| الجمهورية التونسية<br>وزارة التربية<br>☆☆☆<br>المندوبية الجهوية للتربية<br>بباجة | الإعداد لمناظرة ختم التّعليم الأساسي<br>اختبار تجريبي 9 فيفري 2024 | الاختبار: الرياضيات<br>المدّة: ساعتان<br>الضارب : 2 |
|---|---|---|

**التمرين الأول: (3 نقاط)**

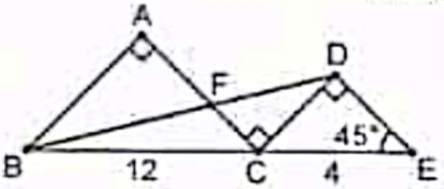
**يلي كل سؤال من أسئلة هذا التّمرين ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.**

**اكتب على ورقة تحريرك في كل مرّة، رقم السّؤال والإجابة الصّحيحة الموافقة له.**

1) إذا كان $a$ و $b$ عددان حقيقيان موجبان قطعًا حيث $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{a+b}$ فإن القيمة العددية للعبارة $\frac{\sqrt{a^2+3b^2}}{5a-3b}+\frac{a}{b}$ تساوي:

أ- 2. ب- 4. ج- 6.

2) في الشكل المقابل :

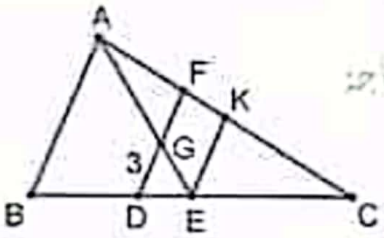



- $ABC$ مثلث قائم في A و $BC=12$.
- $CDE$ مثلث قائم في D و $CE=4$.
- $D\hat{E}C=45°$ و $(CD)\perp(AC)$.

البعد AF يساوي:

أ- $4\sqrt{2}$. ب- $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. ج- $\frac{15\sqrt{2}}{4}$.

3) في الشكل المقابل :




- G مركز ثقل المثلث ABC.
- $(AB)//(DF)//(KE)$.
- $DG=3$ .

البعد KE يساوي:

أ- $\frac{7}{2}$. ب- $\frac{9}{2}$. ج- $\frac{9}{4}$.

**التمرين الثاني: (4 نقاط)**

نعتبر العددين الحقيقين $a=\sqrt{121}+\sqrt{18}\left(1-\sqrt{2}\right)$ و $b=\frac{23}{5+\sqrt{2}}-\left(2\sqrt{2}-1\right)^2$ ،

1) أ- بيّن أن $a=3\sqrt{2}+5$ و $b=3\sqrt{2}-4$ ،

ب- بيّن أن $a>b>0$.

2) بيّن أن $\sqrt{a-\frac{b}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}}}$ عدد صحيح طبيعي.

3) نعتبر العدد الحقيقي $c=\frac{5-3\sqrt{2}}{7}$ .

أ- بيّن أن $c$ هو مقلوب $a$ ثم استنتج أن $0<bc<1$.

ب- استنتج أن $0<c<\frac{1}{9}$.

**التمرين الثالث: (5 نقاط)**

نعتبر العبارة: $P=x^2-42x+305$.

1) أحسب القيمة العددية للعبارة $P$ إذا كان $x=-1$.

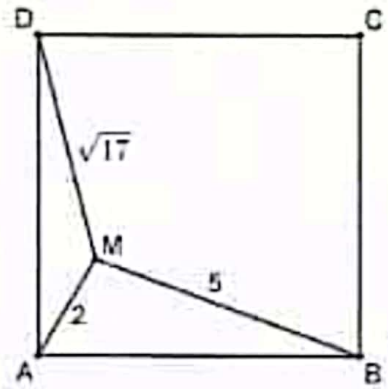
2) أ- بيّن أن $P=(x-21)^2-136$.

ب- استنتج أن $P=\left(x-21-2\sqrt{34}\right)\left(x-21+2\sqrt{34}\right)$.

ج- جد العدد الحقيقي $x$ بحيث $P=0$.

الدورة الإعدادية النموذجية باجة

3 ) في الرسم المقابل:




- ABCD مربع طول ضلعه $a$ .
- $a \in \mathbb{R}_+^*$ .

الدورة الاعتيادية النموذجية باجة

- MA=2 و MB=5 و $MD=\sqrt{17}$ .

أ- لتكن H المسقط العمودي لـ M على (AB) و K المسقط العمودي لـ M على (AD)،

و $MH=x$ و $MK=y$ حيث $x, y \in \mathbb{R}_+^*$ ،

بين أن $x^2+y^2=4$ و $(a-x)^2+y^2=17$ ثم استنتج أن $x=\dfrac{a^2-13}{2a}$ .

ب- بين أن $(a-y)^2+x^2=25$ ثم استنتج أن $y=\dfrac{a^2-21}{2a}$ .

ج- بين أن $a$ يحقق المعادلة $a^4-42a^2+305=0$ ثم احسب قيس مساحة المربع ABCD .

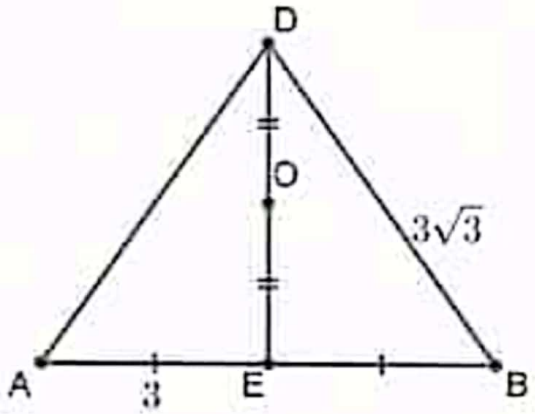
**التمرين الرابع: (4 نقاط)** **( وحدة قيس الطول هي السنتمتر )**

في الرسم المقابل:

- DAB مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية D .
- AB=6 و $AD=3\sqrt{3}$ .

الدورة الاعتيادية النموذجية باجة

- E منتصف [AB] و O منتصف [DE].




1 ) لتكن C مناظرة B بالنسبة الى D،

أ - بين أن المثلث ABC قائم في A .

ب- استنتج أن $AC=6\sqrt{2}$ .

2 ) المستقيم (OB) يقطع (AD) في G و يقطع (AC) في H.

أ - بين أن HA=DE .

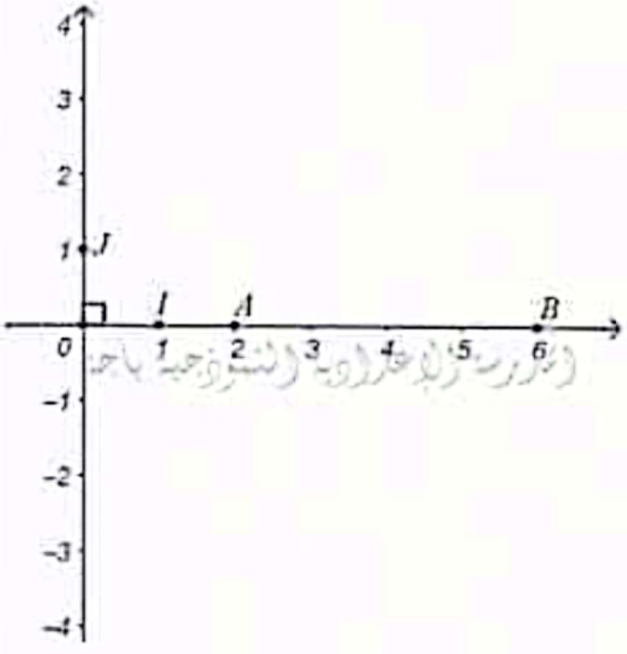
ب- استنتج أن G مركز ثقل المثلث ABC .

3 ) أحسب HB ثم استنتج أن المثلث ABG قائم في G .

4 ) لتكن F نقطة من [BC] حيث EF=3 ،

بين أن A و O و F نقاط على استقامة واحدة.

**التمرين الخامس: (4 نقاط)** **( وحدة قيس الطول هي السنتمتر )**




ليكن $(O,I,J)$ معينا متعامدا حيث $OI=OJ=1cm$ .

نعتبر النقاط $A(2,0)$ و $B(6,0)$ .

1) المستقيم المار من $B$ و الموازي لـ $(AJ)$ يقطع $(OJ)$ في $D$ ،

بين أن $\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{OJ}{OD}=\dfrac{AJ}{BD}$ ، ثم استنتج إحداثيات النقطة $D$ .

2) لتكن $E$ مناظرة $D$ بالنسبة الى $O$ ، بين أن $A$ مركز ثقل المثلث $BED$ .

3) لتكن $C$ حيث $ABCD$ متوازي أضلاع و لتكن $F$ مركزه ،

أ- بين أن إحداثيات النقطة $C$ هي $C(4,3)$.

ب- بين أن $A$ و $C$ و $E$ على استقامة واحدة.

ج- بين أن $CE=2AC$ ، ثم أحسب $CE$ .

4) نرمز بـ $S_{ABCD}$ لقيس مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$ ،

و بـ $S_{BED}$ لقيس مساحة المثلث $BED$ ، بين أن $\dfrac{S_{ABCD}}{S_{BED}}=\dfrac{2}{3}$ .

# اصلاح الفرض المراقبة التجريبية

## باجة - فيزياء 2024 -

## التمرين 1 :

1) $a>0$ و $b>0$ حيث $\boxed{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{a+b}}$ اثبت أن $A=\frac{\sqrt{9a^2+3b^2}}{5a-3b}+\frac{a}{b}$

لدينا : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{a+b}$

أي أن : $\frac{b+a}{ab}\times\frac{4}{a+b}$

أي أن : $(a+b)^2=4ab$

أي أن : $(a+b)^2-4ab=0$

أي أن : $a^2+2ab+b^2-4ab=0$

أي أن : $a^2+b^2-2ab=0$

أي أن : $(a-b)^2=0$

أي أن : $a-b=0$ أي $a=b$

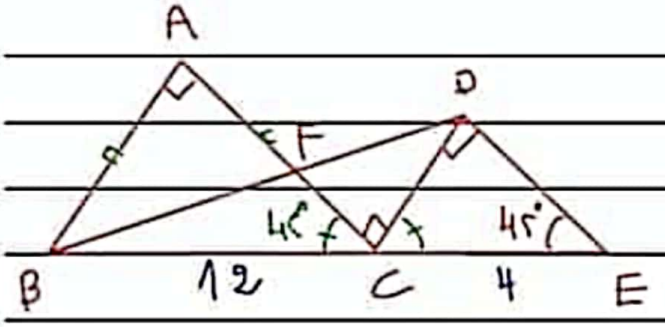
$$A=\frac{\sqrt{a^2+3b^2}}{5a-3b}+\frac{a}{b}$$

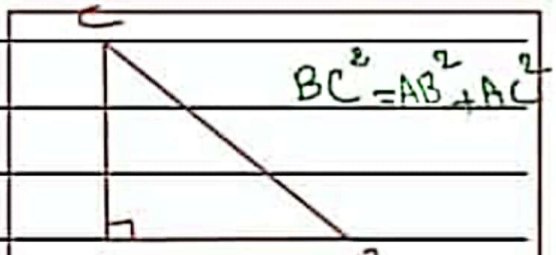
$$=\frac{\sqrt{a^2+3a^2}}{5a-3a}+\frac{a}{a}=\frac{\sqrt{4a^2}}{2a}+1$$

$$=\frac{2|a|}{2a}+1=\frac{2a}{2a}+1$$

$$=1+1=2$$

Scanne avec CamScanner




ABC مثلث قائم ومتقايس الضلعين

$BC = \sqrt{2}\, AB$

لنا: CDE مثلث قائم في D

و $D\hat{E}C = 45°$

لذلك EDC مثلث متقايس الضلعين في D.

يعني: $CD = \frac{CE}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$

$$\boxed{CD = 2\sqrt{2}}$$

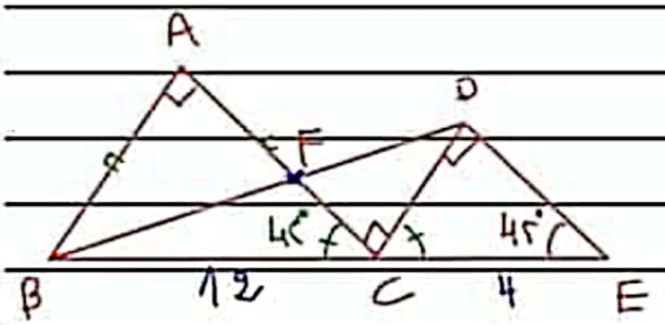
ولنا: ACB مثلث قائم في A

و $A\hat{C}E = 180 - (45 + 90) = 45°$

بالتالي: ABC مثلث قائم ومتقايس الضلعين رأسه الرئيسي A.

إذن: $AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{12}{\sqrt{2}}$

$$\boxed{AC = 6\sqrt{2}}$$




لنا: $(AB) \perp (AC)$

و $(CD) \perp (AC)$

بالتالي: $(AB) \parallel (CD)$

لدينا في المثلث AFB، $D \in (FB)$ و $C \in (AF)$

حيث: $(AB) \parallel (CD)$

حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{FA}{FC} = \frac{FB}{FD} = \frac{AB}{CD}$$

Scanne avec CamScanner

$$\frac{FA}{FC} = \frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 3$$ لدينا

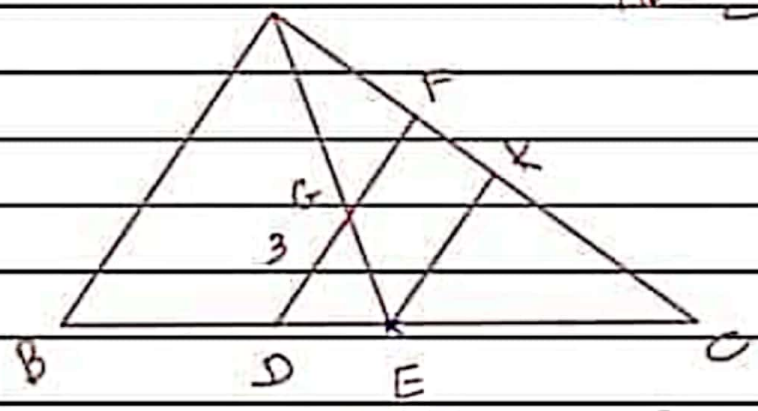
$$\frac{FA}{3} = \frac{FC}{1} = \frac{FA+FC}{4} = \frac{AC}{4}$$ لدينا

$$\boxed{FA = \frac{3}{4} AC}$$ أي

$$FA = \frac{3}{4} \times 6\sqrt{2}$$ ومنه:

$$\boxed{FA = \frac{9\sqrt{2}}{2}}$$

3) G مركز ثقل المثلث ABC




$(EK) // (AB) // (FD)$

$GD = 3$

لدينا G مركز ثقل المثلث ABC

$GE = \frac{1}{3} AE$ أي:

لدينا E منتصف $[BC]$

و $(EK) // (AB)$

بالتالي: $(EK)$ يقطع $[AC]$ في منتصفه

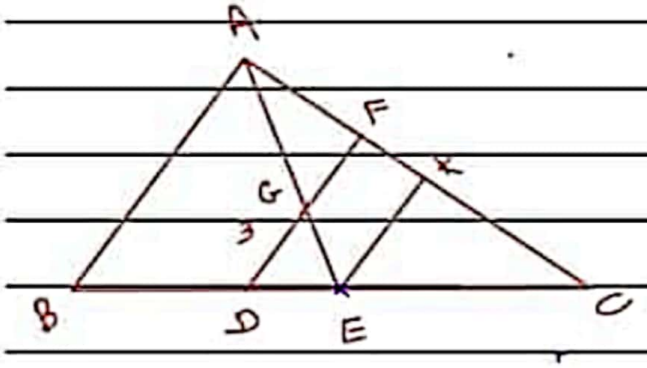
ولدينا: $(EK) \cap (AC) = \{K\}$

إذن: K منتصف $[AC]$

$$\boxed{FK = \frac{1}{2} AB}$$ ومنه:

Scanne avec CamScanner

لدينا في المثلث ABE :




$D \in (BE)$ , $G \in (AE)$

حيث :

$(DG) // (AB)$

حسب خاصية طاليس :

$$\frac{EG}{EA} = \frac{ED}{EB} = \frac{GD}{AB}$$

يعني :

$$\frac{GD}{AB} = \frac{1}{3}$$

اذن

$$AB = 3 \times GD$$
$$= 3 \times 3$$
$$= 9$$

ومنه :

$$\boxed{KE = \frac{AB}{2} = \frac{9}{2}}$$

التمرين 2 :

$$a = \sqrt{121} + \sqrt{18}\left(1 - \sqrt{2}\right)$$
$$= 11 + 3\sqrt{2}\left(1 - \sqrt{2}\right)$$
$$= 11 + 3\sqrt{2} - 6 = 5 + 3\sqrt{2}$$

$$b = \frac{23}{5+\sqrt{2}} - \left(2\sqrt{2} - 1\right)^2$$
$$= \frac{23}{5+\sqrt{2}} - \left((2\sqrt{2})^2 - 2 \times 2\sqrt{2} + 1^2\right)$$
$$= \frac{23}{5+\sqrt{2}} - \left(8 - 4\sqrt{2} + 1\right)$$
$$= \frac{23}{5+\sqrt{2}} - 9 + 4\sqrt{2} = \frac{23(5-\sqrt{2})}{5^2 - \sqrt{2}^2} - 9 + 4\sqrt{2}$$
$$= \frac{23(5-\sqrt{2})}{25-2} - 9 + 4\sqrt{2}.$$

Scanne avec CamScanner

$$= \frac{23(5-\sqrt{2})}{23} - 9 + 4\sqrt{2}$$

$$= 5 - \sqrt{2} - 9 + 4\sqrt{2}$$

$$b = -4 + 3\sqrt{2}$$

$$\boxed{b = 3\sqrt{2} - 4}$$

ج) * لدينا: $-4 < 5$

يعني $3\sqrt{2} - 4 < 5 + 3\sqrt{2}$

يعني: $b < a$

لنقارن بين $4$ و $3\sqrt{2}$

لدينا: $4 = \sqrt{16}$

$3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

لدينا: $16 < 18$

يعني: $\sqrt{16} < \sqrt{18}$

يعني $4 < 3\sqrt{2}$

يعني: $3\sqrt{2} - 4 > 0$

ومنه: $\boxed{0 < b < a}$

2. b

a − b

$3\sqrt{2} + 5 - |3\sqrt{2} - 4|$

$= 3\sqrt{2} + 5 - 3\sqrt{2} + 4$

$= 9$.

$a - b \geq 0$

$a \geq b$ يعني

Scanné avec CamScanner

(2)

$$\sqrt{a} - \frac{b}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a-b}+\sqrt{a}\right) - b}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{a}\times\sqrt{a-b} + \sqrt{a}^2 - b}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{a}\times\sqrt{a-b} + (a-b)}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{a}\times\sqrt{a-b} + \sqrt{a-b}^2}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{a-b}\times(\sqrt{a}+\sqrt{a-b})}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{a} - \frac{b}{\sqrt{9}+\sqrt{a}} = \sqrt{a} - \frac{b}{3+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{\sqrt{a}(3+\sqrt{a}) - b}{3+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{3\sqrt{a} + a - b}{3+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{3\sqrt{a} + 9}{3+\sqrt{a}}$$

$$= \frac{3(\sqrt{a}+3)}{3+\sqrt{a}} = 3 \in \mathbb{N}$$

Scanné avec CamScanner

3) بيّنة أن: $\sqrt{a} - \frac{b}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a}}$

$$\sqrt{a} - \frac{b\times(\sqrt{a-b}-\sqrt{a})}{(\sqrt{a-b}+\sqrt{a})(\sqrt{a-b}-\sqrt{a})}$$

$$= \sqrt{a} - \frac{b(\sqrt{a-b}-\sqrt{a})}{(\sqrt{a-b})^2 - \sqrt{a}^2}$$

$$= \sqrt{a} - \frac{b(\sqrt{a-b}-\sqrt{a})}{a-b-a}$$

$$= \sqrt{a} + \sqrt{a-b} - \sqrt{a} = \sqrt{a-b}$$

$$= \sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$$

$$c = \frac{5-3\sqrt{2}}{7}$$ (3

$$a\times c = \frac{(3\sqrt{2}+5)(5-3\sqrt{2})}{7}$$ لـ: 1.

$$= \frac{5^2 - (3\sqrt{2})^2}{7}$$

$$= \frac{25-18}{7} = \frac{7}{7} = 1.$$

العدد a و c مقلوبان.

Scanne avec CamScanner

لنا: $0 < b < a$ و لنا $c$ معكوب $a$ و $a > 0$ فإنه $c > 0$

يعني $c \times a > c \times b > 0$

يعني $1 > bc > 0$

ومنه: $\boxed{0 < bc < 1}$

3) ب * لنقارن بين $a$ و $9$

لنا: $a - b = 9$

يعني $a - 9 = b$

ولنا: $b > 0$

يعني

$a - 9 > 0$

يعني $a > 9 > 0$ (بما أن $a > 0$ و $9 > 0$)

يعني $\frac{1}{a} < \frac{1}{9}$

يعني $\boxed{c < \frac{1}{9}}$

## التمرين 3:

نعتبر: $P = x^2 - 42x + 305$

1) إذا كان: $x = -1$

$P = (-1)^2 - 42(-1) + 305$

$= 1 + 42 + 305$

$= 306 + 42 = 348$

2) لنا: $(x - 21)^2 - 136$

$= x^2 - 2 \times x \times 21 + 21^2 - 136$

$= x^2 - 42x + 441 - 136 = \boxed{x^2 - 42x + 305}$

21
42
441

Scanné avec CamScanner

ج) $P = (x-21)^2 - 136$

$= (x-21)^2 - \sqrt{136}^2$

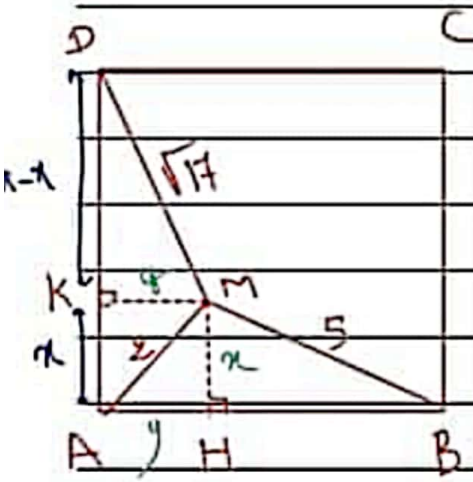
$= (x-21)^2 - (2\sqrt{34})^2$

$= (x-21+2\sqrt{34})(x-21-2\sqrt{34})$

د) $P = 0$

يعني: $x-21-2\sqrt{34}=0$ أو $x-21+2\sqrt{34}=0$

يعني $x = 21+2\sqrt{34}$ أو $x = 21-2\sqrt{34}$




3) لدينا: $MH = x$ ، $MK = y$

$A\hat{H}M = H\hat{A}K = A\hat{K}M = 90°$

يعني: $AKMH$ مستطيل

بالتالي: $AH = KM = y$

لدينا: $AHM$ مثلث قائم في $H$

حسب بيتاغور:

$AM^2 = AH^2 + HM^2$

يعني $2^2 = y^2 + x^2$

يعني $\boxed{x^2 + y^2 = 4}$

لدينا: $KMD$ مثلث قائم في $K$

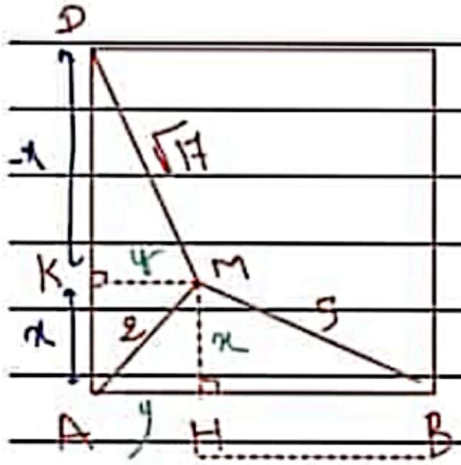
إذن حسب بيتاغور،

$MD^2 = KM^2 + DK^2$

يعني $(\sqrt{17})^2 = y^2 + (a-x)^2$

Scanne avec CamScanner

$$(a-x)^2+y^2=17$$




لدينا: $(a-x)^2+y^2=17$

أي: $a^2+x^2-2ax+y^2=17$

أي: $a^2-2ax+4=17$

أي: $a^2-2ax=13$

أي: $a\neq 0$ ، $2ax=a^2-13$

أي:
$$x=\frac{a^2-13}{2a}$$

ب) لدينا HMB مثلث قائم في H حسب بيتاغور:

$$MB^2=HM^2+HB^2$$

$$5^2=x^2+(a-y)^2$$

$$x^2+(a-y)^2=25$$

ج) لدينا: $x^2+(a-y)^2=25$

أي: $x^2+a^2+y^2-2ay=25$

أي: $4+a^2-2ay=25$

أي: $a^2-2ay=25-4=21$.

Scanne avec CamScanner

$2ay = a^2 - 21$ : يعني

$$y = \frac{a^2-21}{2a}$$

3) لدينا: $x^2 + y^2 = 4$

$\left(\frac{a^2-13}{2a}\right)^2 + \left(\frac{a^2-21}{2a}\right)^2 = 4$ يعني

$\frac{a^4-26a^2+169}{4a^2} + \frac{a^4-42a^2+441}{4a^2} = 4$ يعني:

$\frac{a^4-26a^2+169+a^4-42a^2+441}{4a^2} = 4$ يعني

$\frac{2a^4-68a^2+610}{4a^2} = 4$ : يعني

$2a^4 - 68a^2 + 610 = 16a^2$ يعني

$2a^4 - 68a^2 + 610 - 16a^2 = 0$ يعني

$2a^4 - 84a^2 + 610 = 0$ يعني

$2(a^4 - 42a^2 + 305) = 0$ يعني

$a^4 - 42a^2 + 305 = 0$ يعني

Scanne avec CamScanner

$P = x^2 - 42x + 305$

لنا: $(a^2)^2 - 42a^2 + 305 = 0$

أي $a^2$ هو حل للمعادلة $P = 0$

و نعلم أن $P = 0$ أي $x = 21 + 2\sqrt{34}$ أو $x = 21 - 2\sqrt{34}$

أي $a^2 = 21 + 2\sqrt{34}$ أو $a^2 = 21 - 2\sqrt{34}$

و لنا: $y = \frac{a^2 - 21}{2a}$

و نعلم أن $y > 0$ و $a > 0$

أي: $a^2 - 21 > 0$

أي $a^2 > 21$

و منه: $S_{ABCD} = a^2 = 21 + 2\sqrt{34}$

Scanne avec CamScanner