

التمرين عدد 1

1 اختر الإجابة الصحيحة

• x و y عدنان حقيقتان مختلفتي العلامة حيث $x^2 = \sqrt{11} - \sqrt{10}$ و $y^2 = \sqrt{11} + \sqrt{10}$ فإن:

باري $\frac{x+y}{(1-x)(1-y)}$ -1-أ 0-ب 1-ج

• العبارة $A = 2|x-1| - |-3+2x|$ حيث x عدد حقيقي سالب تساوي -1-أ 2-ب -1-ج

2 أجب بصواب أو خطأ

• لكن عدد صحيح طبيعي n العبارة: $B = n^2 - 10n + 25$ مخالفة للصفر

• لاحظ الرسم التالي حيث $ABCD$ مربع طول ضلعه a

و دائرة Γ مركزها A و ثلاثة من C و E حيث $E \in [AB]$

و الزمعي $DEFG$ مربع

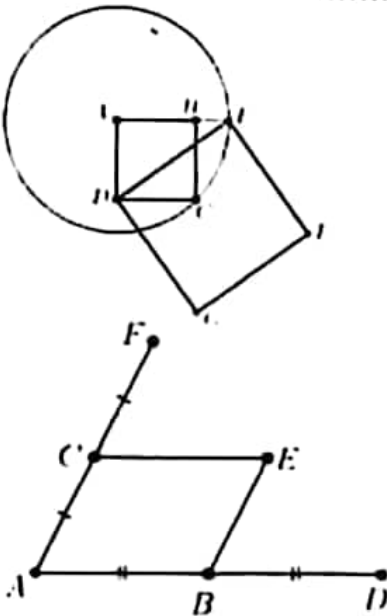
إذا: مساحة المربع $DEFG$ تساوي ثلاثة أضعاف مساحة المربع $ABCD$

3 في التعيين التالي A و B و C و D و E و F نقاط من المستوي حيث

• C منتصف $[AF]$ و B منتصف $[AD]$

• الزمعي $ABEC$ متوازي أضلاع

(1) أكمل الجدول: $(A : B : C)$ $(D : E : F)$



التقاطع	A	B	C	D	E	F
إحداثياتها						

(2) هل أذ التقاط D و E و F على استقامة واحدة؟ علل جوابك

التمرين عدد 2

نعتبر العددين الحقيقيين: $a = \sqrt{\frac{8}{5}} \times (\frac{5\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{\frac{5}{2}})$ و $b = \sqrt{9} + 3\sqrt{125} - \sqrt{405} - \frac{5}{6}\sqrt{180}$

(1) أ- بين أن: $a = 2\sqrt{5} - 6$ و $b = 3 + \sqrt{5}$

ب- أحسب $a \times b$

ج- استنتج أن: $-\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{4}$ مقلوبان

(2) ليكن العدد: $c = \frac{4 \times \frac{1}{\sqrt{125}} \times \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{8}}{25}} - \sqrt{4}$



ب- قارن a و b و c ثم استنتج مقارنة لـ $\frac{-2}{a}$ و $\frac{-2}{b}$ و $\frac{-2}{c}$ بين أن: $c = \sqrt{5} - 2$ - ا

ب- استنتج أن: $\frac{8(a-c)-ac}{a}$ هو عدد صحيح طبيعي ب- ا- بين أن العددين c و $b-1$ متقويان

التمرين عدد 3



1 نريد أن نبحث على الأعداد الصحيحة الطبيعية m و p التي تحقق: $m^2 - p^2 = 8$

(1) ا- قارن m و p ب- بين أن: $m < p + 3$ ج- استنتج m بدلالة p

(2) استنتج أن: $p = 1$ و $m = 3$

2 في الرسم للمصاحب ABCD شبه منحرف قائم في A و D بحيث: $AD > 2$ و $ABC = 45^\circ$

M نقطة من [AD] حيث: $AM = 2$ و AD و AB أعداد صحيحة طبيعية

للموازي ل (AB) و المار من M يقطع (BC) في N

لكن I للمسطح العمودي ل (AB) على N و J للمسطح العمودي ل (AB) على C

(1) ا- بين أن: $DC = AB - AD$ ب- بين أن: $MN = AB - 2$

(2) إذا علمت أن الزاويتين $AMNB$ و $DMNC$ لهما نفس المساحة

ا- بين أن: $(AB - 4)^2 - (AB - AD)^2 = 8$

ت- استنتج أن: $AB = 7$ و $AD = 6$ و $CD = 1$ احس CN

ث- في المثلث (I; B; N)

• ماهي إحداثيات كل من التقاطع A و M و J و C

• أوجد إحداثيات النقطة O مركز للمستطيل [ADC]

التمرين عدد 4

في الرسم المقابل ABCD مربع طول ضلعه 1 و ربع دائرة Γ مركزها D و تمر من A و C و T نقطة منها و Δ للمماس لربع القنطرة في T

Δ يقطع [AB] في نقطة M و يقطع [BC] في نقطة N. نعتبر $AM = x$ و $CN = y$

(1) ا- بين أن المثلثين DAM و DTM متطابقان

ب- استنتج أن: $MN = x + y$

(2) ا- بين أن: $MN^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$

ب- استنتج أن: $y = \frac{1-x}{1+x}$ و $MN = \frac{x^2+1}{x+1}$

(3) لكن العبارة $E = x^2 + 2x - 1$ حيث x عدد حقيقي

ا- بين أن $E = (x+1)^2 - 2$ ب- استنتج تفكيكا للعبارة E ج- حل في IR $E=0$

(4) في حالة $AM = CN$

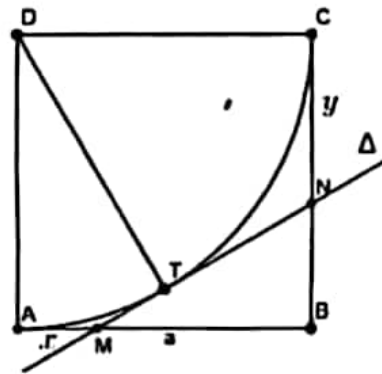
ا- بين أن: $MN = 2\sqrt{2} - 2$

ب- استنتج أنه في هذه الحالة التقاطع B و T و D على استقامة واحدة

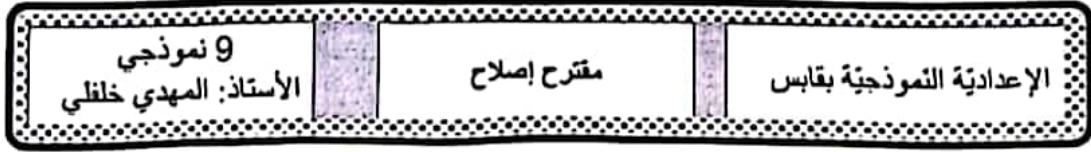
(5) في حالة DCT مثلث متطابق الأضلاع. للمستقيم المار من T و الموازي ل (BC) يقطع (CD) في R و (AB) في S

ا- احس البعد ST

ب- بين أنه في هذه الحالة: $MN = \frac{6-2\sqrt{3}}{3}$



الإصلاح



المُمرين عدد 1



اختر الإجابة الصحيحة □

-1 -i

باري $\frac{x+y}{(1-x)(1-y)}$

• العبارة $A = 2|x-1| - |-3+2x|$ حيث x عدد حقيقي سالب تساوي ج-1

□ اجب بصواب أو خطأ

• لكل عدد صحيح طبيعي n العبارة $B = n^2 - 10n + 25$ مخالفة للصواب خطأ لأن $B=0$ إذا كان $n=5$
 • صواب

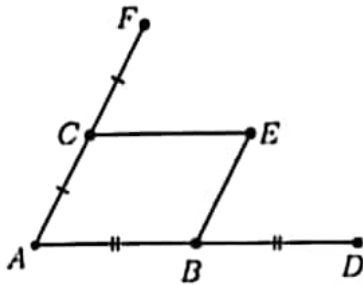
□ في التعيين التالي A و B و C و D و E و F نقاط من المستوي حيث

• C منتصف [AF]

• B منتصف [AD]

• الزمعي ABEC متوازي أضلاع

1) اكمل الجدول : في المعين (A ; B ; C)



النقاط	A	B	C	D	E	F
إحداثياتها	(0 ; 0)	(1 ; 0)	(0 ; 1)	(2 ; 0)	(1 ; 1)	(0 ; 2)

2) هل أن النقاط D و E و F على استقامة واحدة؟ نعم لأن: $x_E = \frac{x_F + x_D}{2}$ و $y_E = \frac{y_F + y_D}{2}$

المُمرين عدد 2

نعتبر العددين الحقيقيين: $a = \sqrt{\frac{8}{5}} \times (\frac{5\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{\frac{5}{2}})$ و $b = \sqrt{9} + 3\sqrt{125} - \sqrt{405} - \frac{5}{6}\sqrt{180}$

1) أ. $a = 2\sqrt{5} - 6$ و $b = 3 + \sqrt{5}$

ب. $a \times b = -8$

ج. لنا $1 = \frac{-(-8)}{8} = \frac{a}{b} \times \frac{b}{a}$ إذا $-\frac{a}{2} \times \frac{b}{4} = \frac{-(-8)}{8}$ و $\frac{b}{4}$ مقلوبان

2) انبئين أن: $c = \sqrt{5} - 2$

ب. لنا $a = 2\sqrt{5} - 6 = \sqrt{4} \times \sqrt{5} - \sqrt{36} = \sqrt{20} - \sqrt{36}$ هو عدد سالب و c و b موجبان حيث $c < b$

إذا $a < c < b$ ومنه $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{c}$ لأن $\frac{1}{a}$ عدد سالب ومنه $\frac{-2}{c} < \frac{-2}{b} < \frac{-2}{a}$

3) أ. لنا $1 = 5 - 4 = 1 = c \times (b-1) = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) = 5-4=1$ إذا c و $b-1$ مقلوبان

ب. لنا $1 = c \times (b-1) = a$ إذا $a \times c \times (b-1) = a$ ومنه $abc - ac = a$ يعني $-8c - ac = a$ وبالتالي

$$\text{هو عدد صحيح طبيعي } \frac{8(a-c) - ac}{a} = \frac{8a - 8c - ac}{a} = \frac{8a + a}{a} = \frac{9a}{a} = 9$$

1) نريد أن نبحث على الأعداد الصحيحة الطبيعية m و p التي تحقق: $m^2 - p^2 = 8$ □

أ- لا، $m^2 - p^2 = 8 \in \square$ إذا $m^2 > p^2$ ومنه $m > p$ لأنهما موجبان

ب- لا، $(p+3)^2 - m^2 = p^2 + 6p + 9 - m^2 = 6p + 9 + p^2 - m^2 = 6p + 9 - 8 = 6p + 1 \in \square$

إذن $(p+3)^2 > m^2$ ومنه $p+3 > m$

ج- لا، $p < m < p+3$ إذا $m = p+1$ أو $m = p+2$

□ حالة $m = p+1$ فإن: $m^2 - p^2 = (p+1)^2 - p^2 = p^2 + 2p + 1 - p^2 = 2p + 1 = 8$

ومنه $p = \frac{7}{2}$ وهذا غير ممكن لأن p هو عدد صحيح طبيعي وبالتالي: $m = p+2$

□ حالة $m = p+2$ إذا $(p+2)^2 - p^2 = 8$ أي $p^2 + 4p + 4 - p^2 = 8$ ومنه $4p = 4$ إذا $p = 1$

و $m = p+2 = 1+2 = 3$

□ في الرسم المصاحب ABCD شبه منحرف قائم في A و D بحيث: $AD > 2$ و $\angle ABC = 45^\circ$

M نقطة من [AD] حيث: $AM = 2$ و AD و AB أعداد صحيحة طبيعية

الموازي لـ (AB) و المار من M يقطع (BC) في N

لتكن I المسقط العمودي لـ N على (AB) و J المسقط العمودي لـ C على (AB)

1) أ- المثلث CJB قائم في J بـ $\angle CJB = 45^\circ$ إذا $\angle BCJ = 45^\circ$ ومنه المثلث

BCJ متقايس الضلعين إذا $CJ = BJ$ ولنا ADCJ مستطيل إذا $CJ = AD$

و بالتالي $CD = AJ = AB - BJ = AB - CJ = AB - AD$

ت- $MN = AI = AB - BI = AB - NI = AB - AM = AB - 2$

2) أ- لا: $S_{AMNB} = S_{DCMN}$ إذا

$$\frac{(MN + AB) \times AM}{2} = \frac{(DC + MN) \times DM}{2}$$

$$\text{ومنّه إذا } \frac{(AB - 2 + AB) \times 2}{2} = \frac{(AB - AD + AB - 2) \times (AD - 2)}{2}$$

$$4AB - 4 = 2AB \times AD - 4AB - AD^2 + 2AD - 2AD + 4 \text{ ومنّه } (2AB - 2) \times 2 = (2AB - AD - 2) \times (AD - 2)$$

$$\text{إذا } 2AB \times AD - 4AB - 4AB - AD^2 + 4 + 4 = 0 \text{ ثم نضيف ونطرح } AB^2 + 16 \text{ فنحصل على}$$

$$(AB - 4)^2 - (AD^2 - 2AB \times AD + AB^2) - 8 = 0 \text{ أي } AB^2 - 8AB + 16 - AD^2 + 2AB \times AD - AB^2 - 16 + 8 = 0$$

$$\text{ومنّه } (AB - 4)^2 - (AB - AD)^2 = 8$$

$$4) \text{ حسب السؤال } \square \text{ إذا كان } m^2 - p^2 = 8 \text{ فإن } m = 3 \text{ و } p = 1 \text{ ومنه } AB - AD = 1 \text{ و } AB - 4 = 3$$

$$\text{و بالتالي } AB = 7 \text{ و } AD = 6 \text{ و } CD = AB - AD = 7 - 6 = 1$$

$$\text{لنا } (AB) \parallel (MN) \parallel (CD) \text{ حسب مبرهنة طاليس فإن: } \frac{CN}{NB} = \frac{DM}{MA} \text{ ومنّه } \frac{CN}{2\sqrt{2}} = \frac{4}{2} \text{ إذا } CN = 4\sqrt{2}$$

5) في المعين (I; B; N)

$$A\left(-\frac{5}{2}; 0\right) \text{ و } M\left(-\frac{5}{2}; 1\right) \text{ و } J(-2; 0) \text{ و } C(-2; 3)$$

$$\text{لنا } O \text{ مركز المستطيل } ADCJ \text{ إذا } O \text{ منتصف } [AC] \text{ و } O = \left(\frac{-2,5 + (-2)}{2}; \frac{0 + 3}{2}\right) = \left(-\frac{4,5}{2}; \frac{3}{2}\right)$$



- 1) أ- في المثلثين القائمين DAM و DTM لنا [DM] وتر مشترك و DA=DT إذا المثلثان متقايسان
 ب- كذلك المثلثان DTN و DCN متقايسان بنفس الطريقة إذا الأضلاع النظيرة متقايسة مثنى مثنى
 ومنه $AM = MT = x$ و $TN = CN = y$ وبالتالي $MN = MT + TN = x + y$
 2) أ- في المثلث القائم MBN لنا $BM = 1 - x$ و $BN = 1 - y$ إذا:

$$MN^2 = (1-x)^2 + (1-y)^2 = 1 - 2x + x^2 + 1 - 2y + y^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$$

ب- لنا $(x+y)^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$ إذا $x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$

ومنه $2xy + 2y = -2x + 2$ أي أن: $y(2x+2) = 2-2x$ وبالتالي $y = \frac{2(1-x)}{2(1+x)} = \frac{1-x}{1+x}$

يعني أن: $MN = x + y = x + \frac{1-x}{1+x} = \frac{x+x^2+1-x}{1+x} = \frac{x^2+1}{1+x}$

3) أ- $(x+1)^2 - 2 = x^2 + 2x + 1 - 2 = x^2 + 2x - 1 = E$

ب- $E = (x+1)^2 - 2 = (x+1)^2 - \sqrt{2}^2 = (x+1+\sqrt{2})(x+1-\sqrt{2})$

ج- $E = 0$ يعني أن $x+1+\sqrt{2} = 0$ أو $x+1-\sqrt{2} = 0$ إذا $x = -1-\sqrt{2}$ أو $x = \sqrt{2}-1$

4) أ- لنا $AM = CN$ يعني $x = y$ إذا $x = \frac{1-x}{1+x}$ ومنه $x(1+x) = 1-x$ يعني $x^2 + 2x - 1 = 0$

حسب ما سبق $x = \sqrt{2}-1$ لأنها موجبة وبالتالي $MN = x + y = x + x = \sqrt{2}-1 + \sqrt{2}-1 = 2\sqrt{2}-2$

ب- في هذه الحالة المثلث BMN متقايس الضلعين و T منتصف [MN] إذا $(BT) \perp (MN)$ ونعلم أن $(DT) \perp (MN)$

إذا $(DT) \parallel (BT)$ مما يعني أنهما متطابقان إذا النقط B و T و D على استقامة واحدة

5) أ- لنا DCT مثلث متقايس الأضلاع إذا المستقيم (RT) هو الوسط العمودي لـ [CD]

و [RT] هو ارتفاع فيه إذا $RT = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ومنه $ST = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب- بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث TSM نتحصل على $x^2 = \left(\frac{1}{2}-x\right)^2 + \left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ أي $\frac{1}{4} - x + x^2 + 1 - \sqrt{3} + \frac{3}{4} = x^2$

وبالتالي $x = 2 - \sqrt{3}$

و $y = \frac{1-x}{1+x} = \frac{1-(2-\sqrt{3})}{1+2-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{3-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-1)(3+\sqrt{3})}{9-3} = \frac{3\sqrt{3}+3-3-\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

و $MN = x + y = 2 - \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{6-3\sqrt{3}+\sqrt{3}}{3} = \frac{6-2\sqrt{3}}{3}$

إفكم الله جميعا مع تمنياتي لكم بالنجاح و التميز

