$

ب- $\begin{pmatrix} (4\sqrt{2})^2=32 \\ (3\sqrt{3})^2=27 \end{pmatrix} \leftarrow 27<32$ والعددان $4\sqrt{2}$ و $3\sqrt{3}$ موجبان اذن $\boxed{3\sqrt{3}<4\sqrt{2}}$

ومنه $3\sqrt{3}+6<4\sqrt{2}+6$ وبالتالي بما ان $(2\in\mathbb{R}+)$ فان $2(3\sqrt{3}+6)<2(4\sqrt{2}+6)$ اي $\boxed{b<a}$

2) أ- لدينا : $(3+\sqrt{3})^2=3^2+2\times 3\times\sqrt{3}+\sqrt{3}^2=9+3+6\sqrt{3}=12+6\sqrt{3}=2(6+3\sqrt{3})=b$

و $(2+2\sqrt{2})^2=[2(1+\sqrt{2})]^2=2^2(1^2+2\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2)=4(3+2\sqrt{3})=2(6+4\sqrt{3})=a$

3) نعتبر العدد الحقيقي $c=\frac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{2}}$

أ- لدينا $\frac{b}{a}=\frac{(3+\sqrt{3})^2}{(2+2\sqrt{2})^2}=\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{2}}\right)^2=c^2$ ونعلم من ناحية اخرى ان العددين a و b

موجبان قطعا ويحققان $b<a$ ومنه $\frac{1}{a}\times b<\frac{1}{a}\times a$ مما يعطي $\frac{b}{a}<1$ او $\boxed{c^2<1}$.

ب- لدينا $\sqrt{c^2}<\sqrt{1}$ ومنه $\underline{c<1|}(1)$ (نعلم ان c موجب ولذلك $\sqrt{c^2}=|c|=c$)

*) طريقة اولى لمقارنة c و $\frac{1}{2}$: نحسب خارج القسمة $\frac{c}{\frac{1}{2}}$:

$\frac{c}{\frac{1}{2}}=2c=\frac{2(3+\sqrt{3})}{2(1+\sqrt{2})}=\frac{3+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}>1$ لان $3+\sqrt{3}>1+\sqrt{2}$ ومنه $2c>1$ مما يعطي $c>\frac{1}{2}$

**)طريقة اخرى لمقارنة c و $\frac{1}{2}$: نبحث عن علامة الفرق $\left(c-\frac{1}{2}\right)$:

$c-\frac{1}{2}=\frac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{2}}-\frac{1}{2}=\frac{6+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{2}}{2\left(2+2\sqrt{2}\right)}=\frac{4+2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{2\left(2+2\sqrt{2}\right)}$ وبما ان $\sqrt{3}>\sqrt{2}$ فحتما

$4+2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ موجب ونعلم ان المقام موجب فينتج $c-\frac{1}{2}\in\mathbb{R}_+^*$ ومنه $\underline{c>\frac{1}{2}|}(2)$

الخلاصة : من خلال (1) و (2) نستخلص $\boxed{\frac{1}{2}<c<1}$

○ <u>التمرين 3</u>

1) لتكن العبارة : $E=x^2-\frac{32}{5}x+16 \quad ; \quad (x\in\mathbb{R})$ ؛

اذا كان $x=5$ فان $E=x^2-\frac{32}{5}x+16=5^2-\frac{32}{\cancel{5}}\times\cancel{5}+16=25+16-32=\boxed{9}$

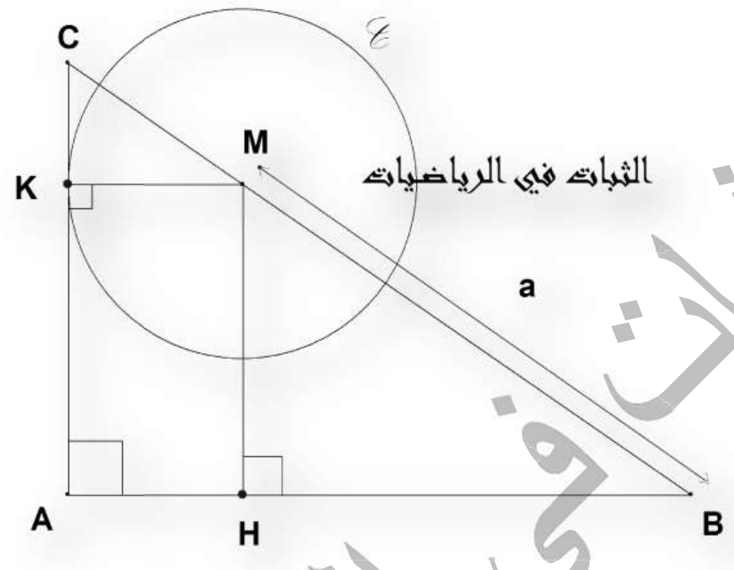
2) لدينا :

$$E=\left(x-\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=x^2-2.x.\frac{16}{5}+\left(\frac{16}{5}\right)^2+\frac{144}{25}$$
$$=x^2-\frac{32}{5}x+\frac{256}{25}+\frac{144}{25}\quad =x^2-\frac{32}{5}x+\frac{400}{25}$$
$$=x^2-\frac{32}{5}x+16=E$$

3) أ) بتطبيق بيتاغور في المثلث ABC نجد BC=5

ب- بتطبيق طالس في المثلث ABC علما ان $M\in[BC]$ و $H\in[BA]$ بحيث $(MH)//(AC)$

فنجد : $\frac{HM}{AC}=\frac{BH}{BA}=\frac{BM}{BC}$ ومنه $\frac{HM}{AC}=\frac{BM}{BC}$ تعطي $\frac{HM}{3}=\frac{a}{5}$ او $\boxed{HM=\frac{3}{5}a}$



4) أ- بتطبيق طالس في المثلث ABC علما ان $M\in[BC]$ و $K\in[CA]$ بحيث $(MK)//(AB)$

(يعامدان نفس المستقيم)

فنجد : $\frac{KM}{AB}=\frac{CK}{CA}=\frac{CM}{CB}$ ومنه $\frac{CM}{CB}=\frac{MK}{AB}$ تعطي $\frac{5-a}{5}=\frac{KM}{4}$ او $\boxed{KM=\frac{4(5-a)}{5}}$

ب- المثلث KMH قائم في M فحسب بيتاغور

$$HK^2 = KM^2 + MH^2 = \left[\frac{4(5-a)}{5}\right]^2 + \left(\frac{3}{5}a\right)^2$$
$$= \frac{16}{25}(5-a)^2 + \frac{9}{25}a^2$$
$$= \frac{16}{25}(25-10a+a^2) + \frac{9}{25}a^2$$
$$= 16 - \frac{32}{5}a + \frac{16}{25}a^2 + \frac{9}{25}a^2$$
$$= a^2 - \frac{32}{5}a + 16$$

ج- في المستطيل القطران يتقايسان ومنه : $HK = AM$ ومنه $AM = \frac{12}{5}$ تكافئ $HK = \frac{12}{5}$

ومنه $HK^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2$ اي $a^2 - \frac{32}{5}a + 16 = \left(\frac{12}{5}\right)^2$ او $\left(a-\frac{16}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2$

مما يعطي : $\left(a-\frac{16}{5}\right)^2 = 0$ اي $a - \frac{16}{5} = 0$ ومنه $\boxed{a = \frac{16}{5}} \in]0;5[$

- **التمرين 4**

1) أ- لدينا $B(-4\,;0)$ و $C(2\,;0)$ و $K(-1\,;0)$ وفقا للمعين $(O;I;J)$

بما أن :
$$\begin{cases} \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{-4+2}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1 = x_K \\ \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{0+0}{2} = 0 = y_K \end{cases}$$

فإن : K منتصف $[BC]$

ب- $OB = |x_B| = 4$ و $OC = |x_C| = 2$

و $BC = |x_C - x_B| = |2-(-4)| = |2+4| = |6| = 6$

2) أ- المثلث OAC قائم في O فحسب نظرية بيتاغور:

$$OA^2 = AC^2 - OC^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2^2 = 12 - 4 = 8$$

إذن $OA = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ وبما أن $A \in [OJ]$ فإن $A(0;2\sqrt{2})$

ب- المثلث OAB قائم في O فحسب نظرية بيتاغور:

$$AB^2 = OB^2 + OA^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16 + 8 = 24$$

إذن $AB=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

3) أ- الرباعي OCAE متوازي أضلاع لأن قطراه [OA] و [CE]

لهما نفس المنتصف P

ب- لدينا P منتصف [CE] و $P\left(0;\sqrt{2}\right)$ وبالتالي

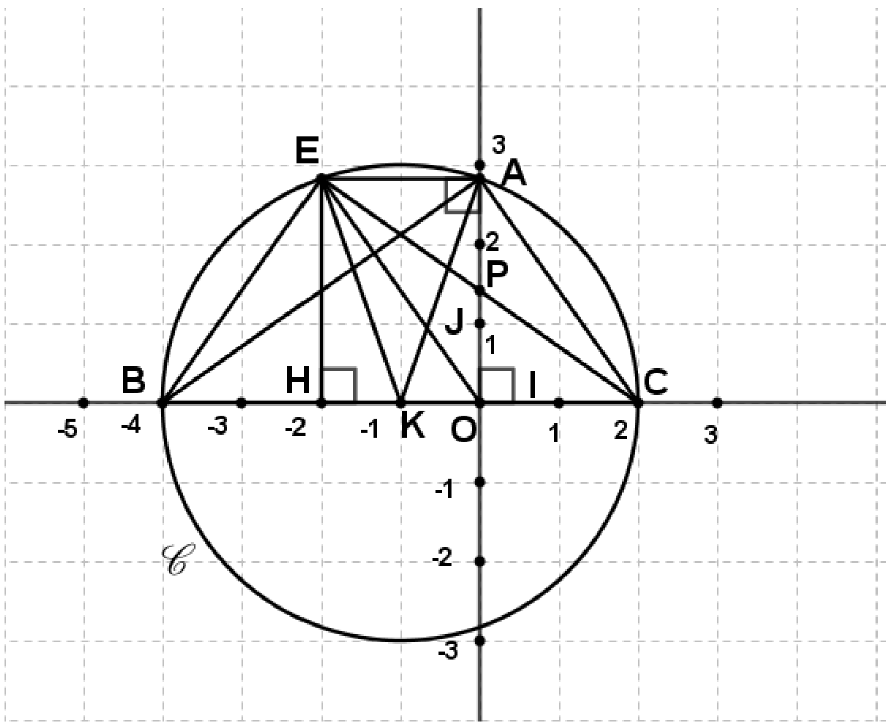
$$\left.\begin{array}{l} x_P=\dfrac{x_E+x_C}{2}\Rightarrow x_E=2x_P-x_C=0-2=-2 \\ y_P=\dfrac{y_E+y_C}{2}\Rightarrow y_E=2y_P-y_C=2\sqrt{2}-0=2\sqrt{2} \end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{E\left(-2;2\sqrt{2}\right)}$$

4) أ- الرباعي OAEH مستطيل لأن $\widehat{EAO}=\widehat{AOH}=\widehat{EHO}=90°$

ب- المثلث OAK قائم في O فحسب نظرية بيتاغور:

$$AK^2=OK^2+OA^2=1^2+(2\sqrt{2})^2=1+8=9$$

ومنه $\boxed{AK=\sqrt{9}=3}$



في المثلثين OAK و HEA لدينا

OA=EH و KO=KH و $\widehat{AOK}=\widehat{EHO}=90°$

إذن هما متقايسان (الحالة 2) ومنه KE=KA=3 (شعاع للدائرة $\mathscr{C}$ ذات المركز K) فنتج عن ذلك أن E نقطة من الدائرة $\mathscr{C}$.

ملاحظة : . حساب EK باعتماد بيتاغور في المثلث القائم EHK **<u>لا يمثل استنتاجا</u>**

○ <u>**التمرين 5**</u>

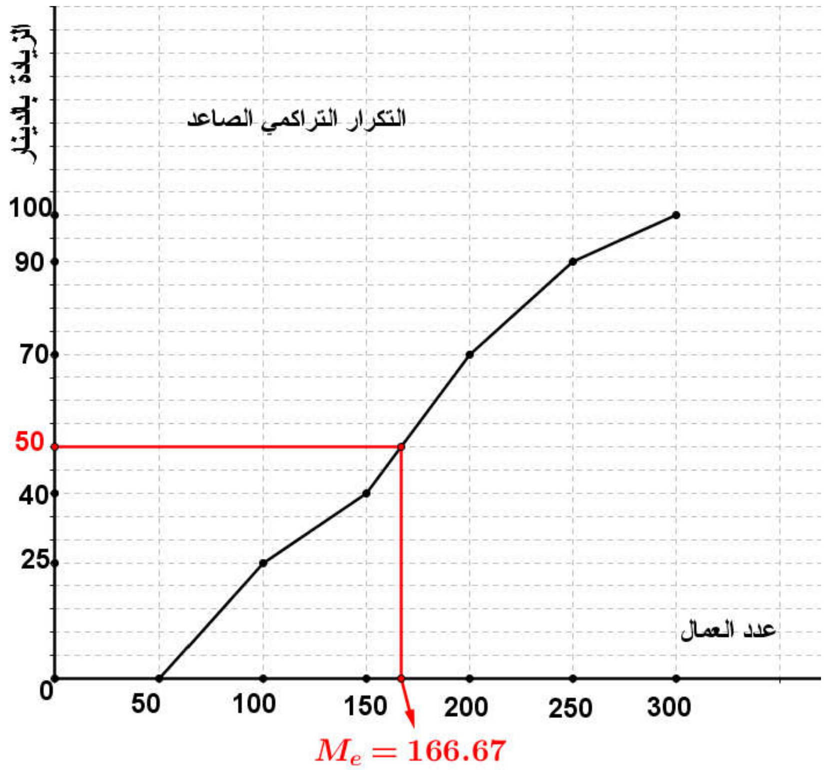
قيمة الزيدة بالدينار	[50,100[	[100,150[	[150,200[	[200,250[	[250,300[
مركز الفئة	75	125	175	225	275
عدد العملة	25	15	30	20	10
التكرار التراكمي الصاعد	25	40	70	90	100

فئة المنوال [150,200[

المعدل الحسابي للزيادة في المرتب :

$$= \frac{25 \times 75 + 15 \times 125 + 30 \times 175 + 20 \times 225 + 10 \times 275}{100}$$

$$\frac{16250}{100} = 162,5$$



قيمة تقريبية للموسط تساوي 166,67

احتمال أن يكون من بين الذين تمتعوا بزيادة أقل من 150 دينار $0,4 = \frac{40}{100}$