

الاختبار الأول في الرياضيات

التمرين الأول (5 ن)

أ/ أجب بصواب أو خطأ

(1) إذا كان باقي القسمة الإقليدية لعدد صحيح طبيعي n على 2 و 3 هو نفس العدد 1
فإن باقي القسمة الإقليدية للعدد n على 6 هو 1

(2) العدد $\underline{3,6}$ هو عدد كسري غير عشري

(3) العدد $6 + 4\sqrt{2}$ هو مقلوب العدد $\frac{3}{2} - \sqrt{2}$

/II

C. A

يعتبر الرسم المصاحب ثالث نقاط A و B و C من المستوى المدرج بمعين (O, I, J)
ابن النقط O و I و J ، إذا علمت أن احداثيات النقاط A و B و C في المعين (O, I, J)
هي $A(\sqrt{2}; 0)$ و $B(-2; \sqrt{2})$ و $C(-2; \sqrt{2})$
(ينجز الرسم على الوثيقة المصاحبة)

B.

التمرين الثاني (4,5 ن)

نعتبر العبارتين:

$$A = x - |\sqrt{2} - 2| - [3 - (x - \sqrt{2})]$$
 و
$$B = (3x - 2)(2x - 5) - 2x^2 + 5x$$
 حيث x عدد حقيقي

(1) بين أن $A = 2x - 5$ و $B = 2(x - 1)(2x - 5)$

(2) احسب القيمة العددية للعبارة B في حالة $x = \sqrt{5}$

(3) جد العدد الحقيقي x في الحالتين: $|A| = 0$ / بـ A و B متقابلان

التمرين الثالث (6,5 ن) (وحدة قيس الطول هي المصم)

ليكن O (O ; I ; J) معيناً متعامداً في المستوى حيث $OI=OJ=1$

(1) أ/ عن النقاط $(0, 0)$ و $B(-2, -3)$ و $C(-2, 0)$ و $A(\sqrt{2}, 0)$

بـ/ احسب AC

جـ/ بين أن المستقيمين (BC) و (OI) متعمدان

(2) لتكن النقطة $D(-3, \sqrt{2})$. بـ/ بين أن الرباعي $ADBC$ مستطيل

(3) أ/ ابن النقطة E بحيث يكون الرباعي $ABCE$ متوازي الأضلاع.

بـ/ أوجد احداثيات E

(4) ما هي مجموعة النقط $(x; y)$ حيث $M(x; y) = \sqrt{2}$ حيث $x = 3 \leq |y|$ ؟

التمرين الرابع (4 ن) نعتبر E مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية n بحيث:

* كل أرقام العدد n مخالفة للصفر

** كل أرقام العدد n يقبل القسمة على جميع أرقامه *** كل أرقام العدد n يقبل القسمة على مجموع أرقامه

مثال: $24 \in E$ و $42 \notin E$

أ/ هل أن العدد 624 ينتمي إلى المجموعة E ؟ علل إجابتك

بـ/ إذا كان n ينتمي إلى المجموعة E و يقبل القسمة على 15 . بين أن n أصغر من 1000

(2) اعط بالاعتماد على شجرة الاختيار جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية

المكونة من ثلاثة أرقام فردية مختلفة وتقبل القسمة على 5

بـ/ استنتج مجموعة الأعداد التي تنتهي إلى E و تتكون من ثلاثة أرقام و تقبل القسمة على 15.

التمرين الأول (5 ن)

I/ أجب بصواب أو خطأ

(1) إذا كان باقي القسمة الإقلية لعدد صحيح طبيعي n على 2 و 3 هو نفس العدد 1

فإن باقي القسمة الإقلية للعدد n على 6 هو 1

الإجابة : صواب

*/ لنا باقي القسمة الإقلية لعدد n على 2 هو العدد 1 و منه يوجد عدد صحيح طبيعي q حيث $1 = n - 2q$ يعني $n = 2q + 1$ و بالتالي $n - 1 = 2q$ مضاعف للعدد 2

*/ لنا باقي القسمة الإقلية لعدد n على 3 هو العدد 1 و منه يوجد عدد صحيح طبيعي p حيث $1 = n - 3p$ يعني $n = 3p + 1$ و بالتالي $n - 1 = 3p$ مضاعف للعدد 3

و بالتالي $n - 1$ مضاعف للعدد 6 و منه يوجد عدد صحيح طبيعي k حيث $1 = 6k$ يعني $1 = n - 6k$ و بالتالي باقي القسمة الإقلية لعدد n على 6 هو العدد 1

(2) العدد 3,6 هو عدد كسري غير عشري

الإجابة : صواب

الكتابة 3,6 هي كتابة عشرية دورية غير منتهية دورها 6 (مختلف لـ 0 و 9)

و بالتالي العدد 3,6 هو عدد كسري غير عشري $(3,6 = \frac{11}{3})$

(3) العدد $4\sqrt{2} + 6$ هو مقلوب العدد $\frac{3}{\sqrt{2}}$

الإجابة : خطأ

لنا $6 + 4\sqrt{2}$ عدد موجب و $\frac{3}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}$ عدد سالب (عدوان مقلوبان هما عدوان لهما نفس العلامة)

II

A
C
B

يمثل الرسم المصاحب تلات نقاط A و B و C من المستوى المدرج بمعين $(O, I; J)$

ابن النقاط O و I و J ، إذا علمت أن احداثيات النقاط A و B و C في المعين $(O, I; J)$

هي $C(-2; \sqrt{2})$ و $B(-2; 0)$ و $A(0; \sqrt{2})$

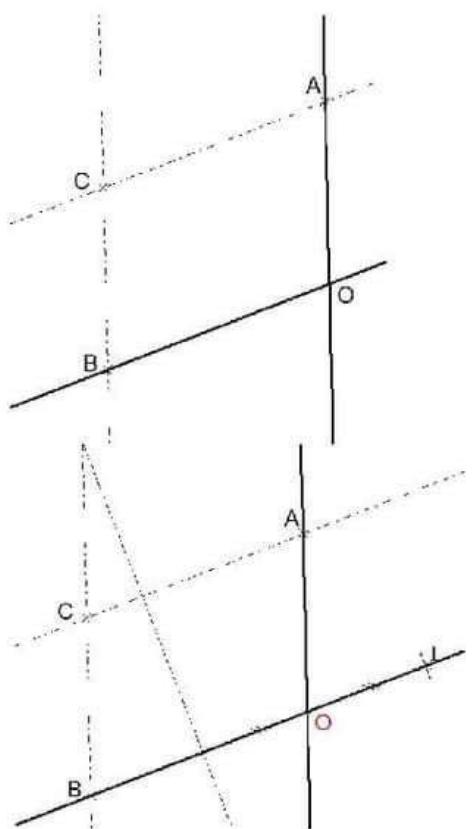
(* A $\in (OJ)$) $x_A = -2$ و C لها نفس الفاصلة فان محور الترتيبات (OJ) هو المستقيم المار A و الموازي لـ (BC)

(* B $\in (OI)$) $y_B = \sqrt{2}$ و C لها نفس الترتيبة (OI) و منه (AC)//(OI) فان محور الفاصلات (OI) هو المستقيم المار B و الموازي لـ (AC)

بناء النقاط J و I و J

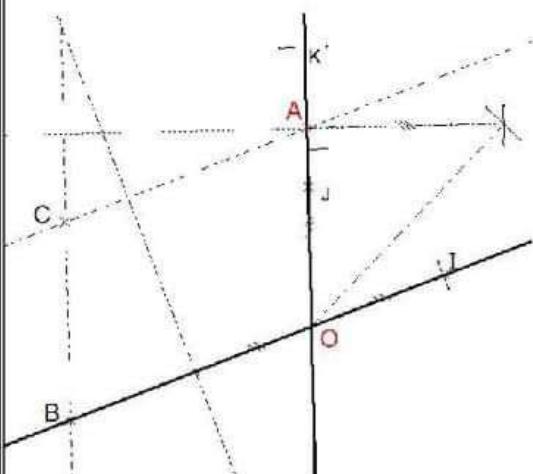
O بناء

O هي نقطة تقاطع (OI) و (OJ)



I بناء

I هي مناظرة منتصف [OB] بالنسبة إلى O



J بناء

لنا $OA = \sqrt{2} OJ$ حيث $J \in [OA]$

$$OJ = \frac{1}{\sqrt{2}} OA = \frac{\sqrt{2}}{2} OA$$

و منه J هي النقطة التي تتنتمي إلى (OA)

و فاصلتها $\frac{\sqrt{2}}{2}$ في المعين (O, A)

(K) فاصلتها $\sqrt{2}$ في المعين (O, A) و J هي منتصف $[OK]$

التعرين الثاني (4,5 ن)

نعتبر العبارتين: $A = x - |\sqrt{2} - 2| - [3 - (x - \sqrt{2})]$

و $B = (3x - 2)(2x - 5) - 2x^2 + 5x$ حيث x عدد حقيقي

$$(1) \text{ بين أن } B = 2(x - 1)(2x - 5), A = 2x - 5$$

لنا $2 < \sqrt{2}$ و منه $0 < \sqrt{2} - 2$ و بالتالي $|\sqrt{2} - 2| = 2 - \sqrt{2}$

$$A = x - |\sqrt{2} - 2| - [3 - (x - \sqrt{2})] = x - (2 - \sqrt{2}) - (3 - x + \sqrt{2}) \quad /*$$

$$= x - 2 + \sqrt{2} - 3 + x - \sqrt{2} = 2x - 5$$

$$\boxed{A = 2x - 5}$$

$$B = (3x - 2)(2x - 5) - 2x^2 + 5x = (3x - 2)(2x - 5) - x(2x - 5) \quad /*$$

$$= (2x - 5)[(3x - 2) - x] = (2x - 5)(2x - 2)$$

$$\boxed{B = 2(x - 1)(2x - 5)}$$

(2) احسب القيمة العددية للعبارة B في حالة $x = \sqrt{5}$

$$B = 2(x - 1)(2x - 5) = 2(\sqrt{5} - 1)(2\sqrt{5} - 5)$$

$$= 2(10 - 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5) = 2(15 - 7\sqrt{5}) = 30 - 14\sqrt{5}$$

$$B = 30 - 14\sqrt{5}$$

(3) جد العدد الحقيقي x في الحالتين :

$$|A| = 0 \quad / \quad x = \frac{5}{2} \quad \text{يعني } A = 0 \quad \text{يعني } 2x - 5 = 0$$

/ و B متقابلان

$2x - 5 + (2x - 5)(2x - 2) = 0$ يعني $A + B = 0$ يعني A و B متقابلان يعني

$(2x - 5)(2x - 1) = 0$ يعني $(2x - 5)[1 + (2x - 2)] = 0$ يعني $1 + (2x - 2) = 0$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{أو} \quad x = \frac{5}{2} \quad \text{يعني } (2x - 1) = 0 \quad \text{يعني } (2x - 5) = 0$$

التمرين الثالث (6,5 ن) (وحدة قيس الطول هي الصم)

ليكن (J) معيناً متعامداً في المستوى حيث $OI = OJ = 1$

(1) / عن النقاط $A(\sqrt{2}, 0)$ و $B(-2, -3)$ و

ب/ احسب AC

و C نقطتان من A ($y_A = y_C = 0$) (OI)

$$AC = |x_c - x_A| \times OI = |-2 - \sqrt{2}| = 2 + \sqrt{2}$$

$$AC = 2 + \sqrt{2} \text{ cm}$$

ج/ بين أن المستقيمين (BC) و (OI) متعامدان

$(BC) \parallel (OI)$ لـ C لها نفس الفاصلة $x_C = x_B = -2$ (ومنه)

ونعلم ان $(OI) \perp (BC)$ فـ $(OI) \perp (BC)$

(2) / اين النقطة $D(\sqrt{2}, -3)$

ب/ بين أن الرباعي $ADBC$ مستطيل

و A لها نفس الفاصلة $x_A = x_D = \sqrt{2}$ (ومنه)

ونعلم ان $(OI) \perp (AD)$

فـ $(OI) \perp (AD)$ و C نقطتان من A (OI)

و D لها نفس الترتيبة $y_B = y_D = -3$ (ومنه)

فـ $(OI) \perp (BC)$ و B و C نقطتان من D (OI)

ولنا $\widehat{CAD} = 90^\circ$ ($(OI) \perp (BC)$) و C و A نقطتان من D (OI)

وبالتالي الرباعي $ADBC$ مستطيل كل رباعي له ثلاثة زوايا قائمة هو مستطيل

(3) / اين النقطة E بحيث يكون الرباعي $ABCE$ متوازي الأضلاع

ب/ أوجد احداثيات E

طريقة 1

لنا $ABCE$ متوازي الأضلاع و منه $BC = AE$ و $(BC) \parallel (AE)$

لنا $ADBC$ مستطيل و منه $BC = AD$ و $(BC) \parallel (AD)$

و بالتالي $(AE) \parallel (AD)$ متوازيان و يشتراكان في A فـ A منطبقان و منه النقاط A و D و E على استقامة واحدة

و $AD = AE$ اذن $AD = BC = AE$

و منه A منتصف $[DE]$ يعني $y_A = \frac{y_D + y_E}{2}$ و $x_A = \frac{x_D + x_E}{2}$

يعني $y_E = 2 \times 0 - (-3) = 6$ يعني $y_E = 2y_A - y_D$ و $x_E = 2x_A - x_D$ ومنه $E(\sqrt{2}; 3)$ طريقة 2

لنا $ABCE$ متوازي الأضلاع و منه القطران $[AC]$ و $[BE]$ لهما نفس المنتصف $y_E = y_A + y_C - y_B$ و $x_E = x_A + x_C - x_B$ يعني $\frac{y_B + y_E}{2} = \frac{y_A + y_C}{2}$ و $\frac{x_B + x_E}{2} = \frac{x_A + x_C}{2}$ يعني $(2) - (-2) = 0 + y_0 - (-3)$ و $x_E = \sqrt{2} + (-2) - (-2) = \sqrt{2}$ ومنه $E(\sqrt{2}; 3)$

(4) ما هي مجموعة النقاط $M(x; y)$ حيث $|y| \leq 3$ و $x = \sqrt{2}$ حيث $|y| \leq 3$ و $x = \sqrt{2}$ $\{M(x; y) / x = \sqrt{2} \text{ و } |y| \leq 3\} = [DE]$

التمرين الرابع(4) نعتبر E مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية n بحيث:
 */ كل أرقام العدد n مخالفة للصفر
 ** كل أرقام العدد n مختلفة مثنى مثنى
 *** العدد n يقبل القسمة على جميع أرقامه **** العدد n يقبل القسمة على مجموع أرقامه
مثال: $24 \in E$ و $42 \notin E$

هل العدد 624 ينتمي إلى المجموعة E ؟ علل اجابتك

نعم العدد $624 \in E$ لأن

- */ كل أرقام العدد 624 مخالفة للصفر
- ** كل أرقام العدد 624 مختلفة مثنى مثنى
- العدد 624 يقبل القسمة على 4 (4 مضاعف لـ 4) - 624 يقبل القسمة على 2 (رقم أحاده زوجي)
- 624 يقبل القسمة على 6 لأنه يقبل القسمة على 2 و 3 (مجموع أرقامه 12 مضاعف لـ 3)
- **** العدد 624 يقبل القسمة على مجموع أرقامه (12) لأنه يقبل القسمة على 3 و 4

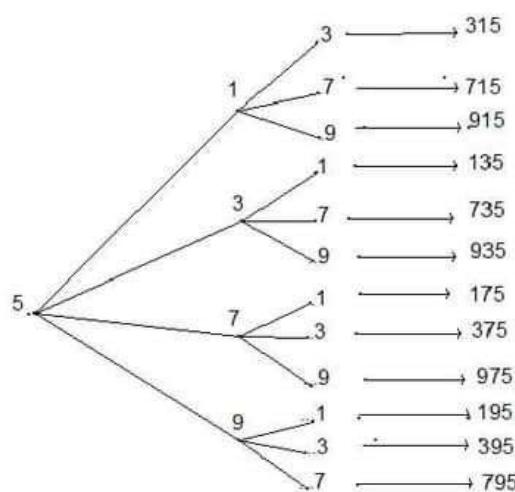
ب/ إذا كان n ينتمي إلى المجموعة E و يقبل القسمة على 15 . بين أن n أصغر من 1000

إذا كان n ينتمي إلى المجموعة E و يقبل القسمة على 15 فهو يقبل القسمة على 5 و جميع أرقامه مخالفة للصفر فإن رقم أحاده 5 و بالتالي جميع أرقامه فردية (رقم أحاده فردي و بالتالي لا يقبل القسمة على أي عدد زوجي)
 نلاحظ أن $25 = 25 + 7 + 9 + 1 + 3 + 5$ و العدد 25 لا يقبل القسمة على 3 و 9
 و بالتالي عدد أرقام العدد n هو 4 أو أقل كما أن مجموع أربعة أرقام فردية هو عدد زوجي
 و بالتالي عدد أرقام العدد n هو 3 أو أقل و منه $n < 1000$

أ/ باعتماد شجرة الاختيار

اعط جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية

المكونة من ثلاثة أرقام فردية مختلفة وتقبل القسمة على 5



ب/ استنتج مجموعة الأعداد التي تتنتمي إلى E و تتكون من ثلاثة أرقام و تقبل القسمة على 15
 الأعداد هي : 315 ; 135 ; 735