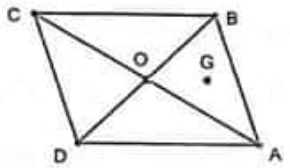
الجمهورية التونسية وزارة التربية المندوبية الجهوية للتربية بقابس المدرسة الإعدادية النموذجية بقابس	امتحان تجريبي لشهادة ختم التعليم الأساسي		
	دورة 2021		
	الاختبار: رياضيات	ضارب الاختبار: 2	الحصة: ساعتان

التمرين الأول: (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة

انقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال و الإجابة الصّحيحة الموافقة له

1) $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه O و G مركز ثقل المثلث AOB. إحداثيات G في المعين $(D;A;C)$ هي :



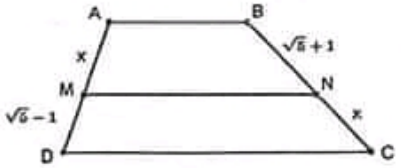
أ- $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$ ب- $\left(\frac{1}{2},\frac{5}{6}\right)$ ج- $\left(\frac{5}{6},\frac{1}{2}\right)$

2) عدد الاعداد التي تقبل القسمة على 6 وتتكون من 3 ارقام مختلفة من قواسم 6 هو :

أ- 5 ب- 4 ج- 3

3) في الرسم المقابل ABCD شبه منحرف . M نقطة من [AD] و N نقطة من [BC] حيث : $(MN)//(AB)$

إذن x يساوي :



أ- $\sqrt{5}+2$ ب- $\sqrt{5}-2$ ج- 2

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر العددين: $a=\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$ و $b=\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$

1) أ) احسب : $a\times b$ و $a+b$

ب) إستنتج أنّ: $a^2+b^2=47$

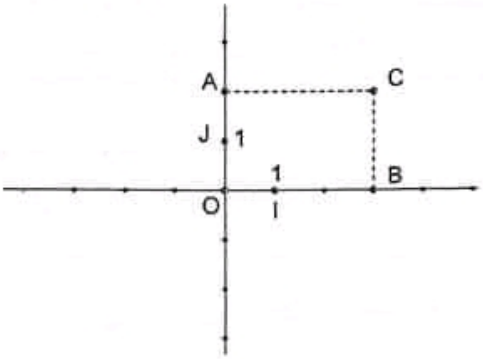
2) أ) احسب : $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2$

ب) إستنتج أنّ: $\sqrt{a}+\sqrt{b}\in\mathbb{N}$

TuniTests

التمرين الثالث: (4 نقاط)

في الشكل المصاحب $(O;I;J)$ معيّن متعامد حيث $OI=OJ=1$



❶ بقراءة للشكل

أ) حدد احداثيات النقاط: A و B و C

ب) أوجد البعدين: IB و IA

❷ المستقيم (AI) يقطع (BC) في النقطة D

بيّن أنّ: $ID=2\sqrt{5}$

❸ عيّن النقطة E بحيث $E(0;-2)$

أ) ماذا تمثل النقطة I بالنسبة للمثلث ABE ؟

ب) المستقيم (AI) يقطع $[BE]$ في النقطة M حدّد إحداثيات M

❹ أ) بيّن أنّ: $AM=\frac{3}{2}\sqrt{5}$

ب) إستنتج أنّ النقطة M منتصف $[AD]$

ج) ماهي إحداثيات النقطة D

التمرين الرابع: (4.5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين: $a=\sqrt{\frac{7}{4}-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{5-\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{4}}$ و $b=\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$

❶ أ) أنشر و إختصر $\left(\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)^2$

ب) إستنتج أنّ: $a=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

❷ بيّن أنّ: $b=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

❸ أ) بيّن أنّ: a و b مقلوبان

ب) استنتج أنّ: $0<b<1$

❹ ليكن x عددا حقيقيا حيث: $0<x<1$

أ) بيّن أنّ: $x+1<\frac{1}{1-x}$

ب) إستنتج أنّ: $\sqrt{6}+2-\sqrt{2}<\frac{4}{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}$

TuniTests

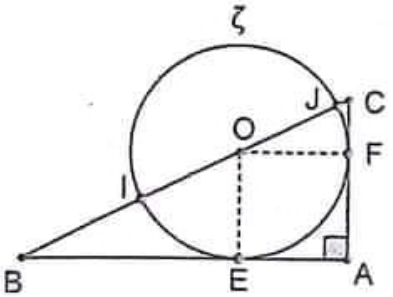
وزارة التربية و التكوين • المندوبية الإقليمية بقابس الجنوبية

التمرين الخامس : (4.5 نقاط)

تأمل الرسم المصاحب حيث ABC مثلّث قائم الزاوية في A و $AB=6$ و $AC=3$ و ζ دائرة مركزها النقطة O من $[BC]$

و مماسة للضلعين $[AB]$ و $[AC]$ في E و F على التوالي

الدائرة ζ تقطع $[BC]$ في نقطتين I و J



❶ أ) بيّن أنّ: $\frac{BE}{BA}=\frac{OE}{AC}$

ب) علما أنّ الرّباعي $OEAF$ مربّع

* أكتب BE بدلالة OE ثمّ إستنتج أنّ: $OE=2$

ج) استنتج أنّ : $BO=\frac{2}{3}BC$

❷ أ) بيّن أنّ : $\frac{CO}{CB}=\frac{1}{3}$

ب) استنتج أنّ: $BC=3\sqrt{5}$ و أنّ: $BJ=2\sqrt{5}+2$

❸ المستقيم المار من A و العمودي على (EI) يقطع (BC) في M

أ) بيّن أنّ: $(EJ)//(AM)$

ب) بيّن أنّ: $\frac{BJ}{BM}=\frac{2}{3}$

ج) استنتج أنّ: $BM=3\sqrt{5}+3$

❹ لتكن N مناظرة M بالنسبة الى A و P نقطة تقاطع (ME) مع (BN)

أحسب البعد AP

وزارة التربية و التكوين
المديرية الإقليمية
بقابس
الجنوبية

الإعداد بخ النموذجية بقابس

إصلاح الامتحان التجريبي لشهادة ختم التعليم الاساسي
دورة 2021

التمرين الأول : (3 نقاط)

① احتمالات

G في المعبن 1

(D,A,C) هي $(\frac{5}{6}, \frac{1}{2})$

② آحاد عشرات مئات العدد

312 3
612 6 ← 1
132 1 ← 3 ← 2 1
162 1 ← 6 ← 2
216 2 ← 1 ← 6
126 1 ← 2 ← 6

③ A و M و D على استقامة واحدة

مساقطها على (BC) بموازاة (AB) هي B و N و C على التوالي ((AB)//(MN)//(ND))

ذ $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$ ومنه $\frac{x}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{x}$

وبالتالي $x^2 = 4$ ومنه $x = 2$

$(x > 0)$

التمرين الثاني : (3,5 نقاط)

① أ $a \times b = \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = 1$ 1

$a+b = \frac{(3-\sqrt{5})^2 + (3+\sqrt{5})^2}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{14-6\sqrt{5}+14+6\sqrt{5}}{9-5} = \frac{28}{4} = 7$ 1

ب $a^2+b^2 = a^2+2ab+b^2-2ab$

$= (a+b)^2 - 2ab = 7^2 - 2\times 1$ 0,5

$= 49 - 2 = 47$

1/3

ج) $\sqrt{a}+\sqrt{b} > 0$ و $\sqrt{a}+\sqrt{b} \in \mathbb{R}$ 0,5

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = \sqrt{a}^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{b}^2$

$= a+b+2\sqrt{ab} = 7+2\times\sqrt{7} = 9$

ب- $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = 9$

ذ $|\sqrt{a}+\sqrt{b}| = 3$ 0,5

بما أن $\sqrt{a}+\sqrt{b} = 3 \in \mathbb{N}$ و $\sqrt{a}+\sqrt{b} \in \mathbb{R}_+$

التمرين الثالث : (4,5 نقاط)

1) أ- $A(0,2)$ $B(3,0)$ $C(3,2)$ 0,75

ب- I و B نقطتان من (O,I) ذ

$IB = |x_B - x_I| = |3-1| = 2$

0,5

IA هو وتر المثلث القائم AOI حيث

$OA = 2$ و $OI = 1$ إذن $IA = \sqrt{5}$

2) في المثلث BID : $O \in (IB)$ و $A \in (ID)$

ولدينا: $x_B = x_C = 3$ ذ $(BC) \perp (OI)$

0,5

ومنه $(BD) \parallel (OA)$ حسب مرونة طالس

إذن $\frac{IA}{ID} = \frac{IO}{IB} = \frac{OA}{BD}$ و $\frac{\sqrt{5}}{ID} = \frac{1}{2}$

ومنه $ID = 2\sqrt{5}$

3) أ- لدينا $x_E = -x_A$ و $y_E = -y_A$

ذ A و E متناظران بالتناظر د ، إذن

O منتصف [AE] ومنه [BO] هو موسط

المثلث ABE الصادر من B 0,75

ولدينا: $I \in [OB]$ حيث $\frac{OI}{OB} = \frac{1}{3}$

ذ I مركز ثقل المثلث ABE

ب- (AI) يحمل الموسط الصادر من

A في المثلث ABE فهو يقطع [BE]

في منتصفه لأن M منتصف [BE]

ومنه $x_M = \frac{x_B + x_E}{2} = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2}$

$y_M = \frac{y_B + y_E}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1$ $M\left(\frac{3}{2}, -1\right)$

أ) [AM] المتوسط الصادر من A في ABE

و I مركز ثقله فـ $AI = \frac{2}{3}AM$ ومنه

$AM = \frac{3}{2}AI = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

ب) لدينا [AM] متوسط المثلث ABE و I مركزه

$M \in [ID]$ ولدينا $IM = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ فـ

$MD = ID - IM$

$= 2\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{5}$

ومنه $MD = AM$ والنقاط M و A و D على استقامة واحدة و M منتصف [AD]

ج) بما أن M منتصف [AD] فإن:

$x_D = 2x_M - x_A = 2 \times \frac{3}{2} - 0 = 3$

$y_D = 2y_M - y_A = 2 \times (-1) - 2 = -4$

$D(3, -4)$

التمرين الرابع: (4 نقاط)

1) أ) $\left(\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{6}-1)^2}{2^2} = \frac{7-2\sqrt{6}}{4}$

ب) $a = \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2}} + \frac{5-(\sqrt{2}-1)^2}{4}$

$= \sqrt{\frac{7-2\sqrt{6}}{4}} + \frac{5-(3-2\sqrt{2})}{4}$

$= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right)^2} + \frac{5-3+2\sqrt{2}}{4}$

$= \left|\frac{\sqrt{6}-1}{2}\right| + \frac{2+2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}-1}{2} - \frac{2(1+\sqrt{2})}{4}$

$= \frac{\sqrt{6}-1}{2} + \frac{1+\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

2) $b = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{6} - \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$= \sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3-1} = \frac{2\sqrt{6}-(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}$

$= \frac{2\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

3) أ) $a \times b = \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2} \times \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2} = \frac{6-2}{4}$

$= \frac{4}{4} = 1$

فـ a و b مقلوبان

ب) لدينا $b = \frac{1}{a}$

بما أن $a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{R}_+^*$ و $b > 0$

لدينا $\sqrt{6} > 1$ ، $\sqrt{2} > 1$ و $\sqrt{6}+\sqrt{2} > 2$

ومنه $a = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} > 1$ إذن $\frac{1}{a} < 1$

وبالتالي: $0 < b < 1$

ج) أ) لدينا $x+1 - \frac{1}{1-x}$

$= \frac{(1+x)(1-x)-1}{1-x} = \frac{1-x^2-1}{1-x} = \frac{-x^2}{1-x}$

$1-x \in \mathbb{R}_+$ $(1 > x)$

$-x^2 \in \mathbb{R}_-$

ومنه $x+1 - \frac{1}{1-x} \in \mathbb{R}_-^*$

إذن $x+1 < \frac{1}{1-x}$

ب) لدينا إذا كان $0 < x < 1$ فإن $0 < b < 1$ وبما أن $x+1 < \frac{1}{1-x}$

فإن $b+1 < \frac{1}{1-b}$

وبما أن: $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} + 1 < \frac{1}{1-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}}$

ومنه $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2} < \frac{1}{\frac{2-(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}}$

أي: $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2} < \frac{1}{\frac{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}}$

وبالتالي $\left.\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2} < \frac{2}{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}\right) \times 2 > 0$

$\sqrt{6}-\sqrt{2}+2 < \frac{4}{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}$

التمرين الخامس: (5 نقاط)

1) أ) E دائرة مركزها O وقطرها [AB]

لدينا ABC مثلث قائم في A فـ $(OE) \perp (AB)$

بما أن $(AB) \perp (AC)$ ومنه $(AC) // (OE)$

في المثلث ABC لدينا $E \in (AB)$ ، $O \in (BC)$

حيث $(OE) // (AC)$ إذن

$\frac{BE}{BA} = \frac{BO}{BC} = \frac{OE}{AC}$

وبالتالي:

$\frac{BE}{BA} = \frac{OE}{AC}$

ب- لنا $E \in [AB]$; $BE = AB - AE$

بما أن $OEAF$ مربع ; $AE = OE$

ومنه: $BE = AB - AE = 6 - OE$ 0,25

ط ع: $\frac{BE}{BA} = \frac{OE}{AC}$; $BE = \frac{AB}{AC} \times OE$

بالتالي $BE = 2OE$

حساب OE:

ط ع: $\frac{BE}{BA} = \frac{OE}{AC}$; $\frac{6-OE}{6} = \frac{OE}{3}$

ومنه $3(6-OE) = 6OE$; بالتالي $18 - 3OE = 6OE$

ومنه $6OE + 3OE = 18$; بالتالي $9OE = 18$ 0,5

وبالتالي $OE = 2$.

ط ع: لنا $AB = 6$; $BE + AE = 6$

بالتالي $2OE + OE = 6$; ومنه $3OE = 6$

وبالتالي $OE = \frac{6}{3} = 2$.

ج- لنا $\frac{BO}{BC} = \frac{OE}{AC}$; $\frac{BO}{BC} = \frac{2}{3}$ 0,25

ومنه: $BO = \frac{2}{3} BC$

ع أ- في المثلث ABC

لنا $F \in (CA)$ و $O \in (CB)$ حيث $(AB) // (OF)$ 0,5

ب- لنا $\frac{CO}{CB} = \frac{CF}{CA} = \frac{OF}{AB}$; ومنه $\frac{CO}{CB} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

لنا OCF مثلث قائم في F حيث

$OF = 2$ و $CF = 1$ فوتره $OC = \sqrt{5}$ 0,5

ومنه: $BC = 3OC = 3\sqrt{5}$

لنا J و E نقطتان من الدائرة $\mathcal{C}$ التي

مركزها O و $OJ = OE = 2$; ولنا 0,5

$BO = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$; $BO = \frac{2}{3} BC$

$BJ = BO + OJ = 2\sqrt{5} + 2$; $O \in [BJ]$

ج) أ- $[IJ]$ قطر للدائرة $\mathcal{C}$ و E

نقطة منها مختلفة عن I و J فالمثلث

IJE قائم في E ومنه: $(EJ) \perp (IE)$ 0,5

ولنا $(AM) \perp (IE)$; بالتالي $(EJ) // (AM)$.

ب- في المثلث ABM لنا $E \in (AB)$ و $J \in (BM)$

حيث: $(EJ) // (AM)$; بالتالي $\frac{BJ}{BM} = \frac{BE}{BA} = \frac{EJ}{AM}$ 0,5

ومنه: $\frac{BJ}{BM} = \frac{BE}{BA} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ج- $\frac{BJ}{BM} = \frac{2}{3}$

$BM = \frac{3}{2} BJ = \frac{3}{2}(2\sqrt{5}+2)$; 0,5

$= \frac{3}{2} \times 2(\sqrt{5}+1) = 3(\sqrt{5}+1) = 3\sqrt{5}+3$

4) لنا A منتصف $[MN]$ (M و N متماثلان

بالنسبة لـ A) ; $[BA]$ موسط المثلث

BMN الصادر من B ولنا: $E \in [AB]$

حيث $\frac{BE}{BA} = \frac{2}{3}$; و E مركز ثقل

المثلث BMN بما أن (ME) يحمل الموسط

الصادر من M في المثلث BMN

فهو يقطع $[BN]$ في منتصفه.

لنا $(ME) \cap (BN) = \{P\}$; P منتصف $[BN]$

في المثلث BMN لنا A و P منتصفا

$[MN]$ و $[NB]$ بالتالي:

$AP = \frac{BM}{2} = \frac{3\sqrt{5}+3}{2}$.

TuniTests