المستوى:التاسعة نموذجي السنة الدراسية 2023/2022	فرض تأليفي عدد2 المادة:الرياضيات	الإعدادية النموذجية بقابس الأساتذة: الأطرش *الفرجاني *القوي

الإسم ....اللقب..

❖التمرين الأول (3نقاط) (يسمح استعمال الآلة الحاسبة)

في هذا التمرين كل سؤال تليه ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة, انقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال و الحرف المناسب للإجابة الصحيحة الموافقة له :

1) العدد $\sqrt{2}-1$ هو حلّ للمعادلة :

أ- $x^2 = 1$ ب- $x^2 = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ ج- $\sqrt{2}x = 2 - x$

2) ليكن x و y عددان حقيقيان لهما نفس العلامة حيث $x^2 + x^2 = 1$

و $x^4 + y^4 = \frac{17}{18}$ فإن :

أ- $xy = \frac{1}{6}$ ب- $xy = -\frac{1}{6}$ ج- $xy = \frac{1}{3}$

3) العدد $\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$ يساوي :

أ- 2 ب- $\sqrt{6}$ ج- $2\sqrt{3}$

❖التمرين الثاني (4نقاط)

نعتبر العددين : $a = \sqrt{2}^{-4} + (1 + \frac{\sqrt{5}}{2})^2$ و $b = \frac{(2+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{2} - \sqrt{5} + 2$

1) بيّن أنّ : $a = \frac{5}{2} + \sqrt{5}$ و $b = \frac{5}{2} - \sqrt{5}$

2) أ- أحسب $a \times b$

ب- بيّن أنّ : $a > 2$

ج- استنتج أنّ : $\sqrt{5} > \frac{15}{8}$ و منه $\sqrt{5} < \frac{8}{3}$

3) نعتبر العبارة : $c = \frac{\sqrt{(8-3\sqrt{5})^2}}{3} + \frac{\sqrt{(15-8\sqrt{5})^2}}{8}$ بيّن أنّ : $c = \frac{19}{24}$

❖التمرين الثالث (5نقاط)

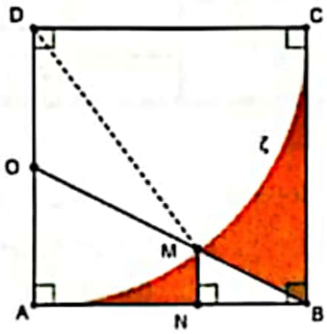
I. نعتبر العبارة $R = x^2 - 6\sqrt{2}\,x + 10$ حيث $x \in \mathbb{R}$

1) أحسب القيمة العددية لـ R في حالة : $x = \frac{2}{\sqrt{2}}$

2) بيّن أنّ : $R = (x - 3\sqrt{2})^2 - 8$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $R = 0$

II. تأمل الرسم المصاحب حيث :



* ABCD مربّع طول ضلعه $5\sqrt{2}$

* $\mathcal{C}$ ربع دائرة مركزها D و تمر من A

* O منتصف [AD] و M نقطة تقاطع (OB) مع $\mathcal{C}$

* N المسقط العمودي لـ M على [AB]

* $MN = a$ حيث a عدد حقيقي و $a < 2$

1) بيّن أنّ : $BN = 2a$

2) المستقيم (MN) يقطع (DC) في النقطة E

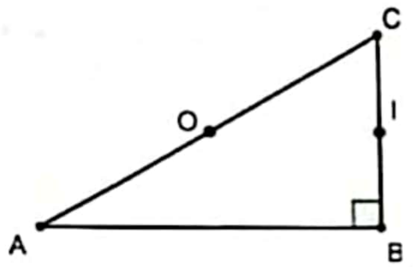
أ- أكتب الأبعاد ME و DE بدلالة a

ب- استنتج أنّ : $a^2 - 6\sqrt{2}\,a + 10 = 0$

3) أحسب قيس المساحة الملوّنة

❖التمرين الرّابع(4نقاط)

في الرّسم المصاحب ABC مثلّث قائم في B حيث $AC = 6$ و $BC = 3$



و O منتصف [AC] و I منتصف [BC]

1) بيّن أنّ المثلّث OBC متقايس الأضلاع

2) ابن النقطة E بحيث يكون الرباعي ABEO متوازي الأضلاع

* بيّن أنّ الرّباعي OBEC معيّن

3) الموازي لـ (AB) و المار من C يقطع (BE) في F

* بيّن أنّ النّقاط A و I و F على استقامة واحدة

4) أ- عيّن النقطة M من على [CE] بحيث $CM = \frac{1}{3}CE$

و N على [OB] بحيث $ON = \frac{2}{3}OB$ * ثمّ بيّن أنّ الرّباعي OMEN متوازي الأضلاع

ب- (MN) يقطع (EB) في H * بيّن أنّ المثلّث ECH قائم الزّاوية في C

5) لتكن D مناظرة C بالنسبة لـ B * أحسب قيس مساحة الرباعي HCED

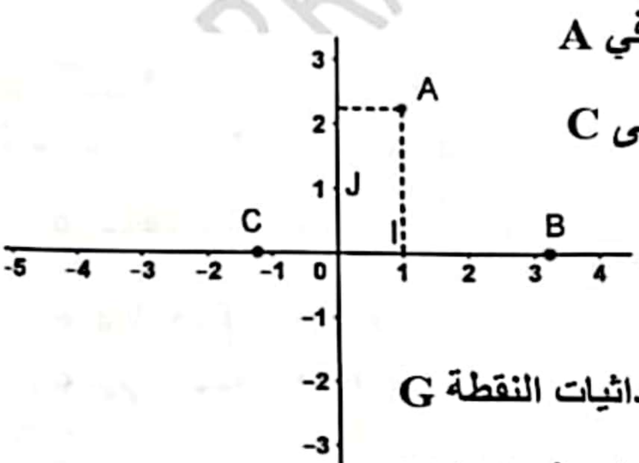
❖التّمرين الخامس(4نقاط)

ليكن (O, I, J) معيّنا متعامدا للمستوي بحيث : $OI = OJ$ و لتكن النقاط $A(1; \sqrt{5})$

و $B(1+\sqrt{5}; 0)$ و $C(1-\sqrt{5}; 0)$

1) أ- بيّن أنّ : I منتصف [BC]

ب- بيّن أنّ المثلّث ABC قائم و متقايس الضلعين في A



2) لتكن M منتصف [AB] و E مناظرة A بالنسبة الى C

* أوجد احداثيات النّقطتين M و E

3) المستقيم (BC) يقطع (EM) في G

أ- بيّن أنّ G مركو ثقل المثلّث ABE ب- استنتج احداثيات النقطة G

4) المستقيم (AG) يقطع (BE) في K * بيّن أنّ I منتصف [KM]

الإعدادية النموذجية بقابس الأساتذة: الأطرش * القوي*الفرجاني	اصلاح فرض تأليفي عدد2 المادة:الرياضيات	المستوى:التاسعة نموذجي السنة الدراسية 2023/2022

❖التمرين الأوّل :

1) *) $x^2 = 1$ يعني $x = 1$ أو $x = -1$

*) $x^2 = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ يعني $x^2 = \left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}\right)^2$

يعني $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$ أو $x = \frac{-1}{1+\sqrt{2}}$

يعني $x = \sqrt{2} - 1$ أو $x = -\sqrt{2} - 1$

$\Longleftarrow$ ب

2) $(x^2 + y^2)^2 = x^4 + y^4 + 2(xy)^2$ يعني $1 = \frac{17}{18} + 2(xy)^2$

يعني $(xy)^2 = \frac{1-\frac{17}{18}}{2} = \frac{1}{36}$

و بما أن x و y لهما نفس العلامة فإن: $xy = \frac{1}{6}$ $\Longleftarrow$ أ

3) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2 = \sqrt{2+\sqrt{3}}^2 + \sqrt{2-\sqrt{3}}^2 + 2\sqrt{1}$

$= 2 + \cancel{\sqrt{3}} + 2 - \cancel{\sqrt{3}} + 2 = 6$

و بما أن: $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$ موجب

فإن: $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6}$ $\Longleftarrow$ ب

❖التمرين الثاني :

1) $a = \sqrt{2}^{-4} + \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{4} + 1 + \sqrt{5} + \frac{5}{4} = \frac{10}{4} + \sqrt{5} = \frac{5}{2} + \sqrt{5}$

$$b = \frac{(2+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{2} - \sqrt{5} + 2$$

$$= \frac{5-4}{2} - \sqrt{5} + 2 = \frac{1}{2} - \sqrt{5} + 2 = \frac{5}{2} - \sqrt{5}$$

2) أ- $a.b = \left(\frac{5}{2} + \sqrt{5}\right)\left(\frac{5}{2} - \sqrt{5}\right)$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \sqrt{5}^2 = \frac{25}{4} - 5 = \frac{5}{4}$$

ب- لنا $\frac{5}{2} > 2$ و $\sqrt{5} > 0$ إذن $\frac{5}{2} + \sqrt{5} > 2$

أي $a > 2$

ج- *) $a.b = \frac{5}{4}$ إذن $b = \frac{5}{4} \times \frac{1}{a}$

لنا: $a > 2$ إذن: $\frac{1}{a} < \frac{1}{2}$ بالتالي $b < \frac{5}{8}$

يعني $\frac{5}{2} - \sqrt{5} < \frac{5}{8}$

إذن $\sqrt{5} > \frac{5}{2} - \frac{5}{8}$ بالتالي $\sqrt{5} > \frac{15}{8}$

*) لنا $\sqrt{5} > \frac{15}{8}$ إذن $\frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{8}{15}$ و بما أن $5 > 0$

فإن: $\frac{8}{3} > \sqrt{5}$

3) $C = \frac{\sqrt{(15-8\sqrt{5})^2}}{8} + \frac{\sqrt{(8-3\sqrt{5})^2}}{3}$

$$= \frac{|15-8\sqrt{5}|}{8} + \frac{|8-3\sqrt{5}|}{3}$$

بما أن: $\frac{8}{3} > \sqrt{5}$ فإن $8 > 3\sqrt{5}$ أي $|8 - 3\sqrt{5}| = 8 - \sqrt{5}$ و $3 > 0$

بما أن: $\frac{15}{8} < \sqrt{5}$ و $8 > 0$ فإن $15 < 8\sqrt{5}$ أي $|15 - 8\sqrt{5}| = 8\sqrt{5} - 15$

إذن $C = \frac{3\times(8\sqrt{5}-15)+8\times(8-3\sqrt{5})}{24}$

$$= \frac{-45+64}{24} = \frac{19}{24}$$

❖التمرين الثالث :

I. 1)
$$R = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 - 6\cancel{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\cancel{\sqrt{2}}} + 10$$
$$= 2 - 12 + 10 = 0$$

2)
$$\left(x - 3\sqrt{2}\right)^2 - 8 = x^2 - 2 \times 3\sqrt{2}x + 18 - 8$$
$$= x^2 - 6\sqrt{2}x + 10 = R$$

إذن: $R = \left(x - 3\sqrt{2}\right)^2 - 8$

3) $R = 0$ يعني $\left(x - 3\sqrt{2}\right)^2 - 8 = 0$

يعني $\left(x - 3\sqrt{2}\right)^2 = 8$

يعني $x - 3\sqrt{2} = \sqrt{8}$ أو $x - 3\sqrt{2} = -\sqrt{8}$

يعني $x = \sqrt{8} + 3\sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{8} + 3\sqrt{2}$

يعني $x = 5\sqrt{2}$ أو $x = \sqrt{2}$

II. 1) في المثلث AOB لدينا:

$$\begin{cases} N \in (BA) \\ M \in (BO) \\ (MN)//(AO) \end{cases}$$

إذن حسب مبرهنة طالس

$$\frac{BN}{BA} = \frac{MN}{OA}$$

يعني $\frac{BN}{5\sqrt{2}} = \frac{a}{\frac{5\sqrt{2}}{2}}$

يعني $BN = \frac{5\sqrt{2}a}{\frac{5\sqrt{2}}{2}} = 2a$

2) أ- *) لنا $MN = a$ و $NE = 5\sqrt{2}$ إذن: $ME = EN - MN$
$$= 5\sqrt{2} - a$$

*) لنا: $EC = BN$ إذن $DE = DC - BN = 5\sqrt{2} - 2a$

ب- المثلث DME قائم في E إذن حسب بيتاغور:

$DM^2 = DE^2 + ME^2$ يعني $\left(5\sqrt{2}\right)^2 = \left(5\sqrt{2} - 2a\right)^2 + \left(5\sqrt{2} - a\right)^2$

يعني $\cancel{50} = \cancel{50} - 20\sqrt{2}a + 4a^2 + 50 - 10\sqrt{2}a + a^2$

يعني $5a^2 - 30\sqrt{2}a + 50 = 0$

يعني $a^2 - 6\sqrt{2}a + 10 = 0$

3) لنا: a يحقق $a^2 - 6\sqrt{2}a + 10 = 0$ و $a < 2$

إذن: $a = \sqrt{2}$ أي: $MN = \sqrt{2}$ و $BN = 2\sqrt{2}$

بالتالي: $S_{BMN} = \frac{MN \times BN}{2} = 2$

إذن المساحة الملونة هي:

$$S_{ABCD} - S_C - S_{BMN} = \left(5\sqrt{2}\right)^2 - \frac{\pi\left(5\sqrt{2}\right)^2}{4} - 2$$
$$= 50 - \frac{50\pi}{4} - 2$$
$$= 48 - \frac{25}{2}\pi$$

❖التمرين الرابع:

1) المثلث ABC قائم في B و O منتصف وتره [AC]

إذن $OB = OA = OC = 3$ بالتالي $OB = OC = BC = 3$

إذن OBC متقايس الأضلاع.

2) ABEO متوازي الأضلاع إذن: $(AB)//(OE)$ و لنا $(AB) \perp (BC)$ و $AB = OE$

إذن: $(OE) \perp (BC)$.

في المثلث ABC لدينا:

O منتصف $[AC]$ و I منتصف $[BC]$ إذن: $OI = \frac{1}{2}BA$

و بما أن $AB = OE$ و I و O و E على استقامة واحدة فإن: $IE = \frac{1}{2}BA$

بالتالي I منتصف [OE]

إذن الرباعي OBEC قطراه يتعامدان في المنتصف بالتالي OBEC معين.

3) لدينا ABEO متوازي الأضلاع اذن (OC)//(BE) أي (AC)//(BF)

ولنا ايضا (CF)//(AB)

بالتالي ABFC متوازي الاضلاع

ولنا I منتصف قطره [BC]

اذن I منتصف [AF]

بالتالي A و I و F على استقامة واحدة.

4) أ- لدينا OBEC معين إذن $(O)//(CE)$ و $OB = CE$

و بما أن $CM = \frac{1}{3}CE$ و $ON = \frac{2}{3}OB$ أي $BN = \frac{1}{3}OB$

فإن: $BN = CM$ و لنا أيضا: $(BN)//(CM)$

بالتالي OMEN متوازي الأضلاع

ب- في المثلث HEM لدينا:

$$\begin{cases} B \in [HE] \\ N \in [HM] \\ (BN)//(ME) \end{cases}$$ إذن حسب مبرهنة طالس:

$$\frac{HB}{HE} = \frac{BN}{EM} = \frac{\frac{1}{3}BO}{\frac{2}{3}EC}$$

و بما أن: $BO = EC$ فإن: $\frac{HB}{HE} = \frac{1}{2}$

و لنا: H و B و E على استقامة واحدة إذن:

B منتصف HE و $HB = EB = OC = 3$

أيضا $BC = 3$

في المثلث ECH لدينا: B منتصف [EH] و $BC = BH = BE$ بالتالي ECH قائم في C.

5) D مناظرة C بالنسبة إلى B إذن B منتصف [CD]

و لنا: B منتصف [HE] بالتالي HCED متوازي الأضلاع

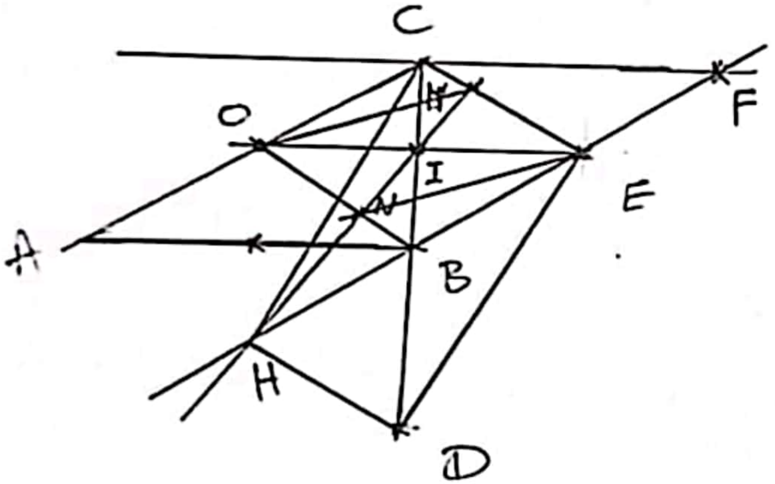
و لنا: $H\widehat{C}E = 90°$ بالتالي: $HCED$ متوازي الأضلاع

و لنا: $CE = 3$ و حسب بيتاغور في المثلث ECH لنا:

$$CH = \sqrt{EH^2 - CE^2}$$

$$= \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

بالتالي: $S_{HCED} = 3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$



❖التمرين الخامس:

1) أ- $\begin{cases} \frac{x_B+x_C}{2} = \frac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2} = 1 \\ \frac{y_B+y_C}{2} = 0 \end{cases}$ و لنا $I(1;0)$ إذن I منتصف [BC]

ب- A و I لهما نفس الفاصلة إذن: $(IA)//(OJ)$

و بما أن: $(OJ) \perp (OI)$ فإن $(IA) \perp (OI)$ أي (IA) الموسط العمودي لـ [BC]

بالتالي ABC متقايس الضلعين في A و لنا IAB قائم في I إذن حسب بيتاغور:

$$AB^2 = IA^2 + IB^2$$

$$= \sqrt{5}^2 + \left(\sqrt{5}+1-1\right)^2 = 10 \quad \text{إذن} \quad AB = \sqrt{10}$$

بالتالي: $AC = AB = \sqrt{10}$ و $BC = 2IB = 2\sqrt{5}$

لنا : $\begin{cases} BC^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 20 \\ AC^2 = AB^2 = 10 \end{cases}$ و إذن حسب عكس بيتاغور ABC قائم في A

بالتالي ABC قائم و متقايس الضلعين في A.

<u>طريقة 2:</u> لحساب AB.

$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{\sqrt{5}^2+\left(-\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{10}$$

2) *) M منتصف [AB] إذن: $x_M = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{2+\sqrt{5}}{2}$

و $y_M = \frac{\sqrt{5}}{2}$

إذن $M\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2};\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

*) E مناظرة A بالنسبة إلى C يعني C منتصف [AE]

يعني $x_C = \frac{x_A+x_E}{2}$ و $y_C = \frac{y_A+y_E}{2}$

يعني $1-\sqrt{5} = \frac{1+x_E}{2}$ و $0 = \frac{\sqrt{5}+y_E}{2}$

إذن: $x_E = 2\left(1-\sqrt{5}\right)-1$ و $x_E = -\sqrt{5}$

$$= 1+2\sqrt{5}$$

بالتالي $E(1+2\sqrt{5};-\sqrt{5})$

3) أ- في المثلث ABE لدينا: M منتصف [AB] و C منتصف [AE] إذن: [EM] و [BC] موسطي المثلث ABE الصادرين من E و B. بالتالي G مركز ثقل المثلث ABE.

ب- $G\in[BC]$ إذن $y_G=0$

G مركز ثقل ABE بالتالي $BG=\frac{2}{3}BC$

يعني $BG=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ يعني $|x_G-x_B|=\frac{4\sqrt{5}}{3}$

$x_G=\frac{4\sqrt{5}}{3}+(1+\sqrt{5})$ أو $x_G=-\frac{4\sqrt{5}}{3}+(1+\sqrt{5})$

بالتالي $x=\frac{3+7\sqrt{5}}{3}$ أو $x_G=\frac{3-\sqrt{5}}{3}$

لا يمكن في هذه الحالة

$(x_G>x_B)G\notin[BC]$ بالتالي: $G\left(\frac{3-\sqrt{5}}{3};0\right)$

4) G مركز ثقل المثلث ABE إذن: (AG) المستقيم الحامل للموسط الصادر من A بالتالي يقطع [BE] في المنتصف إذن K منتصف [BE].

في المثلث ABE لدينا:

$\begin{cases} M \text{ منتصف } [AB] \\ C \text{ منتصف } [AE] \\ K \text{ و منتصف } [BE] \end{cases}$ إذن: $(MC)//(BE)$

أي $(MC)//(BK)$

و $(AB)//(CK)$

أي $(CK)//(MB)$

بالتالي: BMCK متوازي الأضلاع.

و بما أن I منتصف قطره [BC] فإن I منتصف [MK]

<u>طريقة 2:</u> نثبت أن $(M)//(BK)$ أو $(CK)//(MB)$

في المثلث IBK لدينا:

$\begin{cases} M\in(IK) \\ C\in(IB) \\ (MC)//(BK) \end{cases}$ إذن حسب طالس $\frac{IM}{IK}=\frac{IC}{IB}=1$

في المثلث IBM لدينا:

$\begin{cases} K\in(IM) \\ C\in(IB) \\ (CK)//(BM) \end{cases}$ إذن حسب طالس $\frac{IK}{IM}=\frac{IC}{IB}=1$

و بما أن I و K و M على استقامة

واحدة فإن: I منتصف [KM]

و بما أن I و M و K على استقامة

واحدة فإن: I منتصف [KM]