إ.ث. صفاقس — الفرض التأليفي 2 — 9 أساسي

التمرين 1 :

1) أ ، 2) د ، 3) أ

التمرين 2 : 1) أ)

$a-3(3x-2)=9x^2-3x-2-9x+6$
$=9x^2-12x+4$
$=(3x-2)^2$

ب)
$a=0$
يعني $(3x-2)^2+3(3x-2)=0$
يعني $(3x-2)(3x-2+3)=0$
يعني $(3x-2)(3x+1)=0$
يعني $3x-2=0$ او $3x+1=0$
يعني $x=\frac{2}{3}$ أو $x=-\frac{1}{3}$

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right\}$

2) أ) OAC قائم في O و I المسقط العمودي لـ O على (AC) حيث $OI=2$ و $IC=3t+2$ حسب العلاقة القياسية

$OI^2=IC\times IA$

اذن $4=(3t+2)AI$

وبالتالي $AI=\frac{4}{3t+2}$

ب) مساحة المثلث القائم ABC هي 5 و $AB=2$

و $AC=AI+IC$
$=3t+2+\frac{4}{3t+2}$

مساحة المثلث $AB\times AC=5$

اذن $2\times\left(3t+2+\frac{4}{3t+2}\right)\times\frac{1}{2}=5$

يعني $3t+2+\frac{4}{3t+2}=5$

يعني $(3t+2)^2+4=5(3t+2)$

$9t^2+12t+4+4=15t+10$

يعني $9t^2-3t-2=0$

ومنه t يمثل حلاً للمعادلة $a=0$ و t عدد موجب

ومنه $t=\frac{2}{3}$

ج) لتكن K تقاطع (IB) و (OC)

لدينا $(BA)\perp(AI)$ و $(OI)\perp(AI)$.

إذن $(OI)//(AB)$ ونعلم أن $OI=AB$

إذن OABI متوازي اضلاع ومنه $(OA)//(BK)$

ونعلم أن $(HE)//(OA)$ ومنه $(HE)//(KB)$

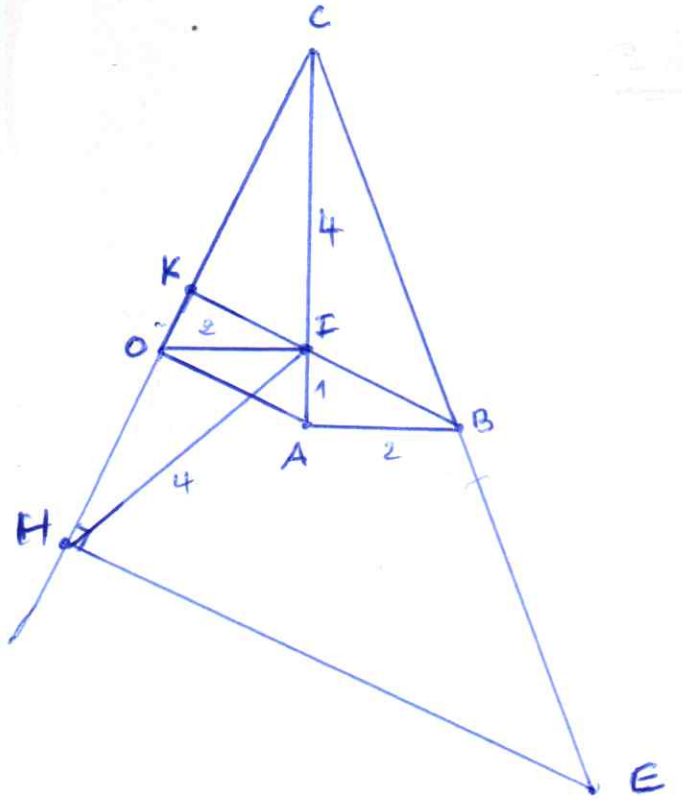
في المثلث CEH لدينا B منتصف [CE]

لأن E مناظرة C بالنسبة الى B

و $K\in[HC]$ و $(HE)//(BK)$

إذن K منتصف [HC] ومنه (KB) هو الموسط العمودي لـ [HC] وبما أن $I\in(KB)$

إذن $HI=IC=4$



التمرين 3 :

1) أ) ABC قائم في A و $AC = 4$, $AB = 4\sqrt{3}$

حسب نظرية بيتاغور فإن :

$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = 16 + 48 = 64$

إذن $BC = \sqrt{64} = 8$

ب) $BA = BD$ و $CA = CD$ إذن (CB) هو الموسط العمودي لـ $[AD]$ و H هي تقاطع (CB) و (AD) إذن H منتصف $[AD]$ و ABC قائم في A و $[AH]$ الارتفاع الصادر من A إذن :

$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{4 \times 4\sqrt{3}}{8} = 2\sqrt{3}$

$AH = 2\sqrt{3} = EB$

لدينا $(BC) \perp (AH)$ و $(BC) \perp (BE)$

إذن $(BE) // (AH)$ وبالتالي AHEB متوازي أضلاع

2) أ) مثلث CAH قائم في H و $AH = 2\sqrt{3}$ و $AC = 4$

حسب نظرية بيتاغور

$AC^2 = AH^2 + HC^2$

إذن $HC^2 = AC^2 - AH^2 = 16 - 12 = 4$

ومنه $HC = \sqrt{4} = 2$

ب) $B \in (CH)$ و $K \in (HD)$ و $(BK) // (CD)$

حسب مبرهنة طالس

$\frac{HC}{HB} = \frac{HD}{HK} = \frac{CD}{BK}$

$CH = 2$ و $BC = 8$ إذن $HB = 6$

إذن

$\frac{CD}{BK} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ج) F مناظرة A بالنسبة الى B إذن B منتصف $[AF]$ و O منتصف $[AK]$

إذن في المثلث AFK الموسطان $[BK]$ و $[OF]$ يتقاطعان في G مركز ثقل AFK

وبالتالي $BG = \frac{1}{3} BK = DC$ وبما أن $(BG) // (CD)$ فإن GBDC متوازي أضلاع له زاوية قائمة $C\hat{B}D = 90°$

لأن BDC قائم في D إذن GBDC مستطيل مركزه J منتصف $[CB]$ و $[DG]$

د) ABC قائم في A إذن

$AC = 4 = JA = JC = JB = JD$

ومنه ACDJ معين

3) أ) I منتصف $[HB]$ و $HB = 6$ إذن $BI = 3$ و $BC = 8$ و J منتصف $[BC]$ إذن $BJ = 4$ ومنه $IJ = BJ - BI = 4 - 3 = 1$

ب) ACDJ معين إذن CHD مثلث قائم في H حسب نظرية بيتاغور

$HD^2 = CD^2 - CH^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

$AD^2 = (2HD)^2 = 4HD^2 = 48$

$AM^2 = 1$ و $DM^2 = 7^2 = 49$

إذن $DM^2 = AD^2 + AM^2$

حسب عكس نظرية بيتاغور فإن ADM قائم في A ومنه $(AH) \perp (AM)$

و $(IJ) \perp (AH)$

إذن $(AM) // (IJ)$

وبما أن $IJ = AM = 1$ فإن AJIM متوازي أضلاع

$(CD) // (AJ) // (IM)$ و $(BM) = (GB) // (CD)$

إذن $(NB) // (IM)$. في المثلث HBN نستنتج أن (IM) يقطع $[HN]$ في منتصفه M

($(BN) // IM$ و I منتصف $[BH]$)

رسم التمرين 3 :