2022/2023

إمتحان تجريبي في رياضيات

الحصة:ساعتان

التمرين الأول

اختر الاجابة الصحيحة في كل حالة

1 اذا كان a و b عددان حقيقيان مقلوبان حيث a>b و $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{10}{3}$ فان

أ- $a-b=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ب- $a-b=\sqrt{3}$ ج- $a-b=\frac{5}{3}$

2 العدد $1111111111^2-2222222221$

أ- يقبل القسمة على 12 ب-لا يقبل القسمة على 12 ج-لا يقبل القسمة على 15

3 $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[DC]$ I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$ و IJK مثلث متقايس الاضلاع و O منتصف $[IJ]$ إذا كان $AB=3$ و $OK=2\sqrt{3}$ فإنّ DC يساوي

أ-4 ب- 5 ج-6

التمرين الثاني

نعتبر الأعداد الحقيقيّة $a=\sqrt{7}+2\sqrt{3}$ و $b=3\sqrt{7}-\sqrt{3}$ و $c=\frac{5-\sqrt{21}}{b-a}$

1 أ- أحسب a^2-ab+1

ب- بيّن أنّ $c(b-a)=a^2-ab+1$

ج-أستنتج أنّ $b-a$ مقلوب $a+c$

2 أ- أحسب $b-a$

ب- قارن 5 و $\sqrt{21}$ و استنتج أنّ c موجب

ج- بيّن أنّ $b-a$ مقلوب $2\sqrt{7}+3\sqrt{3}$

3 بيّن إذن أنّ $c=2\sqrt{7}+3\sqrt{3}-a$ ثم إستنتج c

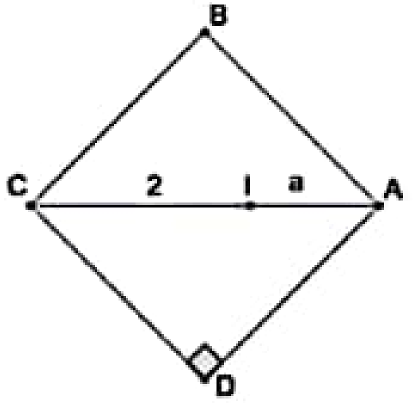
التمرين الثالث

نعتبر العبارة $E=\frac{5}{2}x^2+2x-\frac{16}{5}$ حيث R

1 بيّن أنّ $E=(\sqrt{\frac{5}{2}}x-2\sqrt{\frac{2}{5}})(\sqrt{\frac{5}{2}}x+4\sqrt{\frac{2}{5}})$

2 حل في R المعادلة $E=0$

في الرسم المقابل



- $ABCD$ مربّع
- I نقطة من $[AC]$ حيث $CI = 2$

نعتبر أنّ $AI = a$

1 بيّن أنّ $AD = \frac{1}{\sqrt{2}}(2+a)$ ثمّ استنتج AD^2

2 المستقيم العمودي على (AC) في I يقطع (AB) في M

أ- بيّن أنّ المثلث AIM متقايس الضلعين ثمّ استنتج أنّ $AM^2 = 2a^2$

ب- أوجد a في حالة $MD = \sqrt{\frac{26}{5}}$

التمرين الرابع

(وحدة قيس الطول هي cm)

ABC مثلث قائم الزاوية ومتقايس الضلعين في A حيث $AB = 4\sqrt{2}$ و O منتصف $[BC]$ و E منتصف $[OC]$

1 أ- بين أن $BC = 8$ وأن $AO = 4$ ثم أنجز الرسم

ب- بين أن $AE = 2\sqrt{5}$

2 المستقيم العمودي على (BC) في C يقطع (AE) في D. بين أن $(CD)//(AO)$ ثم استنتج أن $AODC$ متوازي الأضلاع

3 المستقيم المار من O والموازي لـ (AB) يقطع (CD) في M و يقطع (AC) في I

أ- بين أن I منتصف $[AC]$ ب- بيّن أنّ $\frac{OD}{IC} = \frac{MO}{MI} = \frac{MD}{MC}$ ثم استنتج أن C منتصف $[MD]$

ج- بين أن $AOCM$ مربع

4 أ- تحقق أن $\frac{2}{3} = \frac{BO}{BE}$ ثم استنتج أن O هي مركز ثقل المثلث ABD

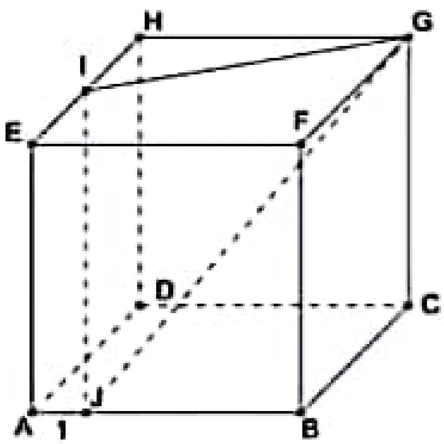
ب- بين أن (DO) هو الموسط العمودي لـ $[AB]$ ثم استنتج أن $DA = DB = 4\sqrt{5}$

5 المستقيم (BI) يقطع (AO) في G. احسب OG ثم احسب مساحة الرباعي $AGDC$

التمرين الخامس

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

يمثل الرسم المقابل مكعّبا حيث $AB = 4$ و I منتصف $[EH]$ و J النقطة من قطعة المستقيم $[AB]$ حيث $AJ = 1$



1 أ- بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (AEH)

ب -استنتج أن المثلث IAJ قائم الزاوية في A

ج- احسب IA واستنتج أن $IJ = \sqrt{21}$

2 أ- بين أن المثلث JBG قائم الزاوية في B

ب- احسب BG ثم استنتج أن $JG = \sqrt{41}$

3 بين أن المثلث IJG قائم الزاوية

(1)

إصلاح التمرين 1

1) أ) : $a-b=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}=\frac{a^2+b^2}{(ab)^2}$$
$$=\frac{a^2+b^2}{1^2}=a^2+b^2$$

لنا $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{10}{3}$ إذن $a^2+b^2=\frac{10}{3}$

$$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=\frac{10}{3}-2\times1=\frac{4}{3}$$

إذن $\sqrt{(a-b)^2}=\sqrt{\frac{4}{3}}$ إذن $|a-b|=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

وبما أن $a>b$ فإن $a-b=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2) أ) يقبل القسمة على 12 :

$$1111111111^2-2222222221$$
$$=1111111111^2-2\times1111111111\times1+1^2$$
$$=(1111111111-1)^2=1111111110^2$$

1111111110 يقبل القسمة على 2

إذن 1111111110^2 يقبل القسمة على 4 .

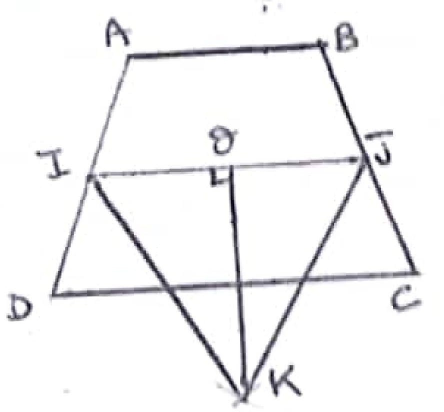
و يقبل القسمة على 3

3) ب) 5 :

$$IJ=OK\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4$$

يعني $\frac{AB+CD}{2}=IJ$ يعني $\frac{3+CD}{2}=4$

يعني $3+CD=8$ يعني $CD=8-3=5$



(2)

إصلاح المسألة 2

1) أ) $a^2 - ab + 1 = (\sqrt{7} + 2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{7} - \sqrt{3}) + 1$

$= \sqrt{7}^2 + 2\times\sqrt{7}\times 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 - (21 - \sqrt{21} + 6\sqrt{21} - 6) + 1$

$= 7 + 4\sqrt{21} + 12 - 21 + \sqrt{21} - 6\sqrt{21} + 6 + 1$

$= \boxed{5 - \sqrt{21}}$

ب) لنا $c = \dfrac{5 - \sqrt{21}}{b - a}$ إذن $c(b - a) = 5 - \sqrt{21}$

و لنا $a^2 - ab + 1 = 5 - \sqrt{21}$

و بالتالي $\boxed{c(b - a) = a^2 - ab + 1}$

ج) لنا $c(b - a) = a^2 - ab + 1$

إذن $c(b - a) + ab - a^2 = 1$

إذن $c(b - a) + a(b - a) = 1$

إذن $(b - a)(c + a) = 1$

و بالتالي $\boxed{b - a \text{ مقلوب } a + c}$

2) أ) $b - a = (3\sqrt{7} - \sqrt{3}) - (\sqrt{7} + 2\sqrt{3})$

$= 3\sqrt{7} - \sqrt{3} - \sqrt{7} - 2\sqrt{3}$

$= \boxed{2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}$

ب) 5 و $\sqrt{21}$ موجبان ، $5^2 = 25$ و $\sqrt{21}^2 = 21$

$5^2 > \sqrt{21}^2$ إذن $5 > \sqrt{21}$ إذن $\boxed{5 - \sqrt{21} > 0}$

و لنا $b - a = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}$

$2\sqrt{7}$ و $3\sqrt{3}$ موجبان

$(2\sqrt{7})^2 = 28$ و $(3\sqrt{3})^2 = 27$

$(2\sqrt{7})^2 > (3\sqrt{3})^2$ إذن $2\sqrt{7} > 3\sqrt{3}$ إذن $2\sqrt{7} - 3\sqrt{3} > 0$

أي $\boxed{b - a > 0}$ و بالتالي $c = \dfrac{5 - \sqrt{21}}{b - a} > 0$

إصلاح التمرين 2

2) ج) $(b-a)(2\sqrt{7}+3\sqrt{3}) = (2\sqrt{7}-3\sqrt{3})(2\sqrt{7}+3\sqrt{3})$

$$= (2\sqrt{7})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 28-27 = 1$$

إذن $b-a$ مقلوب $2\sqrt{7}+3\sqrt{3}$

3) لدينا $b-a$ مقلوب $a+c$

و $b-a$ مقلوب $2\sqrt{7}+3\sqrt{3}$

إذن $a+c = 2\sqrt{7}+3\sqrt{3}$

وبالتالي $c = 2\sqrt{7}+3\sqrt{3}-a$

$$= 2\sqrt{7}+3\sqrt{3}-(\sqrt{7}+2\sqrt{3})$$
$$= 2\sqrt{7}+3\sqrt{3}-\sqrt{7}-2\sqrt{3}$$
$$= \boxed{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$$

إصلاح التمرين 3

I) 1)

$$\left(\sqrt{\frac{5}{2}}x-2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{2}}x+4\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$$
$$= \sqrt{\frac{5}{2}}x\cdot\sqrt{\frac{5}{2}}x+\sqrt{\frac{5}{2}}x\cdot 4\sqrt{\frac{2}{5}}-2\sqrt{\frac{2}{5}}\cdot\sqrt{\frac{5}{2}}x-2\sqrt{\frac{2}{5}}\times 4\sqrt{\frac{2}{5}}$$
$$= \frac{5}{2}x^2+4x-2x-8\times\frac{2}{5} = \frac{5}{2}x^2+2x-\frac{16}{5} = E$$

2) $E=0$ يعني $\left(\sqrt{\frac{5}{2}}x-2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{2}}x+4\sqrt{\frac{2}{5}}\right)=0$

يعني $\sqrt{\frac{5}{2}}x+4\sqrt{\frac{2}{5}}=0$ أو $\sqrt{\frac{5}{2}}x-2\sqrt{\frac{2}{5}}=0$

يعني $\sqrt{\frac{5}{2}}x=-4\sqrt{\frac{2}{5}}$ أو $\sqrt{\frac{5}{2}}x=2\sqrt{\frac{2}{5}}$

يعني $\sqrt{\frac{2}{5}}\times\sqrt{\frac{5}{2}}x=-4\sqrt{\frac{2}{5}}\times\sqrt{\frac{2}{5}}$ أو $\sqrt{\frac{2}{5}}\times\sqrt{\frac{5}{2}}x=2\sqrt{\frac{2}{5}}\times\sqrt{\frac{2}{5}}$

يعني $x=-4\times\frac{2}{5}=-\frac{8}{5}$ أو $x=2\times\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{8}{5};\frac{4}{5}\right\}}$$

(4)

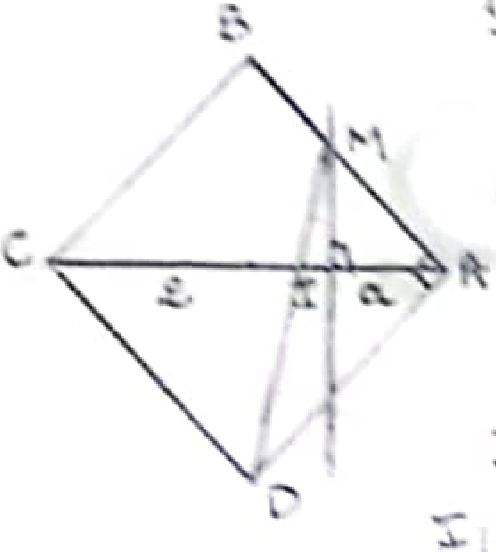
إصلاح التمرين 3

1) $AC = AI + IC = a + 2$

$ABCD$ مربع و $[AC]$ قطر له إذن $AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a+2)$

إذن $AD^2 = \frac{1}{2}(a+2)^2 = \frac{1}{2}(a^2+4a+4)$

$= \boxed{\frac{1}{2}a^2 + 2a + 2}$



2) أ) $[AC]$ قطر للمربع $ABCD$

إذن $M\hat{A}I = \frac{B\hat{A}D}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$

و لنا $A\hat{I}M = 90°$ إذن $A\hat{M}I = 45°$

و بالتالي المثلث AMI

متقايس الضلعين قمته الرئيسية I

المثلث AIM قائم الزاوية في I

إذن حسب نظرية بيتاغور فإن :

$AM^2 = AI^2 + IM^2 = a^2 + a^2 = \boxed{2a^2}$

ب) المثلث AMD قائم الزاوية في A إذن

حسب نظرية بيتاغور فإن :

$AD^2 + AM^2 = MD^2$ يعني $\frac{1}{2}a^2 + 2a + 2 + 2a^2 = \frac{26}{5}$

يعني $\frac{1}{2}a^2 + \frac{4}{2}a^2 + 2a + \frac{10}{5} - \frac{26}{5} = 0$

يعني $\frac{5}{2}a^2 + 2a - \frac{16}{5} = 0$

يعني $a = -\frac{8}{5}$ أو $a = \frac{4}{5}$

و بما أن $a = AI$ موجب فإن $\boxed{a = \frac{4}{5}}$

إصلاح التمرين 4

1) أ) المثلث ABC قائم الزاوية في A إذن حسب نظرية بيتاغور فإن $BC^2 = AB^2 + AC^2$

ABC متقايس الضلعين في A إذن $AC = AB$

إذن $BC^2 = AB^2 + AB^2 = 2AB^2 = 2\times(4\sqrt{2})^2$
$= 2\times16\times2 = 64$

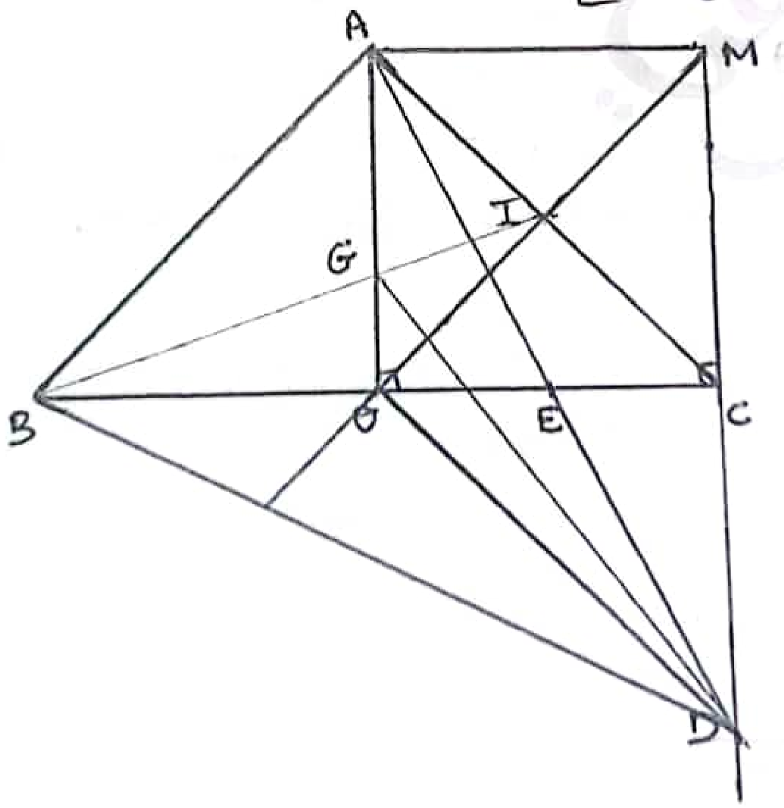
إذن $BC = \sqrt{64} = \boxed{8}$

O منتصف وتر المثلث ABC القائم في A

إذن $OA = OB = OC = \frac{BC}{2} = \frac{8}{2} = \boxed{4}$

ABC متقايس الضلعين في A و O منتصف [BC]

إذن [AO] ارتفاع للمثلث ABC



(8)

إصلاح التمرين 4

1) ب) المثلث OAE قائم الزاوية في O

إذن حسب نظرية بيتاغور فإن

$$AE^2 = AO^2 + OE^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

إذن $AE = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}}$

2) (AO) و (CD) عموديان على (OC) إذن هما متوازيان

ABE مثلث و $D \in (AE)$ و $C \in (OE)$ و $(CD) // (AO)$

إذن حسب مبرهنة طالس فإن : $\frac{EA}{ED} = \frac{EO}{EC} = \frac{AO}{CD}$

وبما أن E منتصف $[OC]$ فإن $\frac{EO}{EC} = 1$

إذن $\frac{AO}{CD} = 1$ إذن $AO = CD$ ولنا $(AO)//(CD)$

وبالتالي $AODC$ متوازي الأضلاع

3) أ) ABC مثلث و O منتصف $[BC]$ و $I \in (AC)$

و $(OI) // (AB)$ إذن I منتصف $[AC]$

ب) MOD مثلث و $I \in (OM)$ و $C \in (MD)$

و $(IC) // (OD)$ لأن $AODC$ متوازي الأضلاع

إذن حسب مبرهنة طالس فإن $\frac{MD}{MC} = \frac{MO}{MI} = \frac{OD}{IC}$

$AODC$ متوازي الأضلاع إذن $OD = AC$

ولنا I منتصف $[AC]$ إذن $AC = 2IC$

إذن $OD = 2IC$ إذن $\frac{OD}{IC} = 2$ إذن $\frac{MD}{MC} = 2$

إذن $MD = 2MC$ و $C \in [MD]$ إذن $\boxed{C \text{ منتصف } [MD]}$

إصلاح التمرين 4

3) ج) لنا ABDC متوازي الأضلاع إذن $CD = AB$

و لنا C منتصف [MD] إذن $CD = MC$

و بالتالي $MC = AB$

و بما أن $(CD)//(AB)$ و $M \in (CD)$ فإن $(MC)//(AB)$

$\begin{cases} MC = AB \\ (MC)//(AB) \end{cases}$ إذن ABCM متوازي الأضلاع

و لنا $OC = OA = 4$ إذن ABCM معيّن

و بما أن $\hat{AOC} = 90°$ فإن ABCM مربّع

4) أ) لنا $BO = 4$ و $BE = 4+2 = 6$

إذن $\frac{BO}{BE} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

إذن $\boxed{BO = \frac{2}{3} BE}$

و لنا ABDC متوازي الأضلاع و E منتصف القطر [OC] إذن E منتصف القطر [AD]

إذن $\boxed{[BE] \text{ موسط للمثلث } ABD}$

و بما أن $\boxed{O \in [BE]}$ فإن O هي مركز ثقل المثلث ABD

ب) O مركز ثقل المثلث ABD

إذن (DO) يقطع [AB] في منتصفها

و لنا $OA = OB$ و بالتالي (OD) هو الموسط العمودي لـ [AB]

إذن $\boxed{DB = DA}$

إصلاح التمرين 4

4) ب) لدينا E منتصف [AD]

إذن $DA = 2AE = 2\times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

وبالتالي $\boxed{DA = DB = 4\sqrt{5}}$

5) [AO] و [BI] موسطان للمثلث ABC

ويتقاطعان في G

إذن G هو مركز ثقل المثلث ABC

إذن $OG = \frac{1}{3}AO$

$= \frac{1}{3}\times 4 = \boxed{\frac{4}{3}}$

مساحة متوازي الأضلاع ABCD هي:

$AO \times OC = 4 \times 4 = 16$

مساحة المثلث OGD هي:

$$\frac{OG \times OC}{2} = \frac{\frac{4}{3}\times 4}{2} = \frac{8}{3}$$

مساحة الرباعي AGDC هي:

$$16 - \frac{8}{3} = \frac{48}{3} - \frac{8}{3} = \boxed{\frac{40}{3}}$$

9

إصلاح التمرين 5

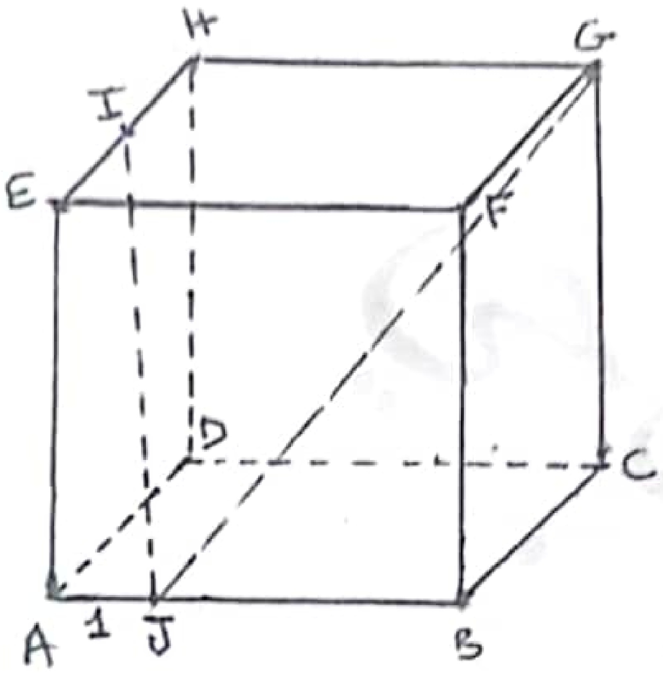
1) أ) $ABCDEFGH$ مكعب إذن أوجهه مربعات

إذن $(AB)\perp(AD)$ و $(AB)\perp(AE)$

(AD) و (AE) محتويان في المستوي (AEH)

و يتقاطعان في A

إذن $\boxed{(AB)\perp(AEH)}$



ب) $(AB)\perp(AEH)$

و $(AI)\subset(AEH)$

إذن $(AB)\perp(AI)$

و $J\in(AB)$

إذن $(AJ)\perp(AI)$

و بالتالي المثلث AIJ

قائم الزاوية في A

ج) المثلث AEI قائم في E إذن حسب نظرية

بيتاغور فإن $AI^2=AE^2+EI^2$

$= 4^2+2^2=16+4=20$

إذن $AI=\sqrt{20}=\boxed{2\sqrt{5}}$

المثلث AIJ قائم في A إذن حسب نظرية

بيتاغور فإن : $IJ^2=AI^2+AJ^2=(2\sqrt{5})^2+1^2$

$=20+1=21$

إذن $\boxed{IJ=\sqrt{21}}$

إصلاح التمرين 5

2) أ) $(JB)\perp(BC)$ و $(JB)\perp(BF)$

(BC) و (BF) محتويان في المستوي (BCF)

و متقاطعان في B إذن $(JB)\perp(BCF)$

و لنا $(BG)\subset(BCF)$ إذن $(JB)\perp(BG)$

و بالتالي المثلث JBG قائم الزاوية في B

ب) $[BG]$ هي قطر للمربع $BCGF$

إذن $BG = BC\times\sqrt{2}$

$= 4\sqrt{2}$

المثلث JBG قائم في B

إذن $JG^2 = JB^2 + BG^2 = 3^2 + (4\sqrt{2})^2$

$= 9 + 32 = 41$

إذن $\boxed{JG = \sqrt{41}}$

3) $IG = AI = 2\sqrt{5}$

$IJ^2 = \sqrt{21}^2 = 21$ ، $JG^2 = \sqrt{41}^2 = 41$

و $IG^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$

إذن $IG^2 + IJ^2 = JG^2$

إذن حسب عكس نظرية بيتاغور فإن

المثلث IJG قائم الزاوية في I