المدرسة الإعداديّة النّموذجيّة بنابل   فـــرض تـــألـــيـفي عـــدد 2   9أساسي

الإسم واللّقب : .... ، الرّقم : ....

التّمرين الأوّل :

كلّ سؤال تليه ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.

أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) مجموعة حلول المعادلة: $\frac{x+1}{2} = \frac{x-1}{\sqrt{2}}$ فـي مجموعة الأعداد الحقيقيّة هي

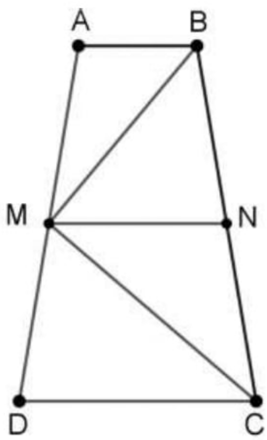
أ / $S_{\mathbb{R}} = \{3+2\sqrt{2}\}$ ب / $S_{\mathbb{R}} = \{3-2\sqrt{2}\}$ ج / $S_{\mathbb{R}} = \{2\sqrt{2}-3\}$

2) نعتبر العد الحقيقي : $a = 3-\sqrt{2}$ فـــإنّ

أ / $\sqrt{a} \rangle a$ ب / $\sqrt{a-1} \rangle a-1$ ج / $\sqrt{a-1} \langle a-1$

3) x عـدد حقيقي موجب مخالف للصفر حيث $x+\frac{1}{x}=14$ فـــإنّ: $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ يساوي

أ / $\sqrt{14}$ ب / $2\sqrt{3}$ ج / 4



4) في الرسم ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين

قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$

حيث AM = 1 و M منتصف $[AD]$ و N منتصف $[BC]$

حيث BMC مثلّث قـــائم في M

فـــإنّ محيط شبه المنحرف $ABCD$ يساوي :

أ/ 5,5   ب/ 6   ج/ 5

<u>التّمرين الثّاني :</u>

I - نعتبر العبارتين $a=3-\left(5-3\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}+1\right)$ و $b=\left(3\sqrt{147}-4\sqrt{75}-1\right)^2$

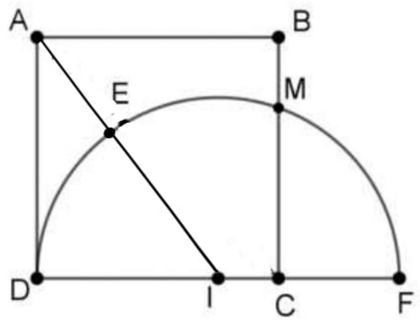
1) أ/ بيّن أنّ: $a=4-2\sqrt{2}$ و $b=4-2\sqrt{3}$

ب/ قـــارن بين a و b ج/ حدّد علامة b ثـــمّ استنتج علامة a

2) أ/ بيّن أنّ: $a-1=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ ب/ استنتج أنّ : $2-\sqrt{2}\rangle\frac{1}{2}$

3) أ/ بيّن أنّ: $\sqrt{b}-\sqrt{a-1}=\frac{a-b}{2}$

ب/ استنتج ترتيبا تصاعديّا لـــ : $\sqrt{b}$ و $\sqrt{a}$ و $\sqrt{a-1}$



لتكن العبارة : $c=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

بيّن أنّ : $\frac{1}{a-b}=c$

II - في الرسم $ABCD$ مربّع حيث $AB=4cm$

و (ξ) نصف دائرة مركزها I و شعاعها $DI=3cm$

حيث يقطع (DC) في نقطة ثانية F و تقطع $[BC]$ في نقطة M

و تقطع $[AI]$ في نقطة E

1) أ/ بيّن أنّ : $AE=2\ cm$ ب/ بيّن أنّ : $MC=2\sqrt{2}\ cm$

2) عيّن N نقطة من $[AB]$ حيث $AN=MF$ و P نقطة من $(MC]$ حيث $MP=MF$

أ / بيّن أنّ $BM=a$ و أنّ $BN=\text{b}$ و أنّ $CP=a-b$

ب/ بيّن أنّ : $\frac{IC}{CP}+\frac{BN+BM}{4}=2$

التّمرين الثّالث:

I – نعتبر العبارة : $E = 4x^2 - 2x - 2$ حيث عـدد حقيقي .

1) أحسب القيمة العدديّة للعبارة E في الحـــالتين

أ/ $x = \frac{-1}{2}$ ب/ $x = 1$

2) أ/ بيّن أن : $4x^2 - 1 - E = 2x + 1$

ب/استنتج مستخدما التفكيك أنّ : $E = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-1)$

3) حلّ في مجموعة الأعداد الحقيقيّة $\mathbb{R}$ المعادلات التّالية

أ/ $E = 0$ ب/ $E = x^2 + x + \frac{1}{4}$ ج/ $E = (2x+1)^2$

II – في الرسم ABC مثلّث و O منتصف $[AB]$

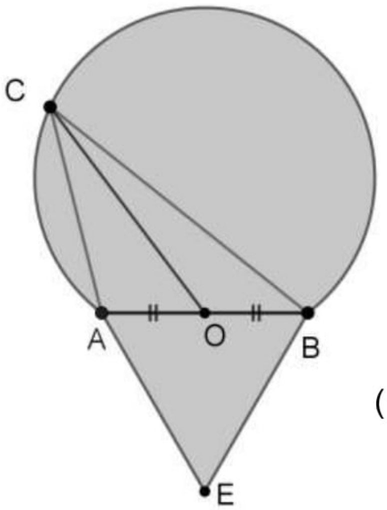
و $OC = x + \frac{3}{4}$ و $AB = 4x^2 - \frac{1}{2}$

حيث x عدد حقيقي يحقّق $x \rangle \frac{1}{2}$

و ABE مثلّث متقايس الأضلاع

و (ξ) الدائرة المحيطة بالمثلّث ABC

و S المساحة الملوّنة (جزء من الدائرة مع المثلّث ABE)



1) أ/ بيّن أنّ : إذا كان ABC مثلّث قائم الزاوية في C

فإنّ x يحقّق $4x^2 - 2x - 2 = 0$

ب/ في حالة ABC مثلّث قائم في C : بيّن أنّ : $S = \frac{49}{16}\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}\right) cm^2$

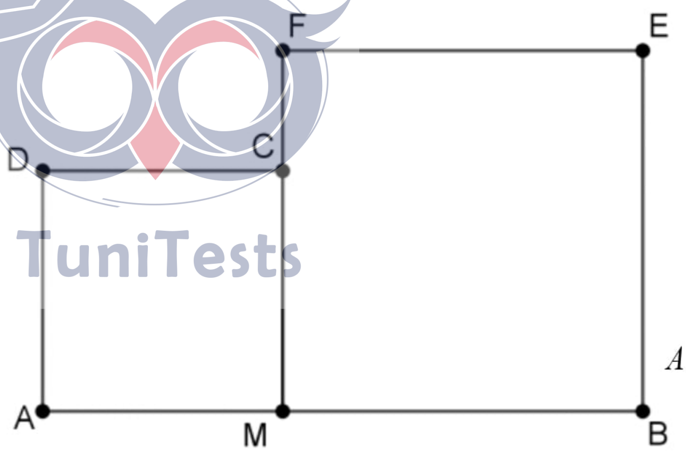
التّمرين الرابع:

في الرسم $ADCM$ مربّع مركزه النقطة I و $BEFM$ مربّع مركزه النقطة O

حيث $M \in [AB]$ و $C \in [MF]$ و AM = 4 cm و BM = 6 cm

1) أ/ جـد DM و ME ب/ بيّن أنّ المثلّث DEM قـائم الزاوية في M

ج/ استنتج أنّ $DE = 2\sqrt{26}$ و $DO = 5\sqrt{2}$



2) المستقيم (BF) يقطع (DE) في النقطة J

أ/ بيّن أنّ J منتصف $[DE]$ واستنتج OJ

ب/ بيّن أنّ النقاط J و C و I و A على استقامة واحدة

3) أ / بيّن أنّ المثلّث AJB قائم و متقايس الضلعين

ب/ استنتج AJ

4) المستقيمان (OD) و (JM) يتقاطعان في النقطة G

أ/ بيّن أنّ النقاط E و G و I على استقامة واحدة

ب/ بيّن أنّ النقطة G مركز ثقل المثلّث ACE

5) الدائرة (ع) التي قطرها $[AC]$ تقطع $[DE]$ في نقطة N

أ/ بيّن أنّ N هيّ نقطة من الدّائرة (ع') التي قطرها $[ME]$ ب/ أحسب MN

6) المستقيمان (OJ) و (MN) يتقاطعان في النقطة H

المستقيم (MJ) يقطع الدائرة (ع') في نقطة ثانية K

بيّـن أنّ النقاط H و K و E على استقامة واحدة

التّمرين الخامس:

يمثل الرسم التّالي نصف دائرة (ع) قطرها $[BC]$ حيث $BC = 6$ و مركزها O .

A نقطة منها بحيث $AC = 2\sqrt{6}$ و Δ المستقيم المماس للدائرة (ع) في B

1) أ/ بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A

ب/ استنتج أن $AB = 2\sqrt{3}$

2) لتكن D نقطة تقاطع Δ و (AC) .بين أن $AD = \sqrt{6}$

3) لتكن E مناظرة B بالنسبة الى D

أ/ بين أن A مركز ثقل المثلث BEC

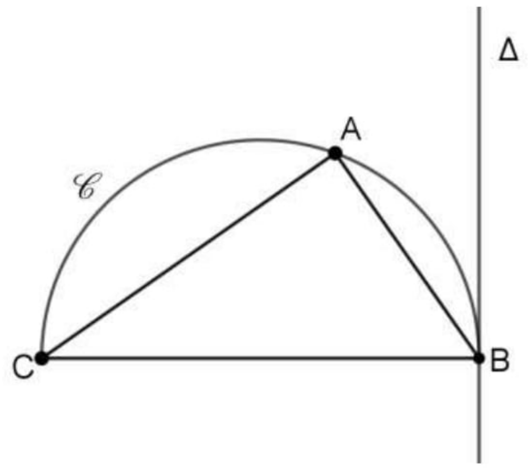
ب/ استنتج أن O و A و E على استقامة واحدة

4) المستقيم المار من D و الموازي لـ (OE) يقطع (BC) في H

أ/ بين أن H منتصف $[BO]$

ب/ لتكن K منتصف $[AO]$.بين أن $(HK) \perp (AC)$

5) المستقيم (HK) يقطع Δ في النقطة F .بين $(DH) \perp (CF)$



تمرين عدد 1:

1) $\frac{x-1}{\sqrt{2}}=\frac{x+1}{2}$ يعني $2x-2=\sqrt{2}\,x+\sqrt{2}$

يعني $2x-\sqrt{2}\,x=2+\sqrt{2}$ يعني $(2-\sqrt{2})x=2+\sqrt{2}$

يعني $x=\frac{(2+\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})\times(2+\sqrt{2})}=\frac{6+4\sqrt{2}}{2}$

اذن $x=3+2\sqrt{2}$ ومنه $\boxed{S_{\mathbb{R}}=\{3+2\sqrt{2}\}}$

2) لنا $a-2=1-\sqrt{2}$. و $1-\sqrt{2}<0$ اذن

$a-1<1$ وبما ان $a-1\in\mathbb{R}_+$ فان $\sqrt{a-1}<1$

وبذلك: $\sqrt{a-1}\times\sqrt{a-1}<1\times\sqrt{a-1}$ يعني

$\boxed{\sqrt{a-1}>a-1}$

4) لنا: $P_{ABCD}=AB+2AD+DC$

وبما ان $AM=1$ و M منتصف $[AD]$ فان $AD=2$.

ولنا ايضا $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$. و M و N منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ على التوالي بتطبيق مبرهنة طالس في شبه المنحرف لدينا:

$MN=\frac{AB+CD}{2}$ يعني $AB+CD=2MN$.

ولنا ايضا BMC مثلث قائم في M و N منتصف وتره $[BC]$ اذن $MN=\frac{BC}{2}=1$ وبالتالي:

$$P = 2MN + 2AD = 2 + 4 = 6$$

أي

$$\boxed{P_{ABCD} = 6}$$

3) لنا : $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + \frac{1}{x} + 2 = 16$

و بما أن $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{16} = 4$

لأن $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \in \mathbb{R}_+$

و بالتالي :

$$\boxed{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 4}$$

تمرين عدد 2 : $\boxed{(ن\ 6.5)}$

/I

1) أ) $a = 3 - (5 - 3\sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)$

$= 3 - (5\sqrt{2} + 5 - 6 - 3\sqrt{2})$

$= 3 - 2\sqrt{2} + 1$

$= 4 - 2\sqrt{2}$ $\boxed{0,25}$

أي أن : $\boxed{a = 4 - 2\sqrt{2}}$

و $b = (3\sqrt{147} - 4\sqrt{75} - 1)^2$

$= (21\sqrt{3} - 20\sqrt{3} - 1)^2$

$= (\sqrt{3} - 1)^2$

$= 4 - 2\sqrt{3}$ $\boxed{0,25}$

أي أن : $\boxed{b = 4 - 2\sqrt{3}}$

ب) لنا $(-2\sqrt{2})^2 = 8$ و $(-2\sqrt{3})^2 = 12$ أي أن

$(-2\sqrt{3})^2 > (-2\sqrt{2})^2$ و بما أن العددان سالبان

فإن :

0,5

$-2\sqrt{3} < -2\sqrt{2}$ يعني $4-2\sqrt{3} < 4-2\sqrt{2}$

ومنه $b < a$

ج) لنا $4^2 = 16$ و $(2\sqrt{3})^2 = 12$ اذن $4^2 > (2\sqrt{3})^2$

والعددان موجبان يعني

$4 > 2\sqrt{3}$ ومنه $4 - 2\sqrt{3} > 0$ أي

0,25 $b \in \mathbb{R}_+$

وبما أن $b < a$ فإن $a \in \mathbb{R}_+$ 0,25

2) أ) $a - 1 = 3 - 2\sqrt{2}$

$= 1^2 - 2\sqrt{2} + \sqrt{2}^2$

$= (\sqrt{2} - 1)^2$ 0,5

ب) لنا $(\sqrt{2} - 1)^2 > 0$

وبذلك $a - 1 > 0$

أي $4 - 2\sqrt{2} > 1$

يعني $2(2 - \sqrt{2}) > 1$

وبما أن $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}_+$ فإن

0,5 $2 - \sqrt{2} > \frac{1}{2}$

3) أ) لنا $b = (\sqrt{3} - 1)^2$

فإن $\sqrt{b} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$

ولنا أيضا $a - 1 = (\sqrt{2} - 1)^2$

اذن $\sqrt{a-1} = |\sqrt{2} - 1| = \sqrt{2} - 1$

وبذلك

$$\sqrt{b} - \sqrt{a-1} = \sqrt{3} \cancel{-1} - \sqrt{2} \cancel{+1} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

و

$$\frac{a-b}{2} = \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

وبالتالي: 0,5

$$\sqrt{b} - \sqrt{a-1} = \frac{a-b}{2}$$

ب) $\sqrt{b}-\sqrt{a-1}>0$ يعني $\sqrt{a-1}<\sqrt{b}$

و بما أن $b<a$ و العددان موجبان فإن

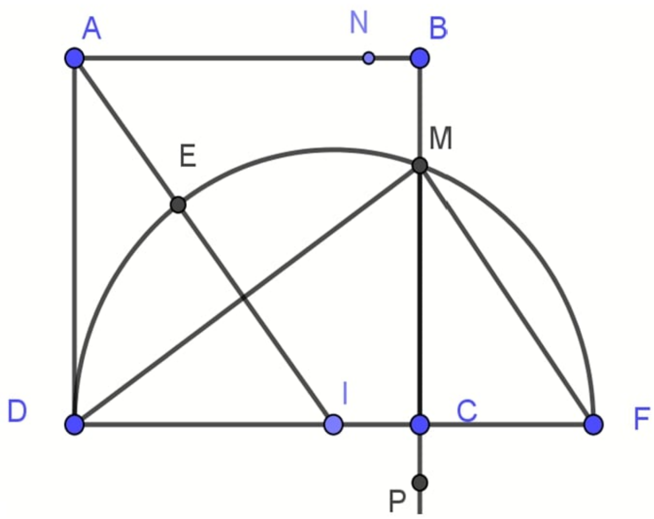
$\sqrt{b}<\sqrt{a}$ و بالتالي 0,5

$$\sqrt{a-1}<\sqrt{b}<\sqrt{a}.$$

2) لنا $C=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ و

$$\frac{1}{a-b}=\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}=C$$ 0,5

II/



1) أ) $AE=AI-IE$

ADI مثلث قائم في D إذن حسب خاصية فيثاغورس:

$$AI^2=DA^2+DI^2$$
$$=4^2+3^2=25$$

إذن $AI=\sqrt{25}=5$ و بما أن $IE=3$ فإن

$$AE=2$$ 0,25

ب) المثلث MDF يرتسم داخل دائرة قطرها $[DF]$ اذن MDF مثلث قائم في M.

و بما ان $(MC)\perp(DF)$ في C فان $[MC]$ الارتفاع الصادر من M على $[DF]$ و بذلك حسب العلاقة القياسية لدينا:

$$MC^2 = DC \times CF$$
$$= 4 \times 2 = 8$$

و بذلك $MC = \sqrt{8}$

$$= 2\sqrt{2}$$

ومنه $\boxed{MC = 2\sqrt{2}}$ 0,25

2) أ) لدينا: $BM = BC - MC$ أي $BM = 4 - 2\sqrt{2}$

$$= a$$

اذن.. $\boxed{BM = a}$ 0,5

ولنا ايضا: $BN = AB - AN$

$$= AB - MF$$

و بما ان MCF مثلث قائم في C اذن حسب نظرية فيثاغورس:

$$MF^2 = MC^2 + CF^2$$
$$= 8 + 4 = 12$$

اذن $MF = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ و بذلك:

$\boxed{BN = 4 - 2\sqrt{3} = b}$ 0,5

ولنا ايضا: $CP = MP - MC = MF - MC$

$= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

وبالتالي $\boxed{CP = a - b}$ 0,5

ب) $\frac{IC}{CP} + \frac{BN + BM}{4} = \frac{1}{a-b} + \frac{b+a}{4}$

$= c + \frac{a+b}{4}$

$= \frac{a+b+4c}{4} = \frac{4 - \cancel{2\sqrt{2}} + 4 - \cancel{2\sqrt{3}} + \cancel{2\sqrt{2}} + \cancel{2\sqrt{3}}}{4}$

$= \frac{8}{4} = 2$

اذن $\boxed{\frac{IC}{CP} + \frac{BN+BM}{4} = 2}$ 0,5

تمرين عدد 3:

I/

1) أ) بما ان $x = -\frac{1}{2}$ فان

$E = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2$

$= 4 \times \frac{1}{4} + 1 - 2$

$= 2 - 2 = 0$

ب) بما ان $x = 1$ فان

$E = 4 - 2 - 2$

$= 0$

2) أ) $4x^2 - 1 - E = \cancel{4x^2} - 1 - \cancel{4x^2} + 2x + 2$

$= 2x + 1$

ب) لنا $4x^2-1-E=2x+1$

ومنه

$$E=(2x-1)(2x+1)-(2x+1)$$
$$=(2x+1)(2x-1-1)$$
$$=(2x+1)(2x-2)$$
$$=4\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-1)$$

3)

أ) $E=0$ يعني $4\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-1)=0$ ومنه

$x-1=0$	أو	$x+\frac{1}{2}=0$
يعني $x=1$		ومنه $x=-\frac{1}{2}$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}}=\left\{1\,;\,-\frac{1}{2}\right\}}$$

ب) $E=x^2+x+\frac{1}{4}$ يعني $E=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

ومنه $4\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-1)-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ ومنه

ومنه $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(4x-4-x-\frac{1}{2}\right)=0$

ومنه $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(3x-\frac{9}{2}\right)=0$

$x+\frac{1}{2}=0$	أو	$3x-\frac{9}{2}=0$
ومنه $x=-\frac{1}{2}$		يعني $x=\frac{\frac{9}{2}}{3}=\frac{3}{2}$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{2}\,;\,\frac{3}{2}\right\}}$$

ج) $E=(2x+1)^2$ يعني $E-(2x+1)^2=0$

يعني $\cancel{4}x^2-2x-2-\cancel{4}x^2-4x-1=0$ يعني

$-6x-3=0$ يعني $6x=-3$

أي $x=\frac{-1}{2}$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{2}\right\}}$$

/II

1) أ) اذا كان ABC مثلث ذات الزاوية قائمة في C فان

$AB=2OC$ يعني

$4x^2-\frac{1}{2}=2\left(x+\frac{3}{4}\right)=2x+\frac{3}{2}$ يعني

$4x^2-\frac{1}{2}-2x-\frac{3}{2}=0$ يعني

$4x^2-2x-2=0$

ب) بما ان x تحقق المساواة $E=0$ فان

$x=1$ وبذلك

$$S=\frac{AB\times OE}{2}+\frac{\pi\ OC^2}{2}$$

$$=\frac{\frac{7}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{7}{2}}{2}+\frac{\pi\times\left(\frac{7}{4}\right)^2}{2}$$

$$=\frac{49}{16}\sqrt{3}+\frac{49}{32}\pi=\frac{49}{16}\left(\sqrt{3}+\frac{\pi}{2}\right)$$

اذن

$$\boxed{S=\frac{49}{16}\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{3}\right)}$$

تمرين عدد 4:

1) أ) لنا AMCD مربع طول ضلعه 4 و[DM] قطر له

اذن $DM = 4\sqrt{2}$.

و لنا ايضا: BEFM مربع طول ضلعه 6 و[ME] قطر له اذن: $ME = 6\sqrt{2}$

ب) بما ان AMCD مربع فان DCM مثلث قائم و متقايس الضلعين في C ومنه $D\hat{M}C = 45°$ ولنا ايضا BEFM مربع اذن MEF مثلث قائم ومتقايس الضلعين في F و منه $E\hat{M}F = 45°$ و بما ان الزاويتان $F\hat{M}E$ و$D\hat{M}C$ متجاورتان في $C \in [MF)$ حيث $[MF)$ فان

$$D\hat{M}E = D\hat{M}F + F\hat{M}C$$
$$= 90°$$

و بذلك المثلث DME قائم الزاوية في M.

2) في المثلث DME القائم في M لنا حسب نظرية بيتاغور:

$$DE^2 = DM^2 + ME^2$$
$$= (4\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2$$
$$= 32 + 72$$
$$= 104$$

اذن $DE = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$

في المثلث DMO القائم في M لدينا حسب نظرية بيتاغورس:

$DO^2 = DM^2 + MO^2$

$= (4\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2$

$= 32 + 18$

$= 50$

اذن $\boxed{DO = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}}$

ج) أ) بما ان BEFM مربع مركزه O فان O منتصف [ME] و $(BF) \perp (ME)$ في O.

ونعلم ان $(DM) \perp (ME)$ لأن DME مثلث قائم في M.

وبذلك $(BF) // (DM)$ ومنه $(DM) // (OF)$.

وبالتالي في المثلث DME لدينا:

O منتصف [ME] و $J \in [DE]$ حيث $(OJ) // (DM)$ لأن $(BF) // (DM)$ و $J \in (BF)$

وبذلك J منتصف [DE] و $OJ = \frac{1}{2} DM$

اي $OJ = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

ب) في المثلث DME لنا:

J منتصف [DE]

I منتصف [DM] لأن AM مربع مركزه I

اذن $(IJ) // (ME)$ و $IJ = \frac{1}{2} ME$

ومنه $(ME) \parallel (IJ)$ (I)

ولنا أيضا $(AC) \perp (DM)$ لأن AMCD مربع

و $(ME) \perp (DM)$

إذن $(ME) \parallel (AC)$ وبما أن A و I و C على

استقامة واحدة فإن $(ME) \parallel (IC)$ (II)

وبالتالي حسب العلاقة (I) و(II) نستنتج

أن $(IC) \parallel (IJ)$ وبما أنهما يشتركان

في النقطة I فإن I و C و J على استقامة

واحدة

وبذلك النقاط A و I و C و J على استقامة

واحدة.

3) أ) لنا $(ME) \parallel (IJ)$ و $(FB) \perp (ME)$ إذن $(BF) \perp (IJ)$ في J

وبما أن النقاط A و I و J على استقامة واحدة

فإن $(JB) \perp (AJ)$ ومنه AJB مثلث قائم في J

ولنا أيضا $C\hat{A}M = 45^\circ$ وبما أن $B \in [AM]$

و $J \in [AC]$ فإن $J\hat{A}B = 45^\circ$

وبذلك $J\hat{B}A = 45^\circ$ أي AJB مثلث قائم ومتقايس

الضلعين في J.

ب) بما أن AJB مثلث قائم ومتقايس

الضلعين في J فإن

$AB = \sqrt{2}\ AJ$

لدي $AJ = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

4) أ) في المثلث MDE لنا :

J منتصف $[DE]$ اذن $[MJ]$ الموسط الصادر من M على $[DE]$

ولنا ايضا O منتصف $[ME]$ اذن $[DO]$ الموسط الصادر من D على $[ME]$. وبما ان

$\{G\} = (MJ) \cap (DO)$ فان G مركز ثقل المثلث MDE

ولنا ايضا I منتصف $[DM]$ اذن $[EI]$ الموسط الصادر من E على $[DM]$ وبذلك $G \in [EI]$ ومنه E و G و I على استقامة واحدة.

ب) في المثلث BDM لنا $[EI]$ الموسط الصادر من E على $[DM]$ و G مركز ثقل المثلث اذن $EG = \frac{2}{3} EI$.

وبما ان $AMCD$ مربع مركزه I فان I منتصف $[AC]$ وبذلك في المثلث ACE لنا $[EI]$ الموسط الصادر من E على $[AC]$ حيث $EG = \frac{2}{3} EI$ اذن G مركز ثقل المثلث ACE.

5) أ) لنا $AMCD$ مربع مركزه I و (ع) دائرة قطرها $[AC]$ اذن $[DM]$ قطرا لدائرة (ع)

و $N\in$(ع) حيث $N \neq D$ و $N \neq M$ فإن DMN مثلث قائم في N و بما ان $N\in(DE)$

فإن MNE مثلث قائم الزاوية في N

وبذلك MNE يرتسم داخل دائرة قطرها $[ME]$ ومنه $N\in$(ع')

ب) في المثلث DME القائم في M لدينا $[MN]$ الارتفاع الصادر من M على $[DE]$ اذن حسب العلاقة القياسية كذلك:

لدي $MN\times DE = DM\times ME$

$$MN = \frac{DM\times ME}{DE}$$

$$= \frac{\cancel{4}^{2}\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}}{\cancel{2}\sqrt{26}} = \frac{\cancel{24}^{12}\sqrt{26}}{\cancel{26}_{13}}$$

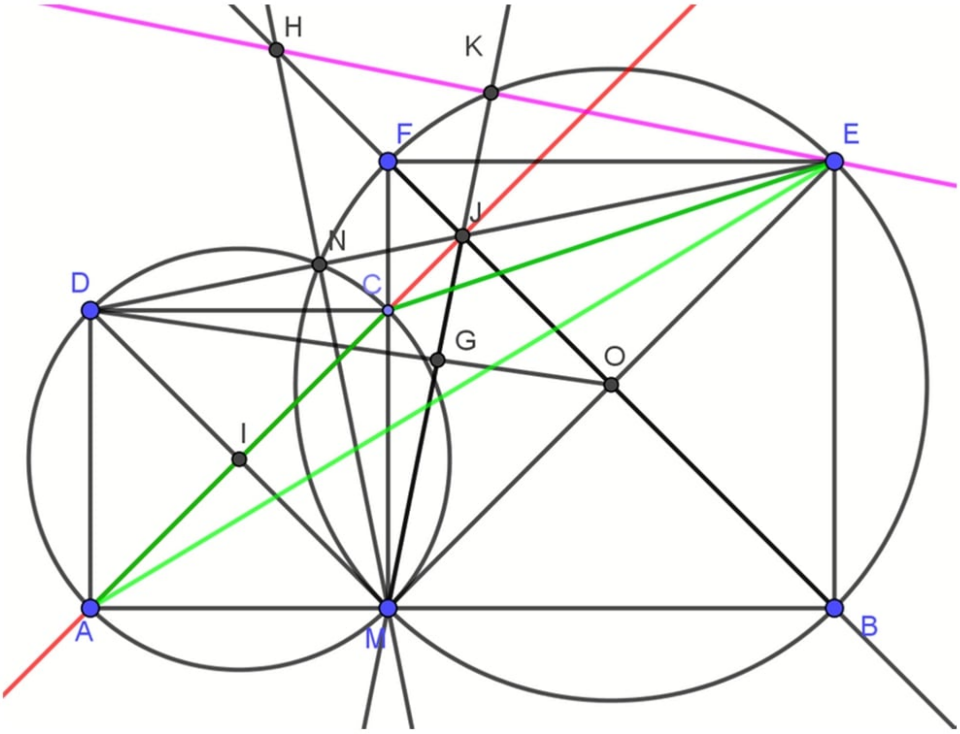
اذن $\boxed{MN = \frac{12\sqrt{26}}{13}}$

6) في المثلث MJE لدينا:

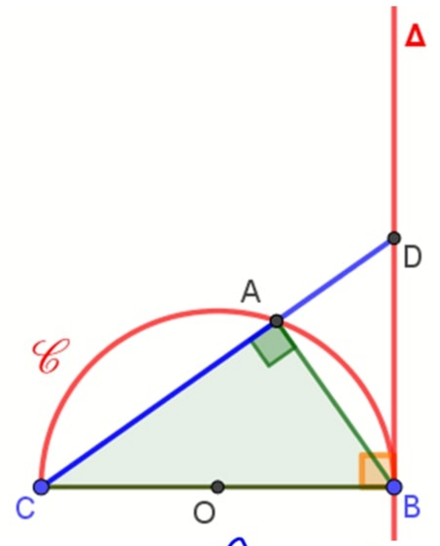
$(OJ)\perp(ME)$ لان $(OF)\perp(ME)$ و $J\in(OF)$

اذن (OJ) المستقيم الحامل للارتفاع الصادر من J على $[EM]$.

ولنا ايضا $(MN) \perp (JE)$ اذن (MN) المستقيم
الكامل للارتفاع الصادر من M على $[JE]$.
وبما ان $(MN) \cap (JO) = \{H\}$ فان
H المركز القائم للمثلث MJE.
ومنه (EH) المستقيم الكامل للارتفاع
الصادر من E على $[MJ]$ وبذلك
$(EH) \perp (MJ)$. (I)
وبما ان (C') دائرة قطرها $[ME]$ و $K \in (C')$
حيث $K \neq M$ و $K \neq E$ فان MKE مثلث
قائم في K وبذلك $(MK) \perp (KE)$
وبما ان M و J و K على استقامة واحدة
فان $(MJ) \perp (KE)$ (II)
وبذلك حسب العلاقة (I) و (II) نستنتج ان
$(KE) // (EH)$ وبما انهما يشتركان
في E فان K و E و H على استقامة
واحدة.


H
K
F
E
J
N
D
C
G
O
I
A
M
B

تمرين عدد 5



1) أ/ المثلّث ABC يقبل الإرتسام في الدائرة 𝒞 قطرها [BC] إذا ABC مثلّث قائم في A

1) ب/ بيتاغورس في المثلث ABC القائم في A

$\boxed{AB^2} = BC^2 - AC^2$

$= 36 - 24 = \boxed{12}$

ومنه $\boxed{AB = 2\sqrt{3}}$

2) العلاقة القياسية في المثلث CBD القائم في B حيث [BA] الارتفاع الصادر من B : $AD \times AC = AB^2$

إذا $\boxed{AD} = \frac{AB^2}{AC} = \frac{12}{2\sqrt{6}} = \boxed{\sqrt{6}}$

3) أ/

في المثلث CBE لنا:

D منتصف $[BE]$ (تناظر)

اذا $[CD]$ الموسط الصادر من C

ولنا $A \in [CD]$ حيث:

$\boxed{DA = \frac{1}{3} DC}$

$$\boxed{\frac{DA}{DC}} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{6}+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{6}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

ومنه A مركز ثقل المثلث BEC

3) ب/

لنا O مركز الدائرة C حيث قطرها $[BC]$ ومنه

O منتصف $[BC]$ إذا

$[EO]$ الموسط الصادر من E

في المثلث BEC

حيث A مركز ثقله اذا

$A \in [EO]$

ومنه : O و A و E على استقامة واحدة

4 أ/ في المثلث BOE لنا:

D منتصف $[BE]$

و $H \in [OB]$

حيث $(DH) // (OE)$

إذا H منتصف $[OB]$

4 ب/ في المثلث ABO لنا:

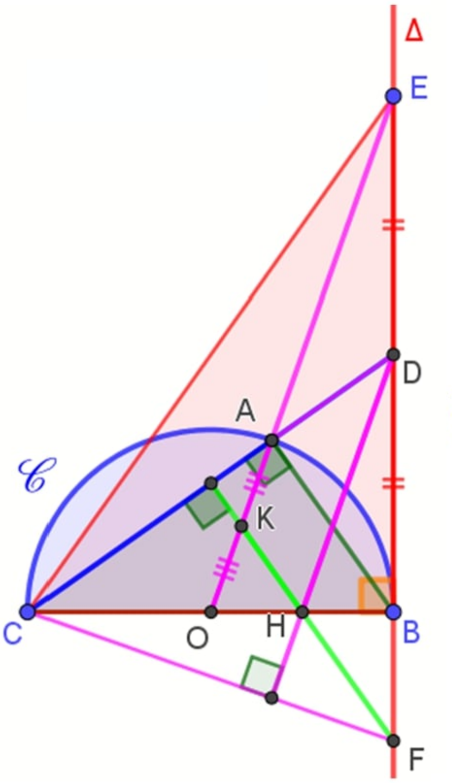
H منتصف $[OB]$

K منتصف $[OA]$

إذا $(HK) // (AB)$

ولنا $(AC) \perp (AB)$

ومنه $(HK) \perp (AC)$



5) في المثلّث DCF

لنا: $(FK) \perp (CD)$

ومنه (FK) المستقيم الحامل للارتفاع الصادر من F

ولنا $(CB) \perp (DF)$

إذا (CB) المستقيم الحامل للارتفاع الصادر من C

وحيث $\{H\} = (CB) \cap (FK)$

ومنه H المركز القائم للمثلّث DCF

إذا (DH) المستقيم الحامل للارتفاع الصادر من D في المثلث DCF

ومنه $(DH) \perp (CF)$