إصلاح مناظرة: الرياضيات - دورة: 2021

WWW.Tunitests.tn

التمرين الأول:

1) $a = \sqrt{3}(\sqrt{3}-4) + |1-3\sqrt{3}| = 3-4\sqrt{3}+3\sqrt{3}-1 = 2-\sqrt{3}$ [أ]

2) $A(0,\sqrt{3})$ و $B(0,-\sqrt{3})$ إذن
$AB = |y_B - y_A| = |-\sqrt{3}-\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$ [ج]

3) $11\,111\,111^2 - 16 = (11\,111\,111-4)(11\,111\,111+4)$
$= 11\,111\,107 \times 11\,111\,115$
قابل للقسمة على 5 و قابل للقسمة على 3
إذن قابل للقسمة على 15 [ب] [ج]

التمرين الثاني:

1) أ.
$a = \frac{12-\sqrt{63}}{9} = \frac{12-\sqrt{9}\sqrt{7}}{9} = \frac{12-3\sqrt{7}}{9} = \frac{3(4-\sqrt{7})}{9} = \frac{4-\sqrt{7}}{3}$ *
$b = \frac{16+\sqrt{112}}{12} = \frac{16+\sqrt{16}\sqrt{7}}{12} = \frac{16+4\sqrt{7}}{12} = \frac{4(4+\sqrt{7})}{12} = \frac{4+\sqrt{7}}{3}$ *

ب.
$a \times b = \frac{4-\sqrt{7}}{3} \times \frac{4+\sqrt{7}}{3} = \frac{4^2-\sqrt{7}^2}{9} = \frac{16-7}{9} = \frac{9}{9} = 1$
إذن a مقلوب b.

بما أن $a \times b = 1 > 0$ و $b = \frac{4+\sqrt{7}}{3} > 0$ إذن $\boxed{a = \frac{4-\sqrt{7}}{3} > 0}$

ج.
$a - 1 = \frac{4-\sqrt{7}}{3} - 1 = \frac{4-\sqrt{7}-3}{3} = \frac{1-\sqrt{7}}{3} < 0$ $(1 < \sqrt{7})$
إذن ① $a < 1$

$b - 1 = \frac{4+\sqrt{7}}{3} - 1 = \frac{4+\sqrt{7}-3}{3} = \frac{1+\sqrt{7}}{3} > 0$
إذن ② $b > 1$

من ① و ②: $\boxed{a < 1 < b}$

①

tuniTests.tn
نجاحك يهمنا

ج) أ- $\frac{a}{a-1}+\frac{b}{b-1} \xrightarrow{\text{تحويل}} \frac{4-\sqrt{7}}{3}+\frac{4+\sqrt{7}}{3} = \frac{4-\sqrt{7}}{1-\sqrt{7}}+\frac{4+\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$ ✱

ب- $\frac{a}{a-1}+\frac{b}{b-1} = \frac{a(b-1)+b(a-1)}{(a-1)(b-1)} = \frac{ab-a+ab-b}{ab-a-b+1}$

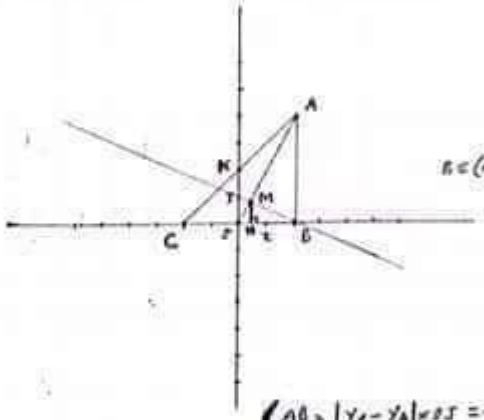
(توحيد المقامات)

$= \frac{2ab-(a+b)}{ab-(a+b)+1}$ ✱

ج- $\frac{a}{a-1}+\frac{b}{b-1}$ بما أن $\frac{4-\sqrt{7}}{1-\sqrt{7}}+\frac{4+\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}$ مساوية $\frac{2ab-(a+b)}{ab-(a+b)+1}$

$\left(\begin{array}{l} ab=1 \\ a+b=\frac{8}{3} \end{array}\right)$ $= \frac{2-\frac{8}{3}}{1-\frac{8}{3}+1} = \frac{(1+1-\frac{8}{3})}{(1+1-\frac{8}{3})} = 1 \in \mathbb{N}$

التمرين الثالث :



ج) أ- A و B تنتميان لمستقيم معادلته $(x_A+x_B=2)$

إذن $(OJ) \parallel (AB)$ وبما أن $(OI) \perp (OJ)$

إذن $(OI) \perp (AB)$ ولدينا $y_B=0$ حيث $B \in (OI)$

إذن (OI) مستقيم ارتفاع في B

ومنه: المثلث OAB قائم في B.

ب- المثلث OAB قائم في B إذن حسب فيثاغورس:

$OA^2 = OB^2 + AB^2$

$= 4 + 16 = 20$

ومنه: $\boxed{OA = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}}$

$(AB = |y_B - y_A| = 4)$

ج) أ- $B(2,0)$ صناعرة C بالنسبة إلى O إذن: $\boxed{C(-2,0)}$

✱ ب- في المثلث ABC لدينا: O منتصف $[AC]$ (B و C صناعرتان بالنسبة إلى O)

و $(AB) \parallel (OJ)$ حيث (OJ) يقطع (AC) في K

إذن K منتصف $[AC]$ (حالة المنتصفات)

ج- بما أن K منتصف $[AC]$ إذن:

$x_K = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{2+(-2)}{2} = 0$

$y_K = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{4+0}{2} = 2$

ومنه: $\boxed{K(0,2)}$ (2)

WWW.Tunitests.tn
tuniTests.tn
نجاحك يهمنا

(3) أ. OBJ مثلث قائم في O إذن حسب (ف ب):

$BJ^2 = OB^2 + OJ^2$

$= 4 + 1 = 5$

إذن: $\boxed{BJ = \sqrt{5}}$

ب. في المثلث AMB لنا: $J \in (MB)$ و $O \in (AM)$ و $(OJ) // (OB)$ إذن حسب (م ط):

$\frac{MJ}{MB} = \frac{MO}{MA} = \frac{OJ}{OB}$

وبما أن: $\frac{OJ}{AB} = \frac{1}{4}$ و $AB = |x_B - x_A| = OJ = 4$

إذن: $\boxed{\frac{MJ}{MB} = \frac{MO}{MA} = \frac{1}{4}}$

* ج- لنا: $\frac{MO}{MA} = \frac{1}{4}$ يعني $\frac{MO}{1} = \frac{MA}{4}$ و $M \in [OA]$

$\frac{MO}{1} = \frac{MA}{4} = \frac{MO + MA}{1+4} = \frac{OA}{5}$ "

إذن: $\boxed{OM = \frac{1}{5} OA}$

لنا: $\frac{MJ}{MB} = \frac{1}{4}$ يعني $\frac{MJ}{1} = \frac{MB}{4}$ و $M \in [BJ]$

$\frac{MJ}{1} = \frac{MB}{4} = \frac{MJ + MB}{5} = \frac{BJ}{5}$ "

$MJ = \frac{1}{5} BJ$ "

$BJ - BM = \frac{1}{5} BJ$ "

$BM = BJ - \frac{1}{5} BJ$ "

$= \frac{5}{5} BJ - \frac{1}{5} BJ = \frac{4}{5} BJ$

إذن: $\boxed{BM = \frac{4}{5} BJ}$

" WWW.Tunitests.tn

WWW.Tunitests.tn

د- لنا : $MB = \frac{1}{4}OA$ و $OA = 4\sqrt{5}$ إذن $\boxed{MB = \frac{3\sqrt{5}}{5}}$

و $MB = \frac{4}{5}BJ$ إذن $BJ = \sqrt{5}$ $\boxed{MB = \frac{4\sqrt{5}}{5}}$

• في المثلث OMB لنا :

$$\begin{cases} OM^2 = \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{4}{5} \\ MB^2 = \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2 = \frac{16}{5} \\ OB^2 = 4 \end{cases}$$

إذن $OM^2 + MB^2 = OB^2$

وبالتالي حسب النظرية العكسية لفيثاغورس المثلث OMB قائم في M.

(4) أ- OMB مثلث قائم في M و H المسقط العمودي لـ M على (OB)

إذن حسب (ع ق ب) :

$$MB \times MB = MH \times OB$$

$$MH = \frac{MB \times MB}{OB} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5}}{2}$$ يعني

$$= \frac{\frac{3 \times 5}{25}}{2} = \frac{\frac{3}{5}}{2} = \frac{3}{10} = \frac{4}{5}$$ ✱

و منه $\boxed{MH = \frac{4}{5}}$

ب- OHM مثلث قائم في H إذن حسب (ن ب) :

$$OM^2 = OH^2 + MH^2$$ يعني

$$OH^2 = OM^2 - MH^2$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{16}{25} = \frac{20 - 16}{25} = \frac{4}{25}$$

و منه $\boxed{OH = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}}$

ج- $H \in [OI]$ حيث $OH = \frac{2}{5}$ إذن $x_H = \frac{2}{5}$

وبما أن $(MH) \perp (OI)$ إذن ① $x_H = x_M = \frac{2}{5}$

• $MH = \frac{4}{5}$ حيث $y_H > 0$ و $y_H = 0$ إذن ② $y_M = \frac{4}{5}$

وبالتالي : $\boxed{M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right)}$

التمرين الرابع:

① أ- إذا كان $x = \frac{10}{3}$ فان:

$$E = 3\times\left(\frac{10}{3}\right)^2 - 40\times\frac{10}{3} + 100$$
$$= \frac{300}{9} - \frac{400}{3} + \frac{900}{9} = \frac{300}{9} - \frac{1200}{9} + \frac{900}{9} = \frac{1200}{9} - \frac{1200}{9} = 0 \quad *$$

ب-
$$(3x-10)(x-10) = 3x^2 - 30x - 10x + 100$$
$$= 3x^2 - 40x + 100 = E \quad *$$

ج- $E = 0$ إذن: $3x - 10 = 0$ أو $x - 10 = 0$

$x = \frac{10}{3}$ | $x = 10$

② أ- في المثلث MBJ لنا: $M\hat{B}J = 60°$

د $B\hat{M}J = A\hat{M}I = 60°$ (متقابلتان بالرأس حيث AIM مثلث متقايس الأضلاع)

ومنه: $M\hat{J}B = 180 - (60+60) = 60°$

إذن: MBJ مثلث متقايس الأضلاع

ب- * MAI مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه a

إذن قيس طول ارتفاعه $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$

ومنه: $S_1 = \frac{a \times \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ *

• MBJ مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه $(5-a)$

إذن قيس طول ارتفاعه $= \frac{(5-a)\sqrt{3}}{2}$

ومنه: $S_2 = \frac{(5-a)\cdot\frac{(5-a)\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{(5-a)^2\cdot\sqrt{3}}{4}$ *

tuniTests.tn
نجاحك يهمنا

WWW.Tunitests.tn

$$4S_2 - S_1 = 4\frac{(5-a)^2\sqrt{3}}{4} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\left(4(5-a)^2 - a^2\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\left(4\left(25 - 10a + a^2\right) - a^2\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}\left(100 - 40a + 4a^2 - a^2\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(3a^2 - 40a + 100\right)$$ ✻

2- $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{4}$ يعني $4S_2 = S_1$ يعني $4S_2 - S_1 = 0$

إذن $\frac{\sqrt{3}}{4}\left(3a^2 - 40a + 100\right) = 0$ يعني $3a^2 - 40a + 100 = 0$

إذن a هو حل للمعادلة $E = 3x^2 - 40x + 100 = 0$

و حسب 1) ج- $x = \frac{10}{3} < 5$ أو $x = 10 > 5$

و بما أن $0 < a < 5$

إذن: $a = \frac{10}{3}$ #

التمرين الخامس:

1) أ- ABC مثلث قائم في A إذن: $(AC) \perp (AB)$

C, M نقطتان من Δ حيث $(AC) \perp \Delta$

إذن $\Delta // (AB)$

و منه: $(MC) // (AB)$ #

ب- في المثلث ADB لدينا: $M \in (DB)$; $C \in (AD)$ و $(MC) // (AB)$

إذن حسب (ط م)، $\frac{DB}{DM} = \frac{DA}{DC} = \frac{AB}{MC}$ #

WWW.Tunitests.tn

② أ- لنا : $(MC)\parallel(AB)$ و (BM) التقاطع لهما في M و B

إذن $A\hat{B}M = C\hat{M}B$ لهما متبادلتان داخليا ($\beta^{ème}$ année)

- $[BM]$ منصف الزاوية $\hat{ABC}$ إذن : $A\hat{B}M = M\hat{B}C$

وبما أن : $A\hat{B}M = C\hat{M}B$

إذن : $C\hat{M}B = C\hat{B}M$

ومنه BCM مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية C .

ب- حسب حالات طالس ① ب- : $\frac{DA}{DC} = \frac{AB}{CM}$

حيث : $AB = 2$ و $AC = 2$ إذن حسب (ب-ا) : $BC = 2\sqrt{2}$

(ABC مثلث قائم ومتقايس الضلعين في A)

وبما أن : $CB = CM$ إذن $CM = 2\sqrt{2}$

(متقايس BCM الضلعين في C)

إذن : $\frac{DA}{DC} = \frac{AB}{CM} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

③ لنا : $\frac{DA}{DC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ يعني $\frac{DC}{\sqrt{2}} = \frac{DA}{1}$

$DA = \frac{1}{\sqrt{2}}(AC - AD)$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}AC - \frac{1}{\sqrt{2}}AD$

يعني $DA + \frac{1}{\sqrt{2}}AD = \frac{1}{\sqrt{2}}AC$: يعني $\sqrt{2}DA + AD = AC$

$(\sqrt{2}+1)AD = AC$ يعني $AD = \frac{1}{\sqrt{2}+1}AC = \frac{2}{\sqrt{2}+2}$

$= \frac{2(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{1} = 2(\sqrt{2}-1)$

tuniTests.tn

نجاحك يهمنا