

التمرين عدد 1

✎ اختر الإجابة الصحيحة

- 1) أ- عدد الأعداد ذات أربعة أرقام مختلفة المتكوّنة من 1 و 2 و 3 و 4 هو (أ) 12 (ب) 24 (ج) 64
 ب- مجموع جميع هذه الأعداد المتكوّنة من أربعة أرقام مختلفة يساوي (أ) 33330 (ب) 44440 (ج) 66660
 2) في العدد $a = 2,43756$ الرقم الذي يوجد في الرتبة 2021 هو (أ) 5 (ب) 6 (ج) 7

□ لتكن العبارتان : $A = 5x^2 + y^2 + 4$ و $B = 4x + 4xy$ حيث x و y عدداً حقيقيّان

أ- بين أن: $A \geq B$ ب- في حالة $A = B$ أوجد العددين x و y

التمرين عدد 2

لتكن الأعداد الحقيقية : $a = (\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1) + 2\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600}$ و $b = (1+\sqrt{6})^2 - 2$

1) بين أن: $a = 5 - 2\sqrt{6}$ و $b = 5 + 2\sqrt{6}$

2) أ- بين أن a و b مقلوبان ب- استنتج أن: $-\sqrt{6} < -2,5$

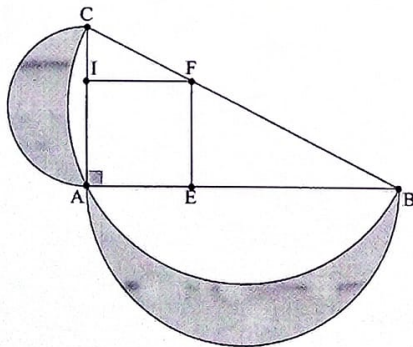
3) أ- بين أن العددين a و $b-10$ متقابلان ب- استنتج أن: $b^2 - 10b + 1 = 0$

4) لتكن العبارة: $A = x^2 - 10x + 1$

أ- بين أن: $A = (x-5)^2 - 24$ ب- فكك إلى جذاء العبارة A

5) جد قيم x بحيث : $A=0$

التمرين عدد 3



- في الرسم المصاحب المثلث قائم في A
- \mathcal{C}_1 نصف دائرة محيطة بالمثلث ABC
 - \mathcal{C}_2 نصف دائرة قطرها [AB]
 - \mathcal{C}_3 نصف دائرة قطرها [AC]
 - E نقطة من [AB] و I نقطة من [AC] و F نقطة من [BC]

[BC]

حيث AEFI مربع

نعبر $BC = z$ و $AC = x$ و $AB = y$

1) بين أن: $AE = \frac{xy}{x+y}$

- 1/2 -

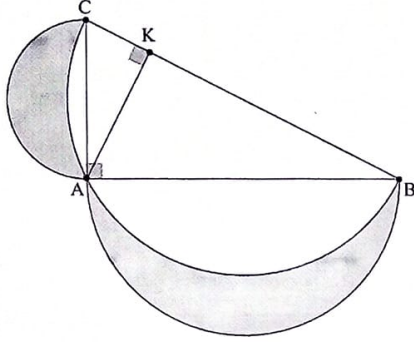
2) في حالة ABC مثلث متقايس الضلعين

حدّد موقع النقطة I

3) نعتبر $y = 4$

أ- جد x بحيث تكون مساحة المربع $AEFI$ مساوية لـ 9

ب- أحسب BC في هذه الحالة



4) ليكن K المسقط العمودي لـ A على (BC) . نعتبر

$$AK = h$$

$$\text{أ- بين أن: } (x+y)^2 = z^2 + 2zh$$

ب- عبّر عن $(x-y)^2$ بدلالة z و h

$$\text{ت- استنتج أن: } h < \frac{z}{2}$$

ث- في حالة $h = 4,8$ و $z = 10$. أوجد x و y

5) قارن مساحة المنطقة الملوّنة بمساحة المثلث

التمرين عدد 4

نعتبر مثلثا ABC فيه: $AB=14$ و $AC=13$ و $BC=15$

• H المسقط العمودي لـ C على (AB)

• K المسقط العمودي لـ B على (AC)

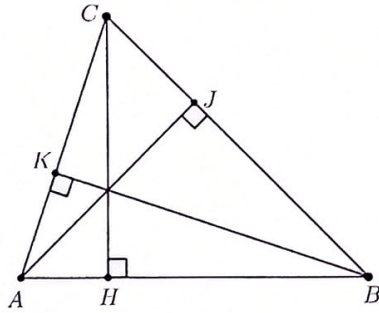
• J المسقط العمودي لـ A على (BC)

1) بين أن البعد CH هو عدد صحيح طبيعي

2) بين أن البعد AJ هو عدد عشري

3) بين أن البعد BK هو عدد كسري غير عشري

4) اقترح مثلثا تكون أطوال أضلاعه و ارتفاعاته أعداد صحيحة طبيعيّة




www.tunitests.tn

التمرين عدد 5

1) لنكن: $x = \sqrt{2} - 1$

قارن x و \sqrt{x} و x^2

2) لتكن $y = \sqrt{5} - 1$

قارن y و \sqrt{y} و y^2

3) علما أن $1 \leq a \leq 2$

أ- قارن $a-1$ و $\sqrt{a-1}$ و $(a-1)^2$

ب- قارن: $2a-1$ و $\sqrt{2a-1}$ و $(2a-1)^2$

التمرين عدد 1

ج) 66660

□ (1) ب) 24

□ (2) ب) 6

$$A - B = 5x^2 + y^2 + 4 - 4x - 4xy = x^2 - 4x + 4 + 4x^2 - 4xy + y^2 = (x-2)^2 + (2x-y)^2 - 4$$

لنا $A - B$ موجب إذا $A \geq B$

ب- $A = B$ يعني $A - B = 0$ يعني $x - 2 = 0$ و $2x - y = 0$ ومنه $x = 2$ و $y = 4$



www.tunitests.tn

التمرين عدد 2

(3) ب- a و $b - 10$ متقابلان يعني $a + b - 10 = 0$ ومنه $ba + b^2 - 10b = 0$ وبالتالي $b^2 - 10b + 1 = 0$

(4) ب- $A = (x-a)(x-b)$

التمرين عدد 3

(1) في المثلث ABC لنا $I \in (AC)$ و $F \in (BC)$ بحيث $(IF) \parallel (AB)$. حسب مبرهنة طاليس فإن:

$$\frac{CI}{CA} = \frac{IF}{AB} \text{ ومنه } \frac{AC - AI}{CA} = \frac{AE}{AB} \text{ إذا } \frac{x - AE}{x} = \frac{AE}{y} \text{ وبالتالي } xAE = y(x - AE)$$

$$\text{أي } xAE = xy - yAE \text{ ومنه } xAE + yAE = xy \text{ إذا } AE(x + y) = xy \text{ وبالتالي } AE = \frac{xy}{x + y}$$

(2) في حالة ABC مثلث متقايس الضلعين فإن: $x = y$ ومنه: $AI = AE = \frac{xy}{x + y} = \frac{x \times x}{x + x} = \frac{x \times x}{2x} = \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}AC$

أي أن I منتصف $[AC]$

(3) أ- لنا $S_{AEFI} = 9$ إذا $AE^2 = 9$ ومنه $AE = 3$ إذا $\frac{xy}{x + y} = 3$ أي $\frac{4x}{x + 4} = 3$ ومنه $4x = 3(x + 4)$

إذا $4x = 3x + 12$ وبالتالي $x = 12$

ب- لنا $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 12^2 = 160$ إذا: $BC = 4\sqrt{10}$

(4) أ- لنا ABC مثلث قائم في A إذا $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ومنه $z^2 = x^2 + y^2$ وبما أن K هو المسقط العمودي لـ A على (BC)

فإن: $AK \times BC = AB \times AC$ ومنه $hz = xy$

وبالتالي $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = z^2 + 2hz$

ب- $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = z^2 - 2hz$

ت- لنا $(x - y)^2 \geq 0$ إذا $z^2 - 2hz \geq 0$ ومنه $z^2 \geq 2hz$ مما يعني $z \geq 2h$ وبالتالي $\frac{z}{2} \geq h$

ث- بتمويض z و h نتحصل على $x + y = 14$ و $y - x = 2$ حيث إعتبرنا $y > x$ كما في الرسم

فنستنتج أن: $x = 6$ و $y = 8$

(5) نمر S مساحة المنطقة الملونة. S_1 مساحة نصف الدائرة التي قطرها $[BC]$

S_2 مساحة نصف الدائرة التي قطرها $[AB]$. S_3 مساحة نصف الدائرة التي قطرها $[AC]$

و S_{ABC} مساحة المثلث ABC إذا:

$$S = S_2 + S_3 - (S_1 - S_{ABC}) = \pi \left(\frac{AB^2}{4} + \frac{AC^2}{4} \right) - \left(\pi \frac{BC^2}{4} - S_{ABC} \right)$$

$$S = \pi \frac{BC^2}{4} - \pi \frac{BC^2}{4} + S_{ABC} = S_{ABC}$$

École Préparatoire Pilote

Gabès

التمرين عدد 4

1) بتطبيق بيناغور في المثلث ACH نحصل على $CH^2 = AC^2 - AH^2 = 13^2 - AH^2$

بتطبيق بيناغور في المثلث BCH نحصل على $CH^2 = BC^2 - BH^2 = 15^2 - BH^2$

إذا $15^2 - 13^2 = BH^2 - AH^2 = (BH - AH)(BH + AH) = (BH - AH) \times AB$ ومنه $15^2 - BH^2 = 13^2 - AH^2$

أي أن: $56 = 14(BH - AH)$ مما يعني أن: $BH - AH = 4$ ونعلم أن $BH + AH = 14$ ومنه $2BH = 18$ إذا $BH = 9$

وبالتالي $CH^2 = 15^2 - 9^2 = 144 = 12^2$ إذا $CH = 12$ وهو عدد صحيح طبيعي

2) لنا $S_{ABC} = \frac{AJ \times BC}{2} = \frac{CH \times AB}{2}$ إذا: $S_{ABC} = \frac{AJ \times BC}{2} = \frac{CH \times AB}{2}$ $AJ = \frac{CH \times AB}{BC} = \frac{12 \times 14}{15} = \frac{4 \times 14}{5} = \frac{56}{5} = 11,2$ وهو عدد عشري

3) لنا $BK = \frac{2S_{ABC}}{AC} = \frac{2 \times 12 \times 14}{13} = \frac{336}{13}$ و عدد كسري غير عشري لأن مقامه مختلف عن 2 و 5

4) نضرب جميع الأبعاد والارتفاعات في $65 = 13 \times 5$ و بالتالي تكون جميعها أعداد صحيحة طبيعية

التمرين عدد 5

القواعد: إذا كان $0 \leq a \leq 1$ فإن: $a^2 \leq a \leq \sqrt{a}$ وإذا كان $a \geq 1$ فإن: $a^2 \geq a \geq \sqrt{a}$

1) لنا $x = \sqrt{2} - 1$ إذا $0 \leq x \leq 1$ ومنه $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$

2) لنا $\sqrt{5} \geq 2$ إذا $\sqrt{5} - 1 \geq 1$ ومنه $y \geq 1$ وبالتالي $y^2 \geq y \geq \sqrt{y}$

3) لنا $1 \leq a \leq 2$ إذا $0 \leq a - 1 \leq 1$ ومنه $(a - 1)^2 \leq (a - 1) \leq \sqrt{a - 1}$

ب- لنا $1 \leq a \leq 2$ إذا $2a - 1 \geq 1$ ومنه $(2a - 1)^2 \geq (2a - 1) \geq \sqrt{2a - 1}$



www.tunitests.tn

ملاحظة: بالنسبة لمجموع 24 عدد الذي في الأسئلة الموضوعية نسي S المجموع

كل عدد ذو أربعة أرقام يكتب $abcd = a \times 10^3 + b \times 10^2 + c \times 10 + d \times 1$

لنا أعداد رقم الألفها 1 أو 2 أو 3 أو 4 و 6 أعداد رقم مئاتها 1 أو 2 أو 3 أو 4 ولنا 6 أعداد رقم عشراتها 1 أو 2 أو 3 أو 4

ولنا 6 أعداد رقم أحدها 1 أو 2 أو 3 أو 4

$S = 6 \times (1 + 2 + 3 + 4) \times (10^3 + 10^2 + 10 + 1)$

$= 60 \times 1111$

$= 66660$

وبالتالي

وقتكم الله جميعا وتمنيتي لكم بالنجاح

École Préparatoire Pilote

Gabès