الجمهورية التونسية * * * وزارة التربية	مقترح امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام دورة 2023 الاختبار: الرياضيات ‏ ‏ الحصة: ساعتان ‏ ‏ الضارب :2

التمرين الأول: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة:

1) a و b عددان حقيقيان سالبان حيث $(-b)^2 > (-a)^2$ إذن

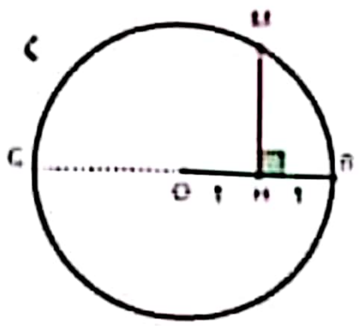
$a > b$ ☐ ‏ ‏ ‏ $a < b$ ☐ ‏ ‏ ‏ $|a| > |b|$ ☐

2) لنا الكتابة $3.27\underline{abc}$ حيث a و b و c ثلاثة أرقام بعد الفاصل إذا علمت أن الرقم 2014 بعد الفاصل هو 5 فإن

$a = 5$ ☐ ‏ ‏ ‏ $b = 5$ ☐ ‏ ‏ ‏ $c = 5$ ☐

3) لتكن دائرة ζ مركزها O قطرها $[BC]$ و M نقطة من الدائرة مسقطها H على $[OB]$ حيث $BH = 1$ و $OH = 1$

البعد MC يساوي



$3\sqrt{2}$ ☐ ‏ ‏ ‏ $2\sqrt{3}$ ☐ ‏ ‏ ‏ $2\sqrt{2}$ ☐

التمرين الثاني (3نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيان $a = 1 + \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{6}$

1) بين أن $a^2 - b^2 = 2\sqrt{2} - 3$

2) قارن بين $2\sqrt{2}$ و 3 ثم استنتج مقارنة بين a و b

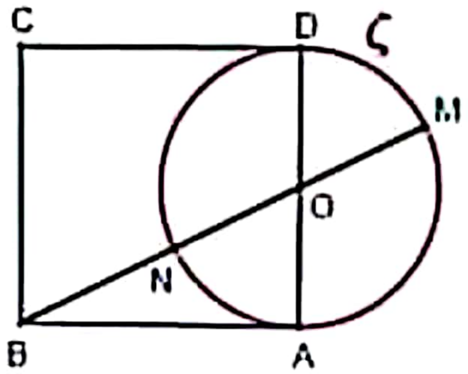
3) نعتبر العدد $c = 1 - \sqrt{2}$

أ- بين أن $a = -\frac{1}{c}$

ب- بين أن $-b \times c > 1$ ثم استنتج مقارنة بين $2\sqrt{3}$ و $\sqrt{6} + 1$

التمرين الثالث (4 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيان $a = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}$ و $b = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}$



أ) بين أن $ab = \frac{\sqrt{5}}{5}$ و $a^2 + b^2 = 1$

ب) استنتج أن $a + b = \sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

2) في الرسم المقابل مربع قيس طول ضلعه 1

O منتصف $[AD]$ و ζ الدائرة التي قطرها $[AD]$

تقطع (OB) في M و N

أ) بين أن $AMDN$ مستطيل

ب) بين أن $OB = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ثم استنتج أن $BM = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $BN = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ج) لتكن H المسقط العمودي للنقطة M على (AB)

بين أن $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = \frac{OA}{MH} = \frac{BA}{BH}$ ثم استنتج أن $AH = \frac{1}{\sqrt{5}}$ و $MH = \frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$

د) بين أن $AM = a$ و $AN = b$ و استنتج محيط ومساحة $AMDN$

التمرين الرّابع (4 نقاط)

نعتبر العبارة A حيث x عدد حقيقي :

$$A = x^2 + 2x - 15$$

1) في حالة $x = 3 - 3\sqrt{5}$ بين أن $A = 3\sqrt{5}(3\sqrt{5} - 8)$ ثم استنتج علامة A

2)

أ) بين أن $A = (x+1)^2 - 16$ و استنتج تفكيكا للعبارة A

ب) جد x بحيث $A = 0$

II- في الرسم المصاحب : $ABHC$ مستطيل حيث $AB = a$ و $AC = 4$ $(a \in \mathbb{R}_+^*)$

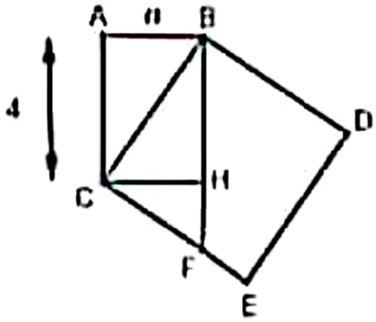
$BCED$ مربع حيث مساحة الخماسي $ABDEC$ تساوي $31cm^2$

1) أ) أحسب S_1 مساحة المثلث ABC

ب) أحسب S_2 مساحة المربع $BCED$

2) أ) استنتج أن $a^2 + 2a + 16 = 31$

ب) استنتج AB ثم أحسب CD



3) أ) بيّن انّ $FH = \frac{9}{4}$

ب) أحسب BF ثم CF

التمرين الخامس (6 نقاط)

1) في الرسم المصاحب

$ABCD$ شبه منحرف قائم الزاوية في A و D حيث $AD = AB = 4$

و $CD = 7$ لتكن E المسقط العمودي لـ B على (CD)

أ) بين أنّ الرباعي $ABED$ مربّع

ب) أحسب الأبعاد BE و CE

ج) أحسب BC

2) لتكن النقطة I منتصف$[BC]$ و النقطة J منتصف $[EC]$

أ) أحسب IE و IJ

ب) المستقيمان (BJ) و (IE) يتقاطعان في M . أحسب ME

3) المستقيم المار من I والموازي لـ (AB) يقطع (AC) في K

بين أنّ K منتصف$[AC]$

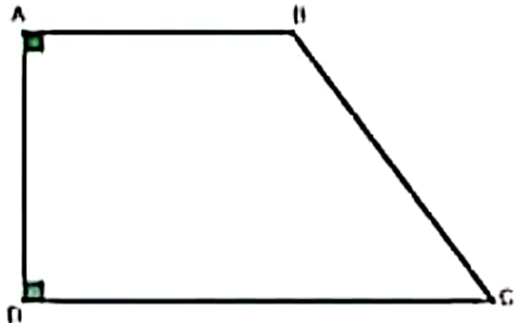
4) أرسم الدائرة ζ التي مركزها K وقطرها $[AC]$

الدائرة ζ تقطع المستقيم (AB) في النقطة S و المستقيم (BC) في النقطة T

أ) بين أنّ (AT) و (CT) متعامدان و أنّ (SC) عمودي (SA)

ب) المستقيمان (AT) و (SC) يتقاطعان في L

ماذا تمثل النقطة B بالنسبة للمثلث ACL ؟ علّل جوابك



عملا موفقا

لدينا I منتصف القطعة $[BC]$ و$(IK)//(AB)$

إذن K منتصف القطعة $[AC]$

(في كل مثلث المستقيم المار من منتصف ضلع والموازي لحامل ضلع آخر يمر من منتصف الضلع الثالث)

1) أ) بما ان $[AC]$ هو قطر الدائرة ξ و T نقطة منها حيث $T \neq A$ و $T \neq C$ فإن المثلث ATC قائم في T

وبالتالي $(CT) \perp (AT)$

بنفس الطريقة

- بما ان $[AC]$ هو قطر الدائرة ξ و S نقطة منها حيث $S \neq A$ و $S \neq C$ فإن المثلث ASC قائم في S

وبالتالي $(AS) \perp (SC)$

ب) في المثلث ACL

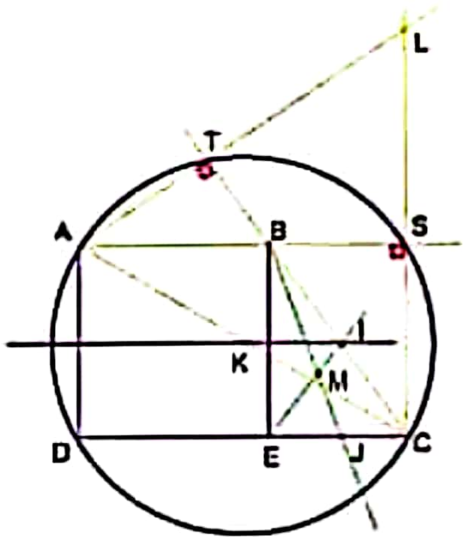
$[AS]$ الارتفاع الصادر من A

$[CT]$ الارتفاع الصادر من C

و $(AS) \cap (CT) = \{B\}$

ونعلم أن في كل مثلث تتقاطع المستقيمات الحاملة للإرتفاعات الثلاث في نقطة مشتركة وهي المركز القائم للمثلث 0,75

إذن B هي المركز القائم للمثلث ACL



ب)

$$A = 0$$

يعني $(x-3)(x+5) = 0$

يعني $x+5=0$ أو $x-3=0$

يعني $x=-5$ أو $x=3$

إذن $S_{\mathbb{R}} = \{3, 5\}$

(1-II

أ) مساحة المثلث ABC $S_1 = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{a \times 4}{2} = 2a$

ب) مساحة المربع $BCED$ $S_2 = BC^2$

ونعلم ان ABC مثلث قائم الزاوية فيA حسب نظرية بيتاغور فإن

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ وبالتالي $BC^2 = a^2 + 4^2 = a^2 + 16$

إذن $S_2 = a^2 + 16$

2)أ) لدينا مساحة الخماسي $ABDEC$ S هي $S = S_1 + S_2$

ونعلم ان $S = 31$

إذن $2a + a^2 + 16 = 31$

وبالتالي $a^2 + 2a + 16 = 31$

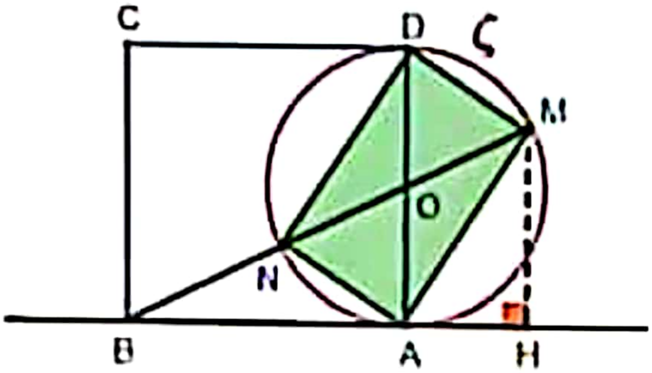
ب)

$$a^2 + 2a + 16 - 31 = 0$$

يعني $a^2 + 2a - 15 = 0$

يعني $A = 0$

إذن $a = -5$ أو $a = 3$



التمرين الرّابع

1) لدينا $x = 3 - 3\sqrt{5}$

يعني $A = (3 - 3\sqrt{5})^2 + 2(3 - 3\sqrt{5}) - 15$

يعني $A = 9 - 18\sqrt{5} + 45 + 6 - 6\sqrt{5} - 15$

إذن $A = 45 - 24\sqrt{5} = (3\sqrt{5})^2 - 24\sqrt{5} = 3\sqrt{5}(3\sqrt{5} - 8)$

نعلم أنّ $(3\sqrt{5})^2 = 45$ و $8^2 = 64$

وبالتالي $8^2 > (3\sqrt{5})^2$ و بما أن $3\sqrt{5} > 0$ و $8 > 0$

إذن $8 > 3\sqrt{5}$ وبالتالي $3\sqrt{5} - 8 < 0$

وبالتالي $3\sqrt{5}(3\sqrt{5} - 8) < 0$

يعني $A < 0$

2) أ) $(x+1)^2 - 16 = x^2 + 2x + 1 - 16 = x^2 + 2x - 15 = A$

$A = (x+1)^2 - 16 = (x+1)^2 - 4^2 = (x + 1 - 4)(x + 1 + 4)$

$= (x - 3)(x + 5)$

بما أن $a \in \mathbb{R}_+^*$ $AB = a = 3$

- CD هو قطر المربع $BCED$ الذي ضلعه BC إذن $CD = \sqrt{2}BC$

حيث $BC^2 = a^2 + 16 = 9 + 16 = 25$

بما أن BC بعد موجب إذن $BC = \sqrt{25} = 5$

وبالتالي $CD = \sqrt{2}BC = 5\sqrt{2}$

3) أ) BCF مثلث قائم الزاوية في C و $[CF]$ هو الإرتفاع الصادر من C

وبالتالي $CH^2 = HB \times FH$

يعني $a^2 = 4 \times FH$

وبالتالي $FH = \frac{a^2}{4} = \frac{9}{4}$

ب)

- بما أنّ H تنتمي إلى قطعة المستقيم $[BF]$

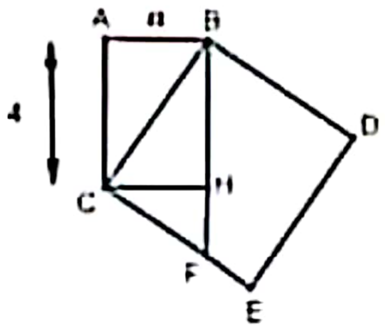
إذن $BF = BH + HF = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$

- BCF مثلث قائم الزاوية في C و $[CF]$ هو الإرتفاع الصادر من C

وبالتالي $CF \times CB = CH \times BF$

يعني $CF \times 5 = 3 \times \frac{25}{4}$

إذن $CF = 3 \times \frac{25}{4\times5} = \frac{15}{4}$



التمرين الخامس

1) أ) بما أنّ E هي مسقط النقطة B على المستقيم (DC) إذن $\widehat{DEB}$ زاوية قائمة

ونعلم ان $\widehat{BAD}$ و $\widehat{ADE}$ زاويتان قائمتان (معطى)

إذن الرباعي $ABED$ له ثلاث زوايا قائمة إذن فهو مستطيل

و بما أنّ $AB = AD$ إذن $ABCD$ هو مربع.

إذن $\frac{BA}{BH}=\frac{OA}{MH}=\frac{\sqrt{5}}{2}\frac{2}{1+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$ ومنه $\frac{BA}{BH}=\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$ يعني $\frac{1}{BH}=\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$

يعني $BH=\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

- بما أنّ $AH=BH-AB$

وبالتالي $AH=\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-1=\frac{1+\sqrt{5}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

- بما أنّ $\frac{OA}{MH}=\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$ وبالتالي $\frac{\frac{1}{2}}{MH}=\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$

إذن $\sqrt{5}\ MH=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ وبالتالي $MH=\frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$

د) المثلث AHM قائم الزاوية في H حسب نظرية بيتاغور فإن $AM^2=AH^2+HM^2$

وبالتالي

$$AM^2=\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}\right)^2=\frac{1}{5}+\frac{1+5+2\sqrt{5}}{20}=\frac{10+2\sqrt{5}}{20}=\frac{5+\sqrt{5}}{10}$$

بما أن AM بعد موجب فإنّ $AM=\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}=a$

المثلث NAM قائم الزاوية في A حسب نظرية بيتاغور فإن $NM^2=AN^2+AM^2$

وبالتالي $AN^2=NM^2-AM^2$

$$AN^2=1^2-\left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}\right)^2=1-\frac{5+\sqrt{5}}{10}=\frac{10-5-\sqrt{5}}{10}=\frac{5-\sqrt{5}}{10}$$

بما أن AN بعد موجب فإنّ $AN=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}=b$

- محيط المستطيل $P=2(AM+AN)=2(a+b)=2\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

ب) $BE = 4$ و $BE = 4$

بما أن $E \in [CD]$ إذن $DC = DE + EC$

يعني $EC = DC - DE$

يعني $EC = 7 - 4 = 3$

ج) المثلث BEC قائم الزاوية في E حسب نظرية بيتاغور فإن

$BC^2 = EB^2 + EC^2$ يعني $BC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

إذن $BC = \sqrt{25} = 5$

2) أ- نعلم ان المثلث BEC قائم الزاوية في E و I منتصف وتره $[BC]$

إذن $IE = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$

(في المثلث القائم منتصف الوتر متساوي البعد عن رؤوسه الثلاث وقيس طول الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة يساوي نصف قيس طول الوتر)

في المثلث BEC

I منتصف القطعة $[BC]$

و J منتصف القطعة $[EC]$

إذن $IJ = \frac{1}{2}BE = \frac{4}{2} = 2$

0,75

ب) في المثلث BEC

نعلم ان $[BJ]$ و $[EI]$ هما الموسطات الصادرة على التوالي من B و E

و $(EI) \cap (BJ) = \{M\}$ إذن M هي مركز ثقل المثلث ABM

وبالتالي $EM = \frac{2}{3}EI$ يعني $ME = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$

(في كل مثلث يقع مركز الثقل عند ثلثي الموسط انطلاقا من الرأس وعند ثلث الموسط انطلاقا من منتصف الضلع)

3) في المثلث ABC

السنة الدراسية: 22 / 23	إصلاح مقترح مناظرة تجريبية في الرياضيات رقـــــــــــم 1

السّنة التّاسعة	رياضيات	الوقت: 120 دقيقة

التمرين الأول: (3 نقاط)

يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة:

1) a و b عددان حقيقيان سالبان حيث $(-b)^2 > (-a)^2$ إذن

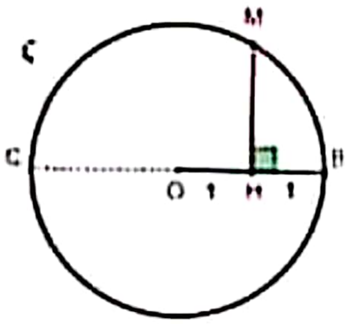
$a > b$ ☒ $a < b$ ☐ $|a| > |b|$ ☐

2) لنا الكتابة $3.27\underline{abc}$ حيث a و b و c ثلاثة أرقام بعد الفاصل إذا علمت أن الرقم 2014 بعد الفاصل هو 5 فإن

$a = 5$ ☐ $b = 5$ ☒ $c = 5$ ☐

3) لتكن دائرة ζ مركزها O قطرها $[BC]$ و M نقطة من الدائرة مسقطها H على $[OB]$ حيث $BH = 1$ و $OH = 1$

البعد MC يساوي



$3\sqrt{2}$ ☐ $2\sqrt{3}$ ☒ $2\sqrt{2}$ ☐

التمرين الثّاني (3نقاط)

1) $a = 1 + \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{6}$

لدينا $a^2 - b^2 = (1+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 6 = 2\sqrt{2} - 3$

2) بما أن $(2\sqrt{2})^2 = 8$ و $3^2 = 9$

وبالتالي $3^2 > (2\sqrt{2})^2$ وبما أن $2\sqrt{2} > 0$ و $3 > 0$

و $a^2+b^2=\left(\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}\right)^2=\frac{5-\sqrt{5}}{10}+\frac{5+\sqrt{5}}{10}+\frac{5+5}{10}=1$

ب) لدينا $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=1+\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{5+2\sqrt{5}}{5}$

بما أن $b>0$ و $a>0$ وبالتالي $a+b=\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$

أ) $[AD]$و$[MN]$ هما قطران لدائرة ζ وبالتالي هما متقايسان ويتقطعان في نفس المنتصف وبما أنهما يمثلان أقطار الرباعي $AMDN$ إذن فهو مستطيل

ب) المثلث AOB قائم في A حسب نظرية بيتاغور فإن

$$OB^2=AB^2+AO^2$$

وبالتالي $OB^2=1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

بما أن OB بعد موجب فإن $OB=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

- بما أن $BM=BO+OM$ وبالتالي $BM=\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
- بما أن $BN=BO-ON$ وبالتالي $BN=\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

ج) في المثلث BMH لنا

$(MH)\perp(AB)$ إذن $(MH)\parallel(OA)$

و $(OA)\perp(AB)$

وبالتالي في المثلث BMH لنا : $O\in[BM]$ و $A\in[BH]$ حيث $(OA)//(MH)$

إذن حسب مبرهنة طالس في المثلث فإن

$\frac{BA}{BH}=\frac{OA}{MH}=\frac{BO}{BM}$ ومنه $\frac{BA}{BH}=\frac{OA}{MH}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$