الإعدادية النموذجية ـ مدنين ـ الأستاذ : علـــوان	الفرض التأليفي الثاني في الرياضيات	التاريخ: مارس 2013 مدة الأنجاز: ساعتان

التـــــــاسعـــة أســـــــاسي 1

التمرين الأول (4 ن)

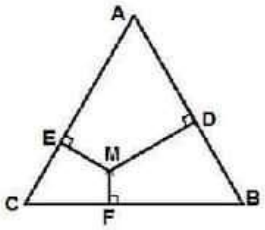
I / يلي كل سؤال ثلاث إجابات ، إحداها فقط صحيحة. اكتب رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) العدد $\sqrt{\frac{8^8+4^{15}}{8^8+4^9}}$ يساوي أ/ 64 ب/ 16 ج/ 8

2) لاحظ الرسم حيث ABC مثلث متقايس الأضلاع و M نقطة داخله و D و E و F المساقط العمودية للنقطة M على (AB) و (AC) و (BC) على التوالي إذا كان $AB = 6cm$ فان

أ/ $ME + MF + MD = 3\sqrt{2}\ cm$ ب/ $ME + MF + MD = 3\sqrt{3}\ cm$

ج/ $ME + MF + MD = 2\sqrt{3}\ cm$



II/ يمثل الجدول الإحصائي أسفله توزيع عدد من الأسر حسب عدد الأفراد في كل أسرة

عدد الأفراد	3	4	5	6	7
التكرار التراكمي النازل	120	105	75	40	15

أجب بصواب أو خطأ :

1) العدد الجملي للأسر هو 355
2) المنوال هو 3
3) عدد الأسر التي بها ستة أفراد هو 25
4) الموسط هو 5

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر العددين : $a = 7 - \frac{20}{\sqrt{5}} + \frac{8}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ و $b = \frac{(3+\sqrt{3})^2+(1-\sqrt{3})^2}{2} + \sqrt{13-4\sqrt{3}}$

1) بين أن : $a = 7 - 4\sqrt{3}$ و $b = 7 + 4\sqrt{3}$

2) أ/ بين أن a مقلوب b ب/ استنتج أن a عدد حقيقي موجب

ج/ بين أن $0 < a < 1$

3) ليكن x عددا حقيقيا حيث $0 < x < 1$

أ/ قارن $1 + x$ و $\frac{1}{1-x}$ ثم استنتج مقارنة للعددين $\frac{1}{0,999}$ و $1,001$

ب/ قارن بين العددين $\frac{1}{0,999}$ و $\frac{1}{4\sqrt{3}-6}$ و $9,001 - 4\sqrt{3}$

TuniTests

التمرين الثالث (4 ن)

نعتبر العبارة $A = x^2 - 15x + 36$ حيث x عدد حقيقي

1) احسب العبارة A في الحالتين : $x = -1$ و $x = 3$

2) أ/ بين أن $A = \left(x - \frac{15}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}$ ثم استنتج أن $A = (x-3)(x-12)$

ب / جد العدد الحقيقي x في حالة $A = 0$

3) (وحدة قيس الطول هي الصم)

ليكن ABCD مستطيلا حيث $AB = 9$ و $AD = 6$

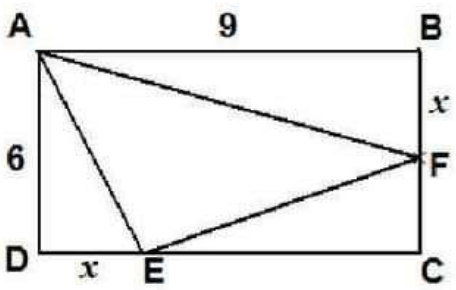
و لتكن E نقطة من [DC] مخالفة لـ D و C

و F نقطة من [BC] مخالفة لـ B و C

وليكن $DE = BF = x$ حيث $0 < x < 6$

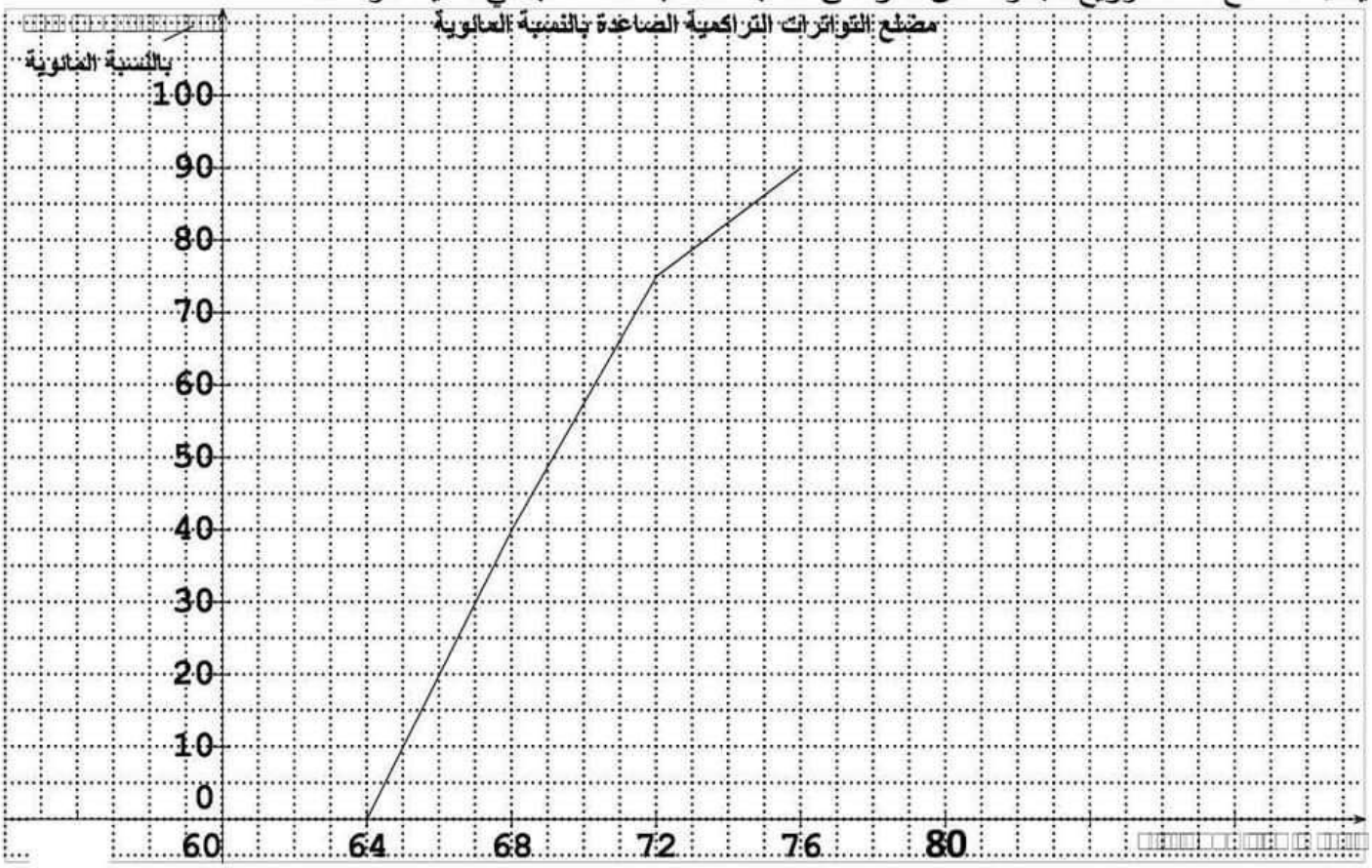
أ/ اكتب قيس طول كل ضلع من أضلاع المثلث AFE بدلالة x

ب/ جد العدد الحقيقي x ليكون المثلث AEF قائم الزاوية في E



التمرين الرابع (4 ن)

يمثل المضلع أسفله توزيع مجموعة من المرضى حسب عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة



1) أتمم الجدول الإحصائي اعتمادا على المضلع المصاحب

عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة	[64 ; 68[	[68 ; 72[	[72 ; 76[	[76 ; 80[
عدد المرضى	48			
التواتر التراكمي الصاعد بالنسبة المائوية				
التواتر بالنسبة المائوية				

2) أ/ أوجد العدد الجملي للمرضى ب/ حدد منوال ومدى هذه السلسلة

ج/ احسب المعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية

3) جد قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة

التمرين الخامس (5 ن) : (وحدة قيس الطول هي الصم)

ليكن $(O ; I ; J)$ معينا متعامدا في المستوي حيث $OI = OJ = 1$

1) أ/ عين النقاط $A(5 ; 0)$ و $B(1 ; 2)$ و $E(0 ; 2)$

ب/ احسب OE و AI

ج/ بين أن الرباعي OIBE مستطيل

د/ بين أن المثلث OAB قائم الزاوية في B

2) المستقيم (AB) يقطع [OJ] في F. احسب OF و AF

3) لتكن H منتصف [OA] والنقطتين C و D حيث $C(\frac{5}{2} ; \frac{5}{2})$ و $D(4 ; -2)$

أ/ بين الرباعي ABOD مستطيل ثم احسب مساحته

ب/ بين أن الرباعي OFCH مربع ج/ استنتج أن $OC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

4) لتكن G نقطة تقاطع المستقيمين (CH) و (AF) . بين أن G منتصف [CH]

5) لتكن K نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (OG) . احسب OK

TuniTests

الإعدادية النموذجية - مدنين - الأستاذ : علـــوان	إصلاح الفرض التأليفي الثاني في الرياضيات	التاريخ: مارس 2013 مدة الأنجاز: ساعتان

التـــــــاسعـــة أســـــــاسي 1

التمرين الأول (4 ن)

I/ 1) ج / **8**

2) ب/ $ME + MF + MD = 3\sqrt{3}\,cm$

II/ 1) **خطأ** 2) **خطأ** 3) **صواب** 4) **صواب**

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر العددين : $a = 7 - \frac{20}{\sqrt{5}} + \frac{8}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ و $b = \frac{(3+\sqrt{3})^2+(1-\sqrt{3})^2}{2} + \sqrt{13-4\sqrt{3}}$

1) بين أن : $a = 7-4\sqrt{3}$ و $b = 7+4\sqrt{3}$

$$a = 7 - \frac{20}{\sqrt{5}} + \frac{8}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 7 - \frac{20\sqrt{5}}{5} + \frac{8(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = 7 - 4\sqrt{5} + \frac{8(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2}$$

$$= 7 - 4\sqrt{5} + \frac{8(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = 7 - 4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$$

$\boxed{a = 7-4\sqrt{3}}$

$$b = \frac{(3+\sqrt{3})^2+(1-\sqrt{3})^2}{2} + \sqrt{13-4\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(9+3+6\sqrt{3})+(1+3-2\sqrt{3})}{2} + \sqrt{12+1-2\times 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(12+6\sqrt{3})+(4-2\sqrt{3})}{2} + \sqrt{(2\sqrt{3}-1)^2}$$

$$= \frac{16+4\sqrt{3}}{2} + |2\sqrt{3}-1| = 8 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 1 \qquad (2\sqrt{3}-1>0)$$

$\boxed{b = 7+4\sqrt{3}}$

2) أ/ بين أن a مقلوب b

$$a \times b = (7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3}) = 7^2 - (4\sqrt{3})^2 = 49 - 48 = 1$$

بما أن $a \times b = 1$ فان a مقلوب b

ب/ استنتج أن a عدد حقيقي موجب

بما أن b حقيقي موجب (مجموع عددين حقيقيين موجبين) و لنا a مقلوب b فان **a عدد حقيقي موجب**

ج/ بين أن $0 < a < 1$

لنا $b > 1$ ($b = 7+4\sqrt{3}$) و a عدد حقيقي موجب فان $a < ab$

يعني $a < 1$ و بالتالي $\boxed{0 < a < 1}$

3) ليكن x عددا حقيقيا حيث $0 < x < 1$

أ/ */ قارن $1+x$ و $\frac{1}{1-x}$

TuniTests

$$\frac{1}{1-x}-(1+x)=\frac{1-(1-x)(1+x)}{1-x}=\frac{1-1+x^2}{1-x}=\frac{x^2}{1-x}$$

لنا : $x<1$ يعني $1-x>0$ و $x^2>0$ و منه $\frac{1}{1-x}-(1+x)$ يعني $\boxed{\frac{1}{1-x}>(1+x)}$

**/ استنتج مقارنة للعددين $\frac{1}{0,999}$ و $1,001$

لنا : $10^{-3}<1$ و $10^{-3}>0$ و حسب ما سبق فإن $\frac{1}{1-10^{-3}}>1+10^{-3}$

يعني $\boxed{1,001<\frac{1}{0,999}}$

ب/ قارن بين العددين $\frac{1}{0,999}+\frac{1}{4\sqrt{3}-6}$ و $9,001-4\sqrt{3}$

لنا : $0<a<1$ و حسب 2) أ / فإن $\frac{1}{1-a}>1+a$ يعني $\frac{1}{4\sqrt{3}-6}>8-4\sqrt{3}$

ونعلم أن $1,001<\frac{1}{0,999}$ ومنه $\boxed{9,001-4\sqrt{3}<\frac{1}{4\sqrt{3}-6}+\frac{1}{0,999}}$

التمرين الثالث (4 ن)

1) */ في حالة : $\underline{x=-1}$

$A=x^2-15x+36=(-1)^2-15\times(-1)+36=52$ $\boxed{A=52}$

*/ في حالة : $\underline{x=3}$

$A=x^2-15x+36=3^2-15\times3+36=9-45+36=0$ $\boxed{A=0}$

2) أ/ $A=x^2-15x+36=x^2-2\times\frac{15}{2}\times x+\frac{225}{4}-\frac{225}{4}+36=\left(x-\frac{15}{2}\right)^2-\frac{81}{4}$

$\boxed{A=\left(x-\frac{15}{2}\right)^2-\frac{81}{4}}$

ب/ $A=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{81}{4}=\left(x-\frac{15}{2}\right)^2-\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left[\left(x-\frac{15}{2}\right)+\frac{9}{2}\right]\left[\left(x-\frac{15}{2}\right)-\frac{9}{2}\right]$

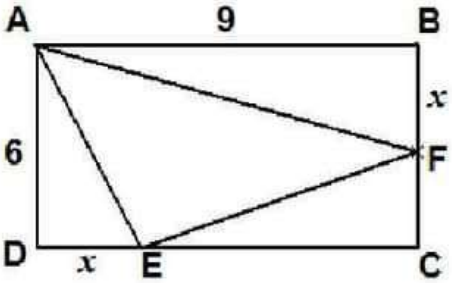
$=\left(x-\frac{15}{2}+\frac{9}{2}\right)\left(x-\frac{15}{2}-\frac{9}{2}\right)=(x-3)(x-12)$

$\boxed{A=(x-3)(x-12)}$

ج/ في حالة $\underline{A=0}$:

A=0 يعني $(x-12)(x-3)=0$ يعني $(x-3)=0$ أو $(x-12)=0$ يعني $\boxed{x=3 \text{ أو } x=12}$

3) (وحدة قيس الطول هي الصم)



أ/ اكتب قيس طول كل ضلع من أضلاع المثلث AFE بدلالة x

المثلثات ADE وECF وABF قائمة على التوالي في D وC وB

بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على : $\boxed{AE=\sqrt{x^2+36}}$

و $\boxed{AF=\sqrt{x^2+81}}$ و $\boxed{EF=\sqrt{2x^2-30x+117}}$

ب/ جد العدد الحقيقي x ليكون المثلث AEF قائم الزاوية في E

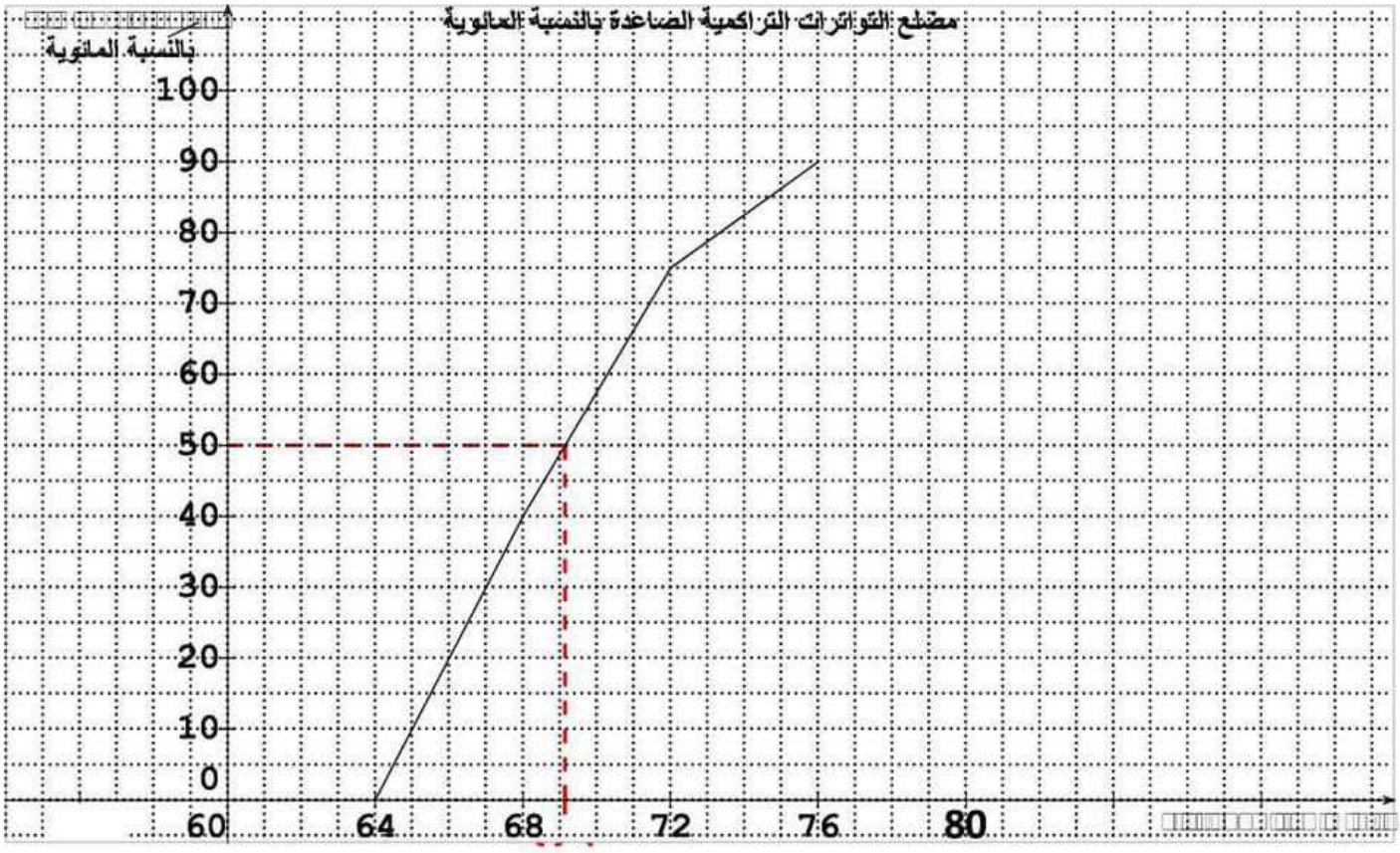
المثلث AEF قائم الزاوية في E بتطبيق نظرية بيتاغور نتحصل على : $AE^2+EF^2=AF^2$

و بالتالي $(x^2+36)+(2x^2-30x+117)=x^2+81$

يعني $2x^2-30x+72=0$ يعني $x^2-15x+36=0$

يعني $x=3$ أو $x=12$ و لنا $0<x<6$ فان $\boxed{DE=BF=x=}$

التمرين الرابع (4 ن) يمثل المضلع أسفله توزيع مجموعة من المرضى حسب عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة



1) أتمم الجدول الإحصائي اعتمادا على المضلع المصاحب

عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة	[64 ; 68[	[68 ; 72[	[72 ; 76[	[76 ; 80[
عدد المرضى	48	42	18	12
التواتر التراكمي الصاعد بالنسبة المائوية	40 %	75 %	90 %	100 %
التواتر بالنسبة المائوية	40 %	35 %	15 %	10 %

2) أ/ العدد الجملي للمرضى : $\frac{48\times100}{40} = 120$

ب/ الفئة المنوال: $[64 ; 68[$ و مدى هذه السلسلة : $80 - 64 = 16$

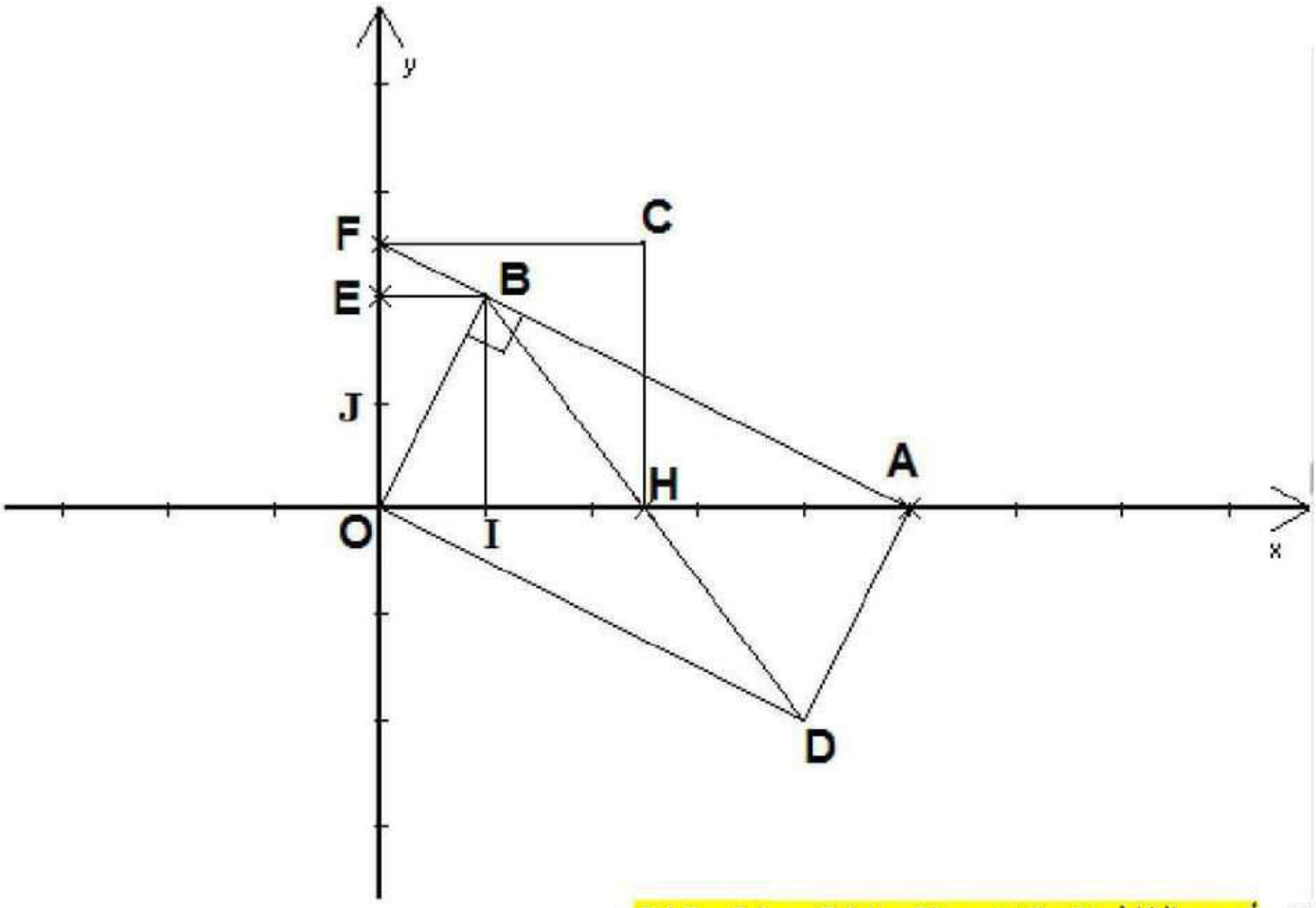
ج/ المعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية : $\bar{X} = \frac{48\times66+42\times70+18\times74+12\times78}{120} = 69,8$

3) موسط هذه السلسلة هو فاصلة النقطة التي تنتمي إلى مضلع التواترات التراكمية الصاعدة بالنسبة المائوية و ترتيبتها 50 %

قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة : $Med \simeq 69,1$

TuniTests

التمرين الخامس (5 ن) : (وحدة قيس الطول هي الصم)



1) أ/ عين النقاط $A(5\,;0)$ و $B(1\,;2)$ و $E(0\,;2)$

ب/ احسب OE و AI

$OE=|y_E-y_O|\times OJ=|2|=2cm$ (E نقطة من (OJ)) OE=2cm

$IA=|x_A-x_I|\times OI=|5-1|=4cm$ (A نقطة من (OI)) AI=4cm

ج/ بين أن الرباعي OIBE مستطيل

*/B و I لهما نفس الفاصلة ($x_I=x_B=1$) ومنه (OJ)//(BI) ونعلم ان (OJ)⊥(OI)

فان (OI)⊥(BI) ومنه $\widehat{OIB}=90°$

*/ B و E لهما نفس الترتيبة ($y_B=y_E=2$) ومنه (OI)//(BE) ونعلم ان (OJ)⊥(OI)

فان (OJ)⊥(BE) ومنه $\widehat{IEB}=90°$

ولنا $\widehat{EOI}=90°$ (E نقطة من (OJ) و (OJ)⊥(OI))

وبالتالي **الرباعي OIBE مستطيل** **كل رباعي له ثلاث زوايا قائمة هو مستطيل**

د/ بين أن المثلث OAB قائم الزاوية في B

لنا :*/ $OA=|x_A-x_O|\times OI=|5|=5cm$ OA=5cm

**/ المثلث IBO قائم الزاوية في I وبتطبيق نظرية بيتاغور لدينا :

$OB^2=IO^2+IB^2$ و بالتالي $BO^2=2^2+1^2=5$ اذا $\boldsymbol{BO=\sqrt{5}cm}$

**/المثلث IBA قائم الزاوية في I وبتطبيق نظرية بيتاغور لدينا :

$AB^2 = IA^2 + IB^2$ و بالتالي $AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ اذا $\boxed{AB = 2\sqrt{5}cm}$

في المثلث OBA لنا : $OA^2 = 5^2 = 25$; $AB^2 = 20$ و $IB^2 = 5$

اذا $AB^2 = 25 = 20 + 5 = AB^2 + BI^2$ وحسب عكس نظرية بيتاغور المثلث ABO قائم في B

2) المستقيم (AB) يقطع [OJ] في F. احسب OF و AF

طريقة 1 : في المثلث AFO لنا $I \in (AO)$ و $B \in (AF)$ حيث (BI)// (OF)

حسب مبرهنة طالس في المثلث لدينا : $\frac{AI}{AO} = \frac{AB}{AF} = \frac{IB}{OF}$

ومنه $\frac{4}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{AF} = \frac{2}{OF}$ اذا $\boxed{AF = \frac{5\times2\sqrt{5}}{4} = \frac{5\sqrt{5}}{2}cm}$ و $\boxed{OF = \frac{5\times2}{4} = 2{,}5\ cm}$

طريقة 2 : لدينا المثلث AFO قائم الزاوية في O و[OB] الارتفاع الصادر من O

اذا حسب العلاقة القياسية : $OB^2 = BA \times BF$ نحصل على $\sqrt{5}^2 = 2\sqrt{5} \times BF$ ومنه $BF = \frac{\sqrt{5}}{2}$

و $B \in [AF]$ اذا $AF = AB + BF$

يعني $AF = 2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ يعني $\boxed{AF = \frac{5\sqrt{5}}{2}}$ و حسب العلاقة القياسية $AO \times OF = AF \times OB$

نحصل على $5OF = \frac{5\sqrt{5}}{2} x\sqrt{5} = \frac{25}{2}$ اذا $\boxed{OF = \frac{25}{10} = 2{,}5\ cm}$

3) لتكن H منتصف [OA] والنقطتين C و D حيث $C(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{5}{2})$ و $D(4\ ;\ -2)$

أ/ بين الرباعي ABOD مستطيل ثم احسب مساحته

لنا $x_H = \frac{5}{2} = \frac{1+4}{2} = \frac{x_B+x_D}{2}$ و $y_H = 0 = \frac{2+(-2)}{2} = \frac{y_B+y_D}{2}$ ومنه H منتصف [BD]

ولنا H منتصف [AO]

اذا الرباعي ABOD متوازي الأضلاع كل رباعي محدب قطراه لهما نفس المنتصف هو متوازي الأضلاع

ولنا $\widehat{ABO} = 90°$ وبالتالي الرباعي ABOD مستطيل كل متوازي أضلاع له زاوية قائمة هو مستطيل

مساحة المستطيل ABOD : $\boxed{AB \times OB = 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 10\ cm^2}$

ب/ بين أن الرباعي OFCH مربع

ب/ * $F \in [OJ]$ و $OF = \frac{5}{2}$ اذا $F(0\ ;\ \frac{5}{2})$ و $C(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{5}{2})$ ومنه F و C لهما نفس الترتيبة ومنه (CF)//(OI)

ونعلم ان (OJ)⊥ (OI) فان (CF)⊥ (OJ) ومنه $\widehat{OFC} = 90°$

**/ لنا : H منتصف [AO] يعني $x_H = \frac{x_A+x_O}{2} = \frac{5+0}{2} = \frac{5}{2}$ و $y_H = \frac{y_A+y_O}{2} = 0$ ومنه $\boxed{H(\frac{5}{2}\ ;\ 0)}$

و بالتالي H و C لهما نفس الفاصلة ومنه (HC)//(OJ) ونعلم ان (OJ)⊥ (OI)

فان (HC)⊥ (OI) ومنه $\widehat{OHC} = 90°$ ونعلم أن $\widehat{FOH} = 90°$ (F نقطة من (OJ) و H نقطة من (OI))

وبالتالي الرباعي OFCH مستطيل كل رباعي له ثلاث زوايا قائمة هو مستطيل

و لنا $OF = OH = 2{,}5\ cm$ اذا **الرباعي OFCH مربع** كل مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان هو مربع

ج/ استنتج أن $OC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

OFCH مربع و[OC] قطره **اذا** $OC = \sqrt{2}\ OF = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

4) لتكن G نقطة تقاطع المستقيمين (CH) و (AF) . بين أن G منتصف [CH]

لنا (CF)//(OI) و H و A نقطتان من (OI) اذا (AH) // (CF) ولنا CF = OH (**OFCH مستطيل**) و H منتصف [AO] ومنه CF=OH=AH وبالتالي AHFC متوازي أضلاع كل رباعي محدب له ضلعان متوازيان ومتقايسان هو متوازي الأضلاع و منه القطران [AF] و [HC] يتقاطعان في منتصفهما و لنا $(AF) \cap (HC) = \{G\}$

اذا G منتصف [CH]

5) لتكن K نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (OG) . احسب OK

في المثلث AOF لنا :

*/ $[OG]$ الموسط الصادر من O (G منتصف [AF])

**/ $[FH]$ الموسط الصادر من F (H منتصف [AO])

***** / $(FH) \cap (OG) = \{K\}$

و بالتالي K مركز ثقل المثلث AOF اذن : $OK = \frac{2}{3}OG$

لنا المثلث AOF قائم الزاوية في O و G منتصف وتره [AF] اذن $OG = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2} \times \frac{5\sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{5}}{4}$

و منه $OK = \frac{2}{3}OG = \frac{2}{3} \times \frac{5\sqrt{5}}{4} = \frac{5\sqrt{5}}{6}$ $\quad$ $OK = \frac{5\sqrt{5}}{6}$