إصلاح الاستاذين : بدر الدين بن جبارة و احمد الوسلاتي

إصلاح فرض رياضيات دورة 2022

التمرين الأول :

1) مربع قيس لطول قطره $2\sqrt{5}+\sqrt{2} \longrightarrow \sqrt{2}(\sqrt{2}\sqrt{5}+1) \longrightarrow \sqrt{2}(\sqrt{10}+1)$

إذن قيس طول ضلعه يساوي

$$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{10}+1)}{\sqrt{2}}=\boxed{\sqrt{10}+1} \rightarrow \boxed{ب}$$

2) $1-3|x|\geq -14$ يعني $-3|x|\geq -15$ يعني $|x|\leq 5$

إذن $-5\leq x\leq 5$ ومنه $S_{\mathbb{R}}=[-5;5] \longrightarrow \boxed{ج}$

3) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=|\underbrace{2-\sqrt{3}}_{\text{موجب}}|=2-\sqrt{3}=-x \longrightarrow \boxed{ب}$

التمرين الثاني :

1) أ- $a=\frac{16+\sqrt{5}-(\sqrt{5}+2)^2}{2}=\frac{16+\sqrt{5}-(5+4\sqrt{5}+4)}{2}=\frac{16+\sqrt{5}-4\sqrt{5}-9}{2}$

$$=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$$

ب- لنا : $\begin{cases} 7^2=49 \\ (3\sqrt{5})^2=45 \\ 7>0 \\ 3\sqrt{5}>0 \end{cases}$ إذن بما أن : $(3\sqrt{5})^2<7^2$ فإن $\boxed{3\sqrt{5}<7}$

بما أن : $3\sqrt{5}<7$ إذن : $7-3\sqrt{5}>0$ و منه : $\boxed{a=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}>0}$

2) أ- $b\times(1-a)=\left(\frac{5+3\sqrt{5}}{10}\right)\times\left(1-\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)=\left(\frac{5+3\sqrt{5}}{10}\right)\times\left(\frac{2-7+3\sqrt{5}}{2}\right)$

$$=\left(\frac{5+3\sqrt{5}}{10}\right)\times\left(\frac{3\sqrt{5}-5}{2}\right)=\frac{(3\sqrt{5}-5)(3\sqrt{5}+5)}{20}=\frac{45-25}{20}$$

$$=\frac{20}{20}=1$$

إذن b و $(1-a)$ مقلوبان

Notre Plateforme

ب - بما أن : $\left\{\begin{array}{l} b(1-a)=1>0 \\ b>0 \end{array}\right.$ و إذن $1-a>0$

ومنه : $\boxed{a<1}$

ج - لنا : $0<a<1$

فإن : $a^2<1$ ومنه : $\boxed{1-a^2>0}$

د - $a+\sqrt{2|\underbrace{a-1}_{\text{سالب}}|-|\underbrace{a^2-1}_{\text{سالب}}|} = a+\sqrt{2(1-a)-(1-a^2)}$

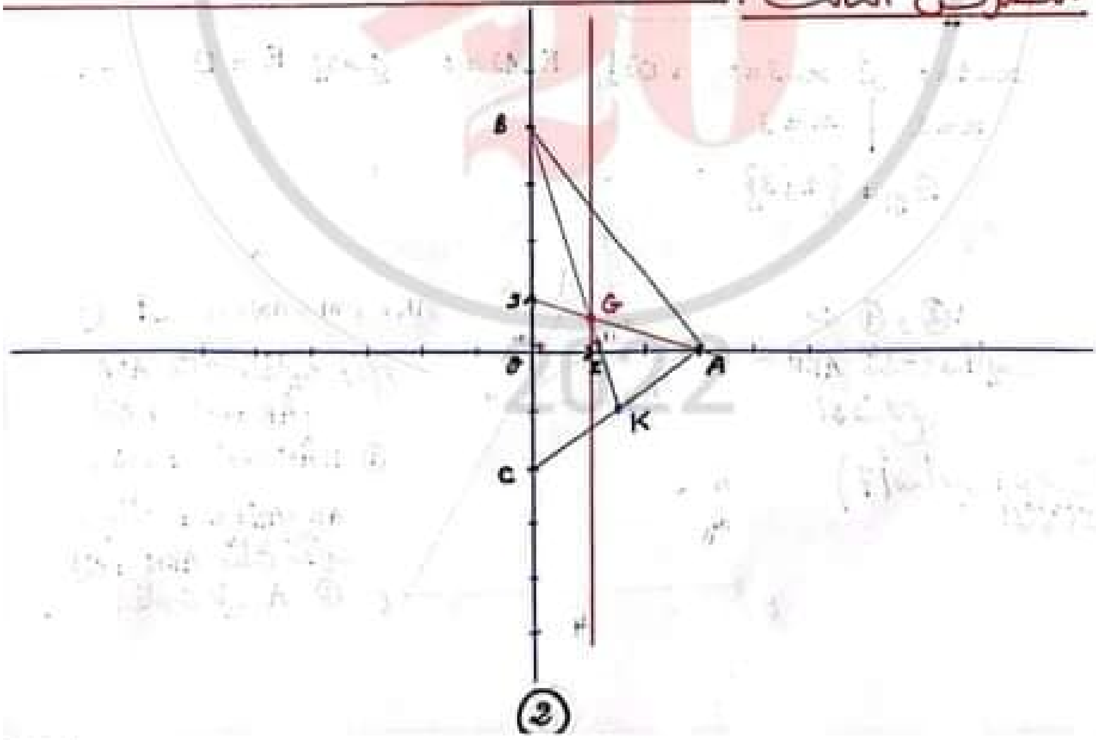
$= a+\sqrt{2-2a-1+a^2}$

$= a+\sqrt{a^2-2a+1}$

$= a+\sqrt{(a-1)^2}$

$= a+|\underbrace{a-1}_{\text{سالب}}| = a+1-a = 1$ #

التمرين الثالث :



1) أ- $\begin{cases} A \in (OI) \\ (OI) \perp (OJ) \end{cases}$ إذن $(OJ) \perp (OA)$ ولنا $(OA) \perp (IG)$

ومنه: $(IG) \parallel (OJ)$

ب- في المثلث AOJ لنا:

$G \in (AJ)$ و $I \in (AO)$ و $(OJ) \parallel (IG)$

إذن حسب (t.p): $\boxed{\frac{AI}{AO} = \frac{AG}{AJ} = \frac{IG}{OJ}}$

لنا، $\frac{AG}{AJ} = \frac{AI}{AO}$ حيث $AI = |x_I - x_A| \times OI$
$= |1 - 3| \times 1 = 2$

و $AO = |x_A - x_O| \times OI = 3$

إذن: $\frac{AI}{AO} = \frac{2}{3}$ ومنه: $\frac{AG}{AJ} = \frac{2}{3}$ يعني $\boxed{AG = \frac{2}{3}AJ}$

2) لنا: $J(0;1)$:

$\begin{cases} B \in (OJ) \\ C \in (OJ) \end{cases}$ و إذن: $x_B = x_C = 0$ ومنه $x_J = 0 = \frac{x_B + x_C}{2}$; $y_J = 1 = \frac{4+(-2)}{2} = \frac{y_B + y_C}{2}$

وبالتالي: $\boxed{J \text{ منتصف } [BC]}$

* في المثلث ABC لنا: J منتصف [BC] إذن [AJ] هو الموسط الصادر من A على [BC] حيث $AG = \frac{2}{3} AJ$

و بالتالي G هو مركز ثقل المثلث ABC

3) في المثلث ABC: المستقيم الحامل للموسط الصادر من B والمار من G (مركز ثقل) يقطع [AC] في K إذن K منتصف [AC]

ومنه،

$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2}$

$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0-2}{2} = -1$

وبالتالي: $\boxed{K(\frac{3}{2}; -1)}$

④ سؤال تميز (أساسي 7 : موسط المثلث يقسم المثلث إلى مساحتين متقايستين)

. AOB مثلث قائم في O إذن : $S_{AOB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3\times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$

. AOC " " في O إذن : $S_{AOC} = \frac{OA \times OC}{2} = \frac{3\times 2}{2} = \frac{6}{2} = 3$

ومنه : $S_{ABC} = S_{AOB} + S_{AOC} = 6 + 3 = 9$

بما أن : [BK] هو الموسط للمثلث ABC

إذن [BK] يقسم ABC إلى مثلثين متقايسين في المساحة

و منه : $S_{ABK} = \frac{S_{ABC}}{2} = \frac{9}{2}$

التمرين الرابع :

① أ- من ناحية : $E - 13 = x^2 - 4x + 16 - 13 = x^2 - 4x + 3$

من ناحية أخرى : $(x-1)(x-3) = x^2 - 3x - x + 3 = x^2 - 4x + 3$

إذن : $\boxed{E - 13 = (x-1)(x-3)}$

ب- $E = 13$ يعني $E - 13 = 0$ إذن : $x-3=0$ أو $x-1=0$

$x = 3$ | $x = 1$

$S_{\mathbb{R}} = \{1 ; 3\}$

② أ- $AK = OM = AN = a$

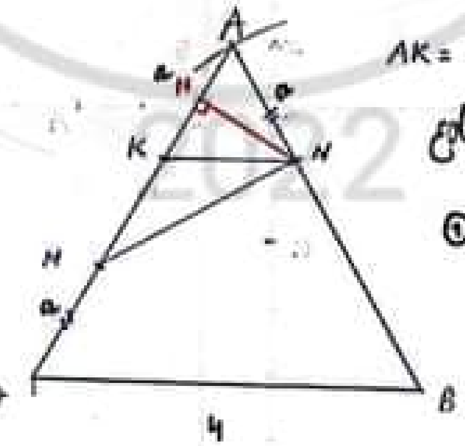
AOB مثلث متقايس الأضلاع

إذن : $\widehat{OAB} = 60°$

ومنه : $\widehat{KAN} = 60°$ ①

وبما أن : $AK = AN = a$

إذن : AKN مثلث متقايس الضلعين في A ②



من ① و ② : AKN مثلث متقايس الأضلاع

(أساسي 7 : درس المثلثات)

• ANK مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه : a

إذن قيس طول ارتفاعه NH: (H المسقط العمودي لـ N على (AK))

$$\boxed{NH = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$$

ب - في المثلث AMN : $[NH]$ هو الارتفاع الصادر من N على $[AM]$

إذن : مساحة المثلث AMN تساوي :

$$\frac{AM \times NH}{2} = \frac{(4-a)\times a\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a\,(4-a)\sqrt{3}}{4}$$

ج - . مساحة المثلث $\underline{OAB}$ تساوي :

(لـ OAB مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 4
إذن قيس طول ارتفاعه $= \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$)

إذن :

$$S_{OAB} = \frac{4\times 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

• S : مساحة الرباعي $OMNB$:

$$S = S_{OAB} - S_{AMN} = 4\sqrt{3} - \frac{a(4-a)\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{16\sqrt{3} - a(4-a)\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}\,(16 - 4a + a^2)}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}\,(a^2 - 4a + 16)$$

د - لنا : $(a-2)^2 + 12 = a^2 - 4a + 4 + 12 = a^2 - 4a + 16$

ومنه :

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2 - 4a + 16\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}\left[(a-2)^2 + 12\right]$$

• نعلم أن : $0 < a \leq 2$ إذن : $a - 2 \leq 0$

يعني $(a-2)^2 \geq 0$ يعني $(a-2)^2 + 12 \geq 12$ ...

يعني $\frac{\sqrt{3}}{4}\left[(a-2)^2 + 12\right] \geq \frac{\sqrt{3}}{4}\times 12$ يعني $\boxed{S \geq 3\sqrt{3}}$

3) $S = \frac{13\sqrt{3}}{4}$ إذن : $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2-4a+16\right) = \frac{13\sqrt{3}}{4}$

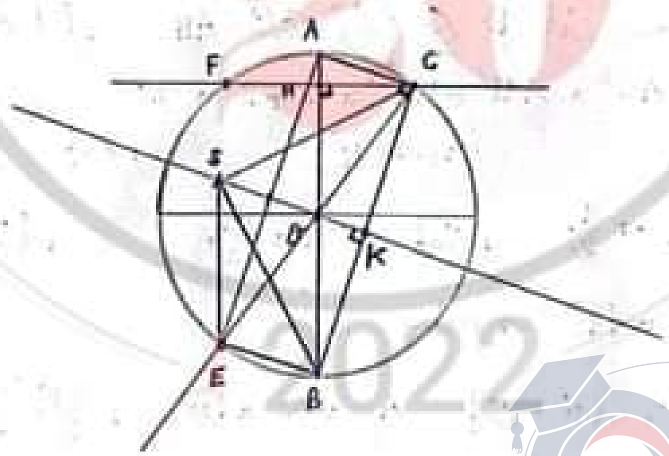
يعني $a^2-4a+16 = 13$

إذن ، a هو حل المعادلة ، $E = 13$

حسب سؤال 1) ب- $a = 1$ أو $a = 3$

بما أن $a \in]0;2]$ إذن : $\boxed{a = 1}$

التمرين الخامس :



② أ - في المثلث ABC لنا: O منتصف [AB] (O مركز الدائرة (C) التي قطرها [AB])
حيث OA = OB = OC (شعاعات لنفس الدائرة)
إذن: ABC مثلث قائم في C.

وبما أن H هو المسقط العمودي لـ C على [AB] إذن حسب (ن ب)
$CH^2 = HA \times HB = 1 \times 9 = 9$
إذن: $\boxed{HC = \sqrt{9} = 3\,cm}$

ب - ط 1: نثبت أن AFB قائم في F
$FH^2 = HA \times HB = 9$
$FH = 3$
إذن: $FH = HC = 3$ وبما أن $H \in [FC]$
فإن H منتصف [FC]

ط 2: لنا: $OF = OC$ (شعاعان لنفس الدائرة (C))
إذن O نقطة من الموسط العمودي المار من O والعمودي على [FC]
ونعلم أن: B و O و A ثلاث نقاط من المستقيم العمودي على [FC]
إذن: (AB) هو الموسط العمودي لـ [FC] وبما أن $H \in [FC]$
إذن $HC = HF$ ومنه H منتصف [FC]

② * في المثلث ABC لنا:
. O منتصف [AB]
. المستقيم المار من O والموازي لـ (AC) (إذن: $(BC) \perp (OK)$; $(BC) \perp (AC)$; $(OK) // (AC)$)
يقطع (BC) في K
إذن حسب (م. ط المنتصفات): K منتصف [BC]

* في المثلث CBS لنا: K منتصف [BC] إذن: [SK] هو الموسط ① المار من S على [BC]
يعني $OS = 2OK$. يعني $\frac{OS}{2} = \frac{OK}{1}$ يعني $\frac{OS}{2} = \frac{OK}{1} = \frac{OS+OK}{3}$
" $\frac{OS}{2} = \frac{OK}{1} = \frac{SK}{3}$
ومنه: $SO = \frac{2}{3} SK$ ②

من ① و ② : O مركز ثقل المثلث CBS .

③ أ-k في الرباعي $ACBE$: القطران $[AB]$ و $[CE]$ يتقاطعان في منتصفيهما O إذن $ACBE$ متوازي أضلاع ①

ولنا : $\widehat{ACB} = 90°$ ②

من ① و ② : $ACBE$ مستطيل .

* . $ACBE$ مستطيل إذن : $(EB) \parallel (AC)$ و $EB = AC$

. $O \in (SK) \parallel (AC) \longrightarrow (OS) \parallel (AC)$ ومنه : $(OS) \parallel (EB)$ ①

. في المثلث ABC لنا : $O \in (AB)$ و $K \in (BC)$ و $(AC) \parallel (OK)$

إذن حسب (ط.م) ، $\frac{BK}{BC} = \frac{BO}{BA} = \frac{OK}{AC}$

ومنه : $\frac{BO}{BA} = \frac{OK}{AC} = \frac{1}{2}$ (O منتصف $[AB]$)

ومنه ، $\frac{OK}{AC} = \frac{1}{2}$

حيث لنا : AHC مثلث قائم في H إذن حسب (ن.ب) :

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 1 + 9 = 10$$

إذن ، $AC = \sqrt{10}$

ولنا ، $OK = \frac{OS}{2}$ إذن ، $\frac{OK}{AC} = \frac{\frac{1}{2}OS}{\sqrt{10}} = \frac{1}{2}$

ومنه : $OS = \sqrt{10}$

وبالتالي : $AC = OS = \sqrt{10}$ إذن $EB = OS = \sqrt{10}$ ②

من ① و ② : $OBES$ متوازي الأضلاع .

(سؤال التمييز ذات صعوبة عالية)

ب - . EFC مثلث قائم في F لأنه قابل الارتسام في الدائرة $(\mathscr{C})$ وأحد أضلاعه $[EC]$ قطر الدائرة $(\mathscr{C})$

إذن ، $(EF) \perp (FC)$ ولنا ، $(AB) \perp (FC)$ في H

إذن ، $(AB) // (EF)$ وبما أن : $(ES) // (AB)$ ($A \in (OB)$ و $OBES$ متوازي الأضلاع)

إذن ، $(ES) // (EF)$

وبما أن E نقطة مشتركة إذن : E ؛ S و F على استقامة واحدة

ج - . EFC مثلث قائم في F إذن حسب (ن ب) :

$CE^2 = FC^2 + FE^2$ يعني $FE^2 = CE^2 - FC^2$

$= AB^2 - (2\,CH)^2$

$= 100 - 36 = 64$

إذن ، $FE = \sqrt{64} = 8\ cm$

• $OBES$ متوازي الأضلاع إذن ، $ES = OB = \frac{AB}{2} = 5$

ومنه ؛ $FS = EF - ES = 8 - 5 = 3\ cm$

4) $OHFS$ شبه منحرف لأن $(FS) // (OH)$

ومنه ، $S_{OHFS} = \frac{(OH + FS) \times FH}{2} = \frac{(4+3) \times 3}{2}$

$= \frac{21}{2} = 10{,}5\ cm^2$

القاعدة الكبرى ← $OH = OA - AH = 5 - 1 = 4$

القاعدة الصغرى ← $FS = 3$

الارتفاع ← $FH = 3$

منه $\frac{20}{20}$