المدرسة الإعدادية ابن خلدون	فرض تأليفي عدد 2	المستوى : 9 أساسي
المدة : ساعتان	2019/03/08	أساتذة الرياضيات

تمرين عدد 1 :(4 نقاط)

أنقل على ورقة تحريرك رقم السؤال و الإجابة الصحيحة

1) إذا كان a و b عددان حقيقيان مخالفان للصفر و مقلوبان فإن

$a^2+b^2=2$ $a^2+b^2\leq 2$ $a^2+b^2\geq 2$

2) a و b عددان حقيقيان بحيث : $a+b=0$ و $a>1$ فإن :

$b>1$ $b>-1$ $b<-1$

3) ABCD مربع مركزه O و قطره $AC=4\sqrt{2}$ وBCE مثلث متقايس الأضلاع فإن مساحة BCE تساوي

$4\sqrt{3}$ $4\sqrt{6}$ 8

4) إذا كان في مثلث ما . مركز الثقل و المركز القائم متطابقان فإن المثلث متقايس الأضلاع .

صواب   خطأ

تمرين عدد 2 : (5 نقاط)

1) ليكن العدد : $a=\sqrt{147}-(2+\sqrt{3})^2+3$

أ) بين أن : $a=3\sqrt{3}-4$

ب) بين أن a عدد حقيقي موجب .

2) نعتبر العددين $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ و $y=\frac{5}{2+\sqrt{3}}$

أ) بين أن : $x-y=2a$

ب) استنتج مقارنة ل x و y .

ج) قارن $-x+\sqrt{7}$ و $-y+\sqrt{7}$

د) قارن $x\sqrt{3}-\frac{2}{3}$ و $y\sqrt{3}-\frac{2}{3}$

تمرين عدد 3 (5 نقاط)

لتكن العبارة $E=4x^2+4x-15$ حيث x عدد حقيقي

1) أحسب القيمة العددية ل E في حالة $x = \sqrt{3}$ ثم $x = \sqrt{5} - 1$

2) أ) بين أن : $E = (2x + 1)^2 - 16$

ب) استنتج تفكيكا ل E.

ج) أوجد x حيث $E = 0$.

3) وحدة قيس الطول هي الصنتيمتر. في الرسم التالي ABCD مربع قطره 8 و AEFG مربع طول ضلعه $AE = 2x + 1$.

أ) برهن أن مساحة ABCD تساوي $32\ cm^2$

ب) اذا كانت مساحة AEFG نصف مساحة ABCD بين أن : $(2x + 1)^2 - 16 = 0$

ج) جد قيمة x في هذه الحالة.

<u>تمرين عدد 4: (6 نقاط)</u>

أكمل الرسم على هذه الورقة حيث BCD مثلث قائم و متقايس الضلعين في C و $BC = 6\ cm$.

ABD مثلث متقايس الأضلاع

1) بين أن : $BD = 6\sqrt{2}$

2) لتكن E نقطة تقاطع (AC) و (BD)

أ) بين أن (AC) الموسط العمودي ل [BD] و أن E منتصف [BD]

ب) برهن أن : $EA = 3\sqrt{6}$

ج) أحسب مساحة الرباعي ABCD.

3) لتكن F المسقط العمودي ل D على (AB). و H نقطة تقاطع (DF) و (AE)

أ) ماذا تمثل H بالنسبة للمثلث ABD؟ علل جوابك.

ب) بين أن : $DH = 2\sqrt{6}$

4) لتكن H' مناظرة H بالنسبة ل F و ζ الدائرة المحيطة بالمثلث ABD

أ) بين أن : $H' \in \zeta$

ب) بين أن ADH' مثلث قائم في A.

5) (AH') و (BD) يتقاطعان في K. أحسب EK.

إصـــلاح فـــرض تـــأليفـــي 2

<u>تمـــرين عـــدد 1:</u> 1) $a^2+b^2\geq 2$ 2) $b<-1$ 3) $4\sqrt{3}$ 4) صـــواب

<u>تمـــرين عـــدد 2:</u> 1) أ-

$$\begin{aligned}
a &= \sqrt{147}-\left(2+\sqrt{3}\right)^2+3\\
&= 7\sqrt{3}-\left(2^2+2\times 2\times\sqrt{3}+\sqrt{3}^2\right)+3\\
&= 7\sqrt{3}-4-4\sqrt{3}-\cancel{3}+\cancel{3}\\
&= 3\sqrt{3}-4
\end{aligned}$$

ب - لدينـا $3\sqrt{3}$ و 4 عـددان حقيقيـان مـوجبـان و لدينـا $\left(3\sqrt{3}\right)^2=27$ و $4^2=16$ إذن $27\geq 16$ و منـه $(3\sqrt{3})^2\geq 4^2$ و بـالتـالي $3\sqrt{3}\geq 4$ إذن $3\sqrt{3}-4\geq 0$ يعنـي a عـدد مـوجب.

2) أ -

$$\begin{aligned}
x-y &= \frac{1}{2-\sqrt{3}}-\frac{5}{2+\sqrt{3}}\\
&= \frac{\left(2+\sqrt{3}\right)-5\left(2-\sqrt{3}\right)}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}\\
&= \frac{2+\sqrt{3}-10+5\sqrt{3}}{2^2-\sqrt{3}^2}\\
&= \frac{6\sqrt{3}-8}{4-3}\\
&= 2\left(3\sqrt{3}-4\right)\\
&= 2a
\end{aligned}$$

ب- لدينـا $x-y=2a$ و $a\geq 0$ و $2>0$ إذن $2a$ عـدد مـوجب و منـه $x-y\geq 0$ و بـالتـالي $x\geq y$.

ج- لدينـا $x\geq y$ إذن $-x\leq -y$ و بـالتـالي $-x+\sqrt{7}\leq -y+\sqrt{7}$.

د- لدينـا $x\geq y$ و $\sqrt{3}>0$ إذن $x\sqrt{3}\geq y\sqrt{3}$ و بـالتالي $x\sqrt{3}-\frac{2}{3}\geq y\sqrt{3}-\frac{2}{3}$.

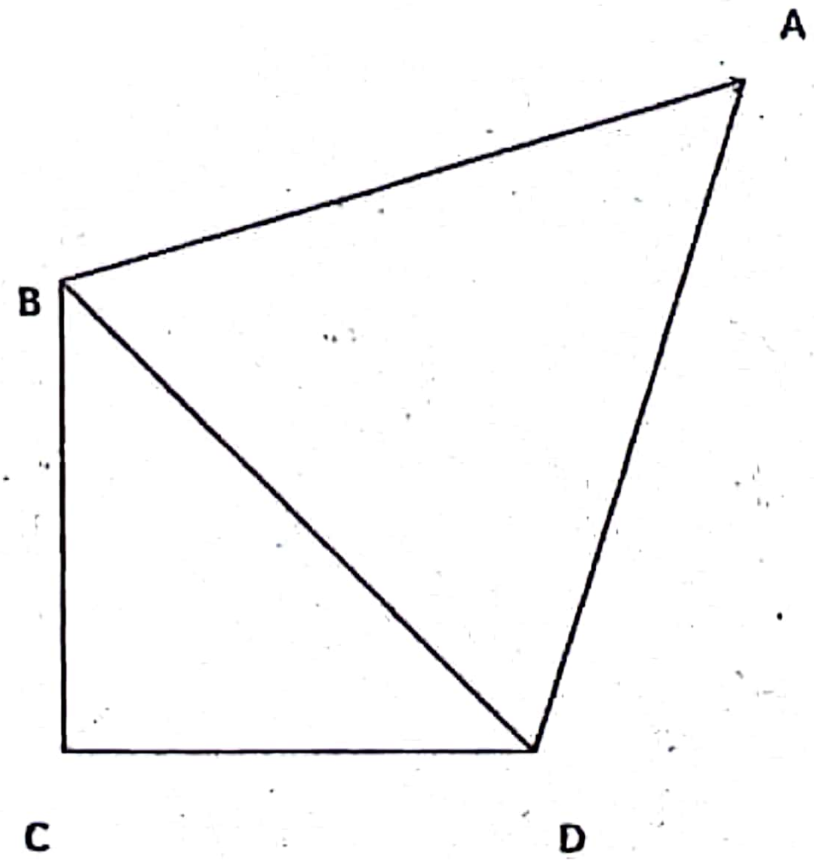
<u>تمـــرين عـــدد 3:</u> 1) إذا كـان $x=\sqrt{3}$ فـإن:

$$\begin{aligned}
E &= 4\times\sqrt{3}^2+4\times\sqrt{3}-15\\
&= 4\times 3+4\sqrt{3}-15\\
&= 4\sqrt{3}-3
\end{aligned}$$

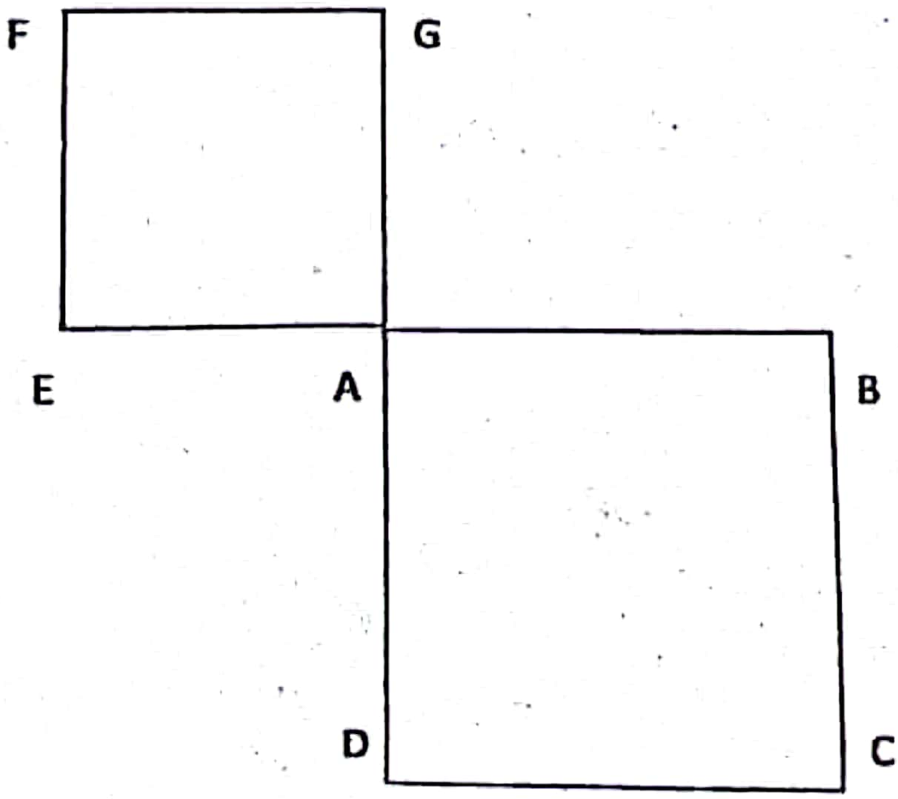
إذا كـان $x=\sqrt{5}-1$ فـإن:

الاسم و اللقب:	فرض تأليفي عدد 3	القسم : 9 أساسي......

رسم تمرين عدد :4



رسم تمرين عدد :3



إذا كـان $x=-\frac{5}{2}$ إذن $AE=2\times\left(-\frac{5}{2}\right)+1=-4<0$ و هذا غيـر ممكن
إذا كـان $x=\frac{3}{2}$ فـإن $AE=2\times\frac{3}{2}+1=4>0$ إذن $x=\frac{3}{2}$.

تمـرين عـدد 4: 1) المثلـث BCD قـائم فـي C إذن حسـب نظريـة بيتـاغور فـإن

$$\begin{aligned} BD^2 &= BC^2+CD^2 \\ &= 6^2+6^2 \\ &= 36+36 \\ &= 72 \end{aligned}$$

إذن $BD=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

2) أ – لدينـا $AB=AD$ لأن ABD مثلـث متقـايس الأضـلاع و بـالتالي A نقطة مـن الموسط العمـودي لـ $[BD]$ و $CB=CD$ لأن BCD متقـايس الضلعين قمتـه الرئيسيـة C و بـالتـالي C نقطة مـن الموسط العمـودي لـ $[BD]$ و منـه فإن (AC) المـوسط العمـودي لـ $[BD]$ و بـالتـالي فـإن (AC) يقطـع $[BD]$ فـي منتصفهـا إذن E منتصـف $[BD]$.

ب – لدينـا ABD مثلـث متقـايس الأضـلاع و E منتصـف $[BD]$ إذن $[AE]$ هـو الإرتفـاع الصـادر مـن A فـي المثلـث ABD و بـالتـالي $AE=\frac{\sqrt{2}}{2}BD=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{6}$.

ج – مسـاحة الربـاعي $ABCD$ هـي مجمـوع مسـاحي المثلثيـن ABD و BCD:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{BC\times CD}{2}+\frac{BD\times AE}{2} \\ &= \frac{6\times 6}{2}+\frac{6\sqrt{2}\times 3\sqrt{6}}{2} \\ &= 18+18\sqrt{3}cm^2 \end{aligned}$$

3) أ – بمـا أن ABD متقـايس الأضـلاع فـإن المستقيمـات المعتبـرة ستكـون متطـابقة.
لدينـا F المسقـط العمـودي لـ D عـلى (AB) فـإن $[DF]$ هـو الإرتفـاع الصـادر مـن D و المـوسط الصـادر مـن D و كذلـك بـالنسبة إلـى $[AE]$ هـو المـوسط الصـادر مـن A و الإرتفـاع الصـادر مـن A و منـه فـإن H هي مـركز ثقـل و المـركز القـائم لـ ABD و تمثـل H مـركز الـدائرة المحيطة و الـدائرة المحـاطة بالمثلـث ABD.

ب – بمـا أن H مـركز ثقـل المثلـث فـإن $DH=\frac{2}{3}DF$ و $DF=AE$ إذن

$$DH=\frac{2}{3}\times 3\sqrt{6}=2\sqrt{6}$$

4) أ – $\mathscr{C}$ هـي الـدائرة التـي مركزهـا H و شعـاعهـا $DH=2\sqrt{6}$.
لدينـا $FH=\frac{1}{3}DF=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{6}=\sqrt{6}$ و بـالتـالي فـإن $HH'=2\sqrt{6}$ إذن فهـو شعـاع لـ $\mathscr{C}$ و منـه $H'\in\mathscr{C}$.
ب – فـي المثلـث ADH' لدينـا H منتصـف $[DH']$ و HA شعـاع لـ $\mathscr{C}$ إذن $HD=HH'=HA$ و بـالتـالي ADH' قـائم فـي A.

5) المثلـث ABD متقـايس الأضـلاع إذن $\widehat{BAD}=\widehat{ADB}=60°$ و $\widehat{KAD}=90°$ إذن

$$\widehat{KAB}=\widehat{KAD}-\widehat{DAB}=90°-60°=30°$$

$$\begin{aligned} E &= 4\left(\sqrt{5}-1\right)^2+4\left(\sqrt{5}-1\right)-15 \\ &= 4\left(\sqrt{5}^2-2\times 1\times\sqrt{5}+1^2\right)+4\sqrt{5}-4-15 \\ &= 4(6-2\sqrt{5})+4\sqrt{5}-19 \\ &= 24-8\sqrt{5}+4\sqrt{5}-19 \\ &= 5-4\sqrt{5} \end{aligned}$$

2) أ -

$$\begin{aligned} (2x+1)^2-16 &= (2x)^2+2\times 2x\times 1+1^2-16 \\ &= 4x^2+4x-15 \\ &= E \end{aligned}$$

ب - لدينا

$$\begin{aligned} E &= (2x+1)^2-16 \\ &= (2x+1)^2-4^2 \\ &= (2x+1+4)(2x+1-4) \\ &= (2x+5)(2x-3) \end{aligned}$$

ج -

$E=0$

يعني $(2x+5)(2x-3)=0$

يعني $2x+5=0$ أو $2x-3=0$

يعني $2x=-5$ أو $2x=3$

يعني $x=-\frac{5}{2}$ أو $x=\frac{3}{2}$

$$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right\}$$

3) أ - إذا كان قطر المربع $ABCD$ هو 8 إذن فإن طول ضلعه $4\sqrt{2}=\frac{8}{\sqrt{2}}$ و بالتالي فإن مساحة المربع $ABCD$ هي $\left(4\sqrt{2}\right)^2=32cm^2$

ب -

مساحة $AEFG$ نصف مساحة $ABCD$

يعني $(2x+1)^2=\frac{32}{2}$

يعني $(2x+1)^2=16$

يعني $(2x+1)-16=0$

ج -

$(2x+1)^2-16=0$ يعني $x=-\frac{5}{2}$ أو $x=\frac{3}{2}$

إذن في المثلث DAB

$$\widehat{AKB} = 180^\circ - (\widehat{KAD} + \widehat{ADB}) = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ = \widehat{KAB}$$

و منه فإن المثلث KAB متقايس الضلعين قمته الرئيسة B إذن $BA = BK = 6\sqrt{2}$ وبالتالي

$$EK = EB + BK = 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$