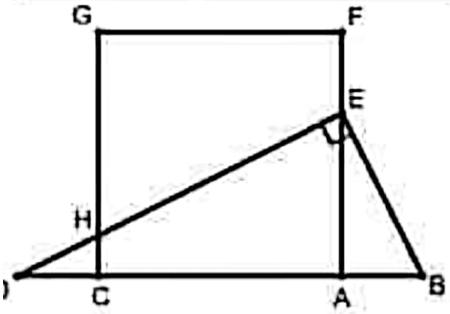
ضارب الاختبار : 2	السنة الدراسية : 2023 – 2024	وزارة التربية التونسية
	# اختبار نموذجي في الرياضيّات	شهادة ختم التعليم الأساسي العام
الأستاذ : جوهر توايتي	يسمح باستعمال الآلة الحاسبة	مدة الاختبار : ساعتان

التمرين عدد 01

كل سؤال تليه ثلاثة إجابات إحداها فقط صحيحة ، أكتب على ورقة تحريرك رقم السؤال و الإجابة الصحيحة الموافقة له



1) تأمل الرسم المجاور حيث ACGF مربع ، $AB = DC = EF = x$ ، $AC = 6$ ، CH يساوي :

1 $\frac{3}{2}$ $\sqrt{2}$

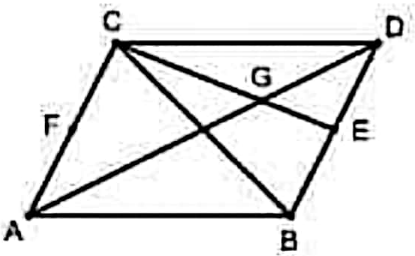
2) إذا علمت أن التكرار التراكمي الصاعد الموافق ل 2 يساوي 21 و التكرار التراكمي النازل الموافق ل 2 يساوي 29 فإن المعدل الحسابي للسلسلة الإحصائية المحوصلة في الجدول يساوي :

القيم	1	2	3	4
التكرارات	11	x	7	y

2 $2{,}5$ 3

3) في الرسم المجاور ABDC متوازي أضلاع ، E منتصف [BD] ، F منتصف [AC] و G نقطة تقاطع (AD) و (CE) ، إحداثيات G في المعيّن (A, AB, AF) هي :

$\left(\frac{5}{6} ; \frac{3}{2}\right)$ $\left(\frac{2}{3} ; 1\right)$ $\left(\frac{2}{3} ; \frac{4}{3}\right)$



التمرين عدد 02

I) لتكن العبارة الجبرية $A = x^2 - 4\sqrt{2}x + 6$ حيث x عدد حقيقي

1) احسب A في حالة $x = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

2) أ) بين أن $A = \left(x - 2\sqrt{2}\right)^2 - 2$ ثم استنتج تفكيكا ل A

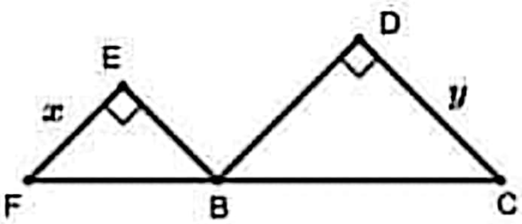
ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 = 0$

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 \leq 48$

II) في الرسم المجاور BCD و BEF مثلثان قائمان و متقايسا الضلعين على التوالي في D و E (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

$FC = 8$ ، B نقطة من [FC] و مختلفة ل F و C حيث $BF < BC$

$FE = x$ و $CD = y$ حيث x و y عددان حقيقيان



1) المستقيمان (CD) و (EF) يتقاطعان في M ، بين أن BDME هو مستطيل

2) إذا علمت أن مساحة المستطيل BDME تساوي 6

أ) بين أن : $x + y = 4\sqrt{2}$ ثم استنتج أن : $0 < x < 2\sqrt{2}$

ب) بين أن : $BM = 2\sqrt{5}$

ج) بين أن : $x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 = 0$ ثم استنتج أن : $CE = 5\sqrt{2}$

التمرين عدد 03

وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

في الرسم المجاور (O, I, J) معين متعامد في المستوي حيث $OI = OJ = 1$ ، $A(-4;0)$ ، $B(0;3)$ ، $E(2;0)$ و $K(-2;0)$

1) بين أن : $AB = 5$

2) ζ نصف دائرة قطرها [AI] تقطع [OJ) في نقطة G

أ) بين أن المثلث AGI قائم الزاوية في G

ب) بين إذن أن : $OG = 2$ ثم أثبت أن إحداثيات G هي $(0;2)$

3) المستقيم المار من B و الموازي ل (OA) يقطع (AG) في C

أ) بين أن : $\frac{BC}{OA} = \frac{BG}{OG}$ ثم استنتج أن : $BC = 2$

ب) بين إذن أن OBCE هو مستطيل ثم حدد إحداثيات C

4) أ) لتكن D مناظرة A بالنسبة إلى B ، بين أن إحداثيات D هي $(4;6)$ ثم بين أن C هي منتصف [OD]

ب) بين أن النقاط D و G و K على استقامة واحدة

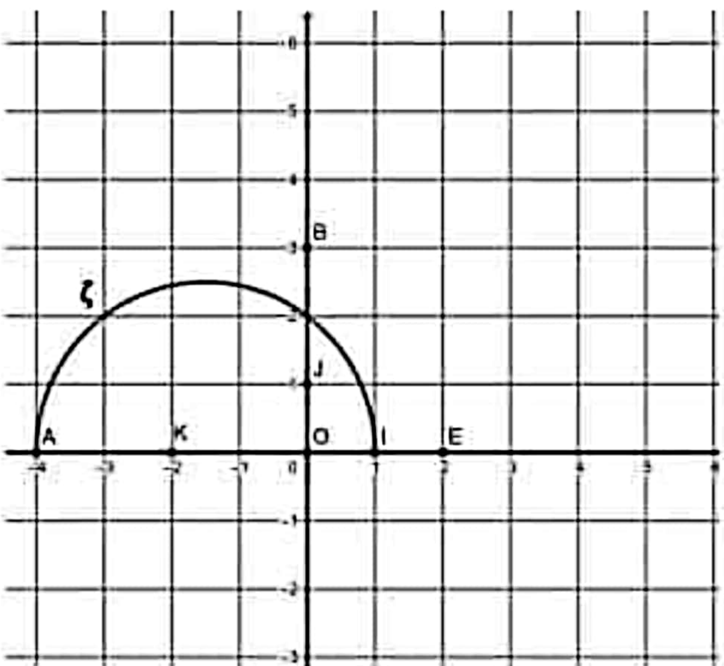
5) المستقيم المار من A و العمودي على (CI) يقطع (GI) في F

أ) بين أن $F \in (CE)$

ب) بين أن OGEF هو متوازي الأضلاع ثم حدد إحداثيات F

ج) المستقيم المار من F و الموازي ل (OI) يقطع (OJ) في L ، بين أن EGKL هو مربّع

6) المستقيم (DE) يقطع (AF) في في H ، بين أن : $BH = 5$



التمرين عدد 04

قام مدير ضيعة فلاحية بدراسة إحصائية حول إنتاج قطيع أبقار الضيعة من الحليب في اليوم بحساب اللتر ممثلا في الرسم البياني التالي مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة الموافق للسلسلة

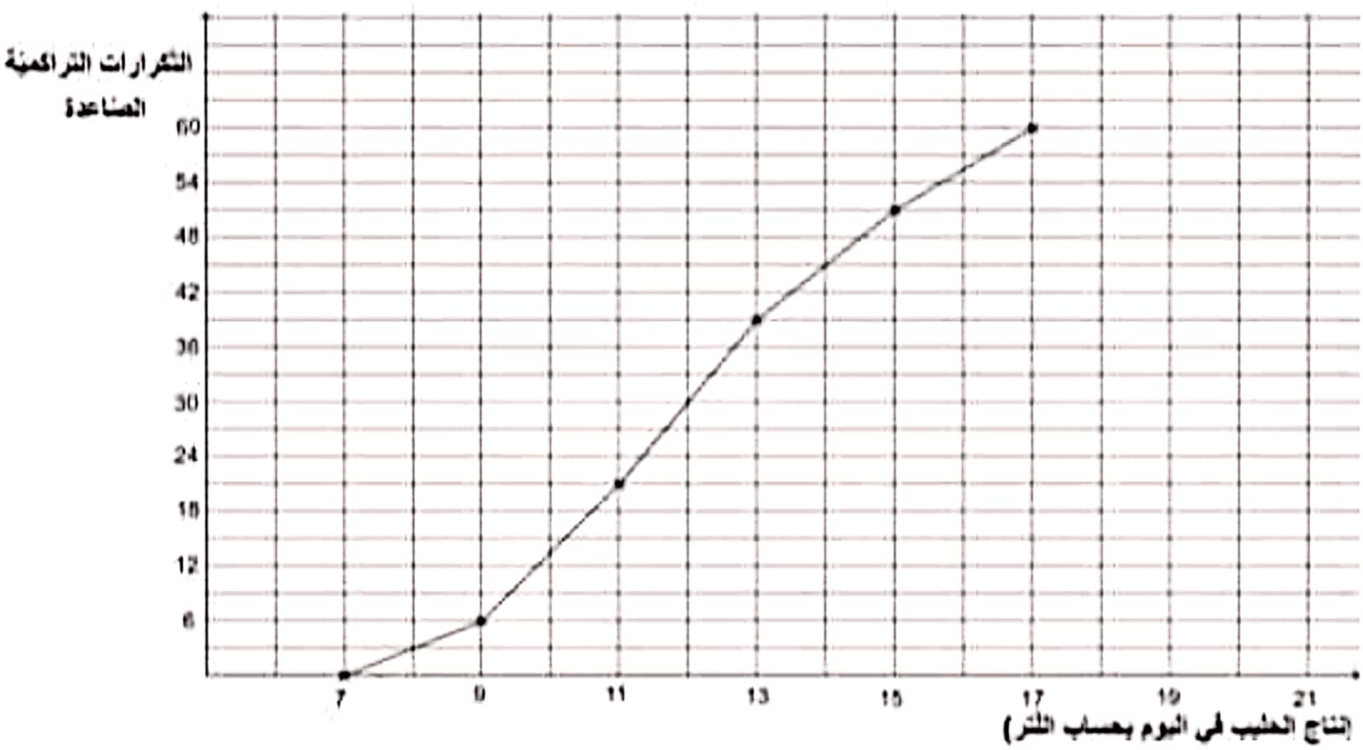
الفئات (كميات إنتاج الحليب باللتر)					
التكرارات التراكمية الصاعدة					
التكرارات (عدد الأبقار)					
التكرارات التراكمية النازلة					
التواترات التراكمية الصاعدة					

1) انقل الجدول أسفله على ورقة تحريرك ثم اتمم تعميره

2) احسب معدل إنتاج البقرة الواحدة من الحليب في **الأسبوع**

3) انجز على نفس الرسم مضلع التكرارات التراكمية النازلة الموافق للسلسلة ثم استخرج قيمة تقريبية لموسط إنتاج الحليب باللتر

4) ارسلت مندوبية الفلاحة بيطريا لتقصي داء السل لدى الأبقار في تلك الضيعة ، اختار البيطري عشوائيا بقرة من القطيع ، ما هو احتمال أن يكون إنتاجها أقل من 13 لترا في اليوم ؟



التمرين عدد 05

وحدة قيس الطول هي الصنتيمتر

في الرسم المجاور ABCDEF موشور قائم حيث $AB = 3\sqrt{5}$ ، $AC = 6$ ، $BC = 9$ و $AD = 4$

لتكن I منتصف [BC] و G نقطة من [AI] حيث $DG = 5$

1) أ) بين أن $(DA) \perp (ABC)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ADG

ب) بين إذن أن $AG = 3$

2) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A ثم استنتج أن $(BA) \perp (ADC)$

3) المستقيم (BG) يقطع (AC) في J ،

أ) أحسب AI ثم استنتج أن G هي مركز ثقل المثلث ABC

ب) استنتج أن $(IJ) \perp (ADC)$ ثم أحسب حجم الهرم IADFC

4) لتكن H المسقط العمودي ل D على (EF)

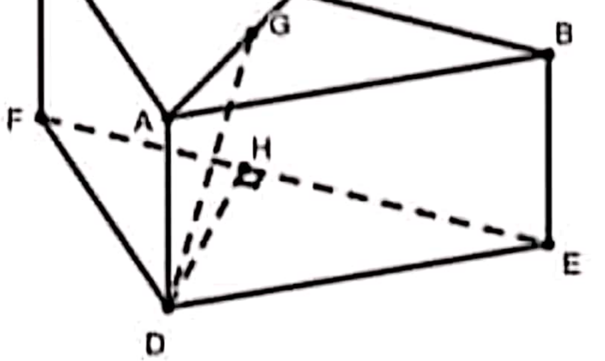
أ) بين أن $DH = 2\sqrt{5}$ ثم استنتج أن $FH = 4$

ب) أحسب CH و DC ثم استنتج أن $(DH) \perp (EBC)$

5) أ) بين أن المستقيمين (D) و (EI) متقاطعان

ب) لتكن $\{M\} = (EI) \cap (DJ)$ ، بين أن $M \in (EBC)$

ج) بين أن C هي منتصف [MF]



إصلاح الاختبار التجريبي

التمرين 1

① الإجابة : $CH = 1$

② الإجابة : $\bar{x} = 2,5$

③ الإجابة : $G(\frac{2}{3};\frac{4}{3})$

التمرين 2

I) ① في حالة $x = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

فإنّ $A = 1$

2) أ) $(x-2\sqrt{2})^2 - 2 = x^2 - 4\sqrt{2}x + (2\sqrt{2})^2 - 2$

$= x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 - 2$

$= x^2 - 4\sqrt{2}x + 6$

$= A$

ب) $A = (x-2\sqrt{2})^2 - 2$

$= (x-2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2$

$= (x-2\sqrt{2}+\sqrt{2})(x-2\sqrt{2}-\sqrt{2})$

$= (x-\sqrt{2})(x-3\sqrt{2})$

$x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 = 0$

يعني $(x-\sqrt{2})(x-3\sqrt{2}) = 0$

يعني $x-\sqrt{2} = 0$ أو $x - 3\sqrt{2} = 0$

يعني $x = \sqrt{2}$ أو $x = 3\sqrt{2}$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{\sqrt{2};3\sqrt{2}\}$

ج) $x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 \leq 48$

يعني $(x-2\sqrt{2})^2 - 2 \leq 48$

يعني $(x-2\sqrt{2})^2 \leq 50$

يعني $|x-2\sqrt{2}| \leq 5\sqrt{2}$

يعني $-5\sqrt{2} \leq x - 2\sqrt{2} \leq 5\sqrt{2}$

يعني $-3\sqrt{2} \leq x \leq 7\sqrt{2}$

إذن $S'_{\mathbb{R}} = [-3\sqrt{2};7\sqrt{2}]$

(1)

II) ①

. المثلّث BDC قائم ومتقايس الضلعين في D

إذن : $D\hat{C}B = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

. المثلّث BEF قائم ومتقايس الضلعين في E

إذن : $E\hat{F}B = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

$\Leftarrow$ $E\hat{B}D = 180° - 2 \times 45° = 90°$

$\Leftarrow$ في الرّباعي $BDME$ لنا:

$E\hat{B}D = B\hat{E}M = B\hat{D}M = 90°$

إذن $BDME$ هو مستطيل

2) أ) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث BEF

فإنّ : $FB = \sqrt{2}x$

بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث BCD

فإنّ : $BC = \sqrt{2}y$

ولنا $B \in [FC]$ إذن $FB + BC = FC$

إذن $\sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 8$

إذن $\sqrt{2}(x+y) = 8$

إذن $x + y = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

ب) لنا $BF < BC$

إذن $\sqrt{2}x < \sqrt{2}y$

إذن $x < y$

إذن $x + x < x + y$

إذن $2x < 4\sqrt{2}$

إذن $x < \frac{4\sqrt{2}}{2}$

إذن $x < 2\sqrt{2}$

ولنا $x = FE > 0$ إذن $0 < x < 2\sqrt{2}$

(2)

ج) بينا أنّ المثلث EBD قائم الزاوية في B إذن بتطبيق نظرية بيتاغورس فإنّ

$ED^2 = BE^2 + BD^2 = x^2 + y^2$

إذن $ED = \sqrt{x^2 + y^2}$

وبما أنّ BDME مستطيل فإنّ :

$BM = ED = \sqrt{x^2 + y^2}$

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

إذن $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$= (4\sqrt{2})^2 - 2 \times 6$

$= 32 - 12$

$= 20$

إذن $BM = \sqrt{20} = \sqrt{4}.\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

(مساحة المستطيل BDME تساوي 6

إذن $x.y = 6$)

ح) لنا $x + y = 4\sqrt{2}$

إذن $y = 4\sqrt{2} - x$

ولنا $x.y = 6$

إذن $x(4\sqrt{2} - x) = 6$

إذن $4\sqrt{2}x - x^2 = 6$

إذن $x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 = 0$

إذن حسب I ج ب فإنّ :

$x = \sqrt{2}$ أو $x = 3\sqrt{2}$

ولنا $0 < x < 2\sqrt{2}$

إذن $x = \sqrt{2}$

وبالتالي $y = 3\sqrt{2}$

وبما أنّ BDME مستطيل فإنّ :

$ME = BD = 3\sqrt{2}$ و $DM = BE = \sqrt{2}$

ولنا $D \in [MC]$ إذن :

$MC = DM + DC = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

المثلث MEC قائم الزاوية في M (لأنّ BDME مستطيل) إذن حسب نظرية بيتاغورس فإنّ :

$MB^2 =$

$EC^2 = (4\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 32 + 18 = 50$

إذن $EC = \sqrt{50} = \sqrt{25}.\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

التمرين عدد 03 (وحدة قيس الطول هي الصم)

1) $A \in (OI)$ إذن :

$OA = |x_A - x_O| . 1 = |-4| = 4$

$B \in (OJ)$ إذن :

$OB = |y_B - y_O| . 1 = |3| = 3$

ولنا $(OI) \perp (OJ)$ إذن المثلث OAB قائم الزاوية في O إذن حسب نظرية بيتاغورس فإنّ :

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

إذن $AB = \sqrt{25} = 5$

2) أ) المثلث AGI مرتسم في نصف الدائرة $\mathscr{E}$ وضلعه [AI] قطر لها فهو قائم الزاوية في G

ب) المثلث AGI قائم الزاوية في G و O المسقط العمودي لـ G على وتره [AI]

إذن $OG^2 = OA \times OI = 4 \times 1 = 4$

إذن $OG = \sqrt{4} = 2$

لنا $G \in [OJ)$ إذن $x_G = 0$ و $y_G \geq 2$

ولنا $OG = 2$ إذن $|y_G| = 2$

يعني $y_G = 2$ أو $y_G = -2$

وبما أن $y_G \geq 0$ فإن $y_G = 2$

$\Leftarrow G(0;2)$

3) أ) تطبيق مبرهنة طالس في المثلث OAG

ب) في الرباعي $OBCE$ لنا :

$$\begin{cases} BC = OE = 2 \\ (BC) \parallel (OE) \\ B\hat{O}E = 90° \end{cases}$$ إذن $OBCE$ هو مستطيل

$(BC) \parallel (OI)$ إذن $y_C = y_B = 3$

$(CE) \parallel (OJ)$ إذن $x_C = x_E = 2$

$\Leftarrow C(2;3)$

4) أ) D مناظرة A بالنسبة إلى B يعني أن B هي منتصف $[AD]$ يعني :

$$\begin{cases} \dfrac{x_D + x_A}{2} = x_B \\ \dfrac{y_D + y_A}{2} = y_B \end{cases}$$

يعني
$$\begin{cases} x_D = 2 \cdot x_B - x_A = 4 \\ y_D = 2 \cdot y_B - y_A = 6 \end{cases}$$

$\Leftarrow D(4;6)$

لنا :
$$\begin{cases} \dfrac{x_O + x_D}{2} = 2 = x_C \\ \dfrac{y_O + y_D}{2} = 3 = y_C \end{cases}$$

إذن C هي منتصف $[OD]$

ب) لنا
$$\begin{cases} \dfrac{x_O + x_A}{2} = -2 = x_K \\ \dfrac{y_O + y_A}{2} = 0 = y_K \end{cases}$$

إذن K هي منتصف $[OA]$

في المثلث AOD لنا

B منتصف $[AD]$ إذن $[OB]$ هو الموسط الصادر من O

C منتصف $[OD]$ إذن $[AC]$ هو الموسط الصادر من A

وبما أن $(OB) \cap (AC) = \{G\}$

فإن G هي مركز ثقل المثلث AOD

وبما أن K هي منتصف $[OA]$ فإن $[DK]$ هو الموسط الصادر من D وبالتالي $G \in [DK]$

ومنه فإن D و G و K على استقامة واحدة

5) أ) في المثلث ICA لنا :

$(IG) \perp (AC)$ إذن (IG) هو المستقيم الحامل للارتفاع الصادر من I

$(AF) \perp (CI)$ إذن (AF) هو المستقيم الحامل للارتفاع الصادر من A

وبما أن $(IG) \cap (AF) = \{F\}$ فإن F هي المركز القائم للمثلث ICA

إذن (CF) هو المستقيم الحامل للارتفاع الصادر من C والموافق للضلع $[AI]$ إذن $(CF) \perp (AI)$

ولنا $(CE) \perp (AI)$ إذن $(CF) \parallel (CE)$

وبما أن C هي نقطة مشتركة بينهما فإن (CE) و (CF) منطبقان

ومنه فإن $F \in (CE)$

ب) لنا
$$\begin{cases} \dfrac{x_O + x_E}{2} = 1 = x_I \\ \dfrac{y_O + y_E}{2} = 0 = y_I \end{cases}$$

إذن I هي منتصف $[OE]$

في المثلث IOG لنا: $\begin{cases} E \in (OI) \\ F \in (IG) \\ (EF) \parallel (OG) \end{cases}$

إذن حسب مبرهنة طالس نتيجة: $\frac{EF}{OG} = \frac{IE}{IO} = 1$

إذن $EF = GO$ و بما أن $(EF) \parallel (GO)$

فإن الرباعي $OGEF$ متوازي الأضلاع.

إذن I هي منتصف $[FG]$

إذن $\begin{cases} \frac{x_F + x_G}{2} = x_I = 1 \\ \frac{y_F + y_G}{2} = y_I = 0 \end{cases}$

إذن $\begin{cases} x_F = 2\times1 - 0 = 2 \\ y_F = 2\times0 - 2 = -2 \end{cases}$

$\Leftarrow$ $F(2;-2)$

ج) في الرباعي $EGKL$ لنا:

$\left.\begin{array}{l} O \text{ منتصف } [EK] \text{ و } [GL] \text{ (نبيّن ذلك)} \\ (EK) \perp (GL) \\ EK = GL \text{ (نبيّن ذلك)} \end{array}\right\}$

إذن $EGKL$ هو مربع.

6) في المثلث ODE لنا $\begin{cases} C \text{ منتصف } [OD] \\ I \text{ منتصف } [OE] \end{cases}$

إذن $(CI) \parallel (DE)$

ولنا $(AF) \perp (CI)$

إذن $(AF) \perp (DE)$

وبما أن $(AF) \cap (DE) = \{H\}$

فإن المثلث AHD قائم الزاوية في H

7)

ولنا B منتصف وتر $[AD]$

إذن $BH = BA = BD = 5$