

المسألة الأولى:

$$a = 12\sqrt{3} - \frac{\sqrt{25 \times 7} - 7}{\sqrt{7}} = 12\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{7} - 7}{\sqrt{7}}$$

$$= 12\sqrt{3} - \frac{35 - 7\sqrt{7}}{7} = 12\sqrt{3} - 5 + \sqrt{7}$$

وبما أن $\sqrt{7} > 2$ وموجب $\sqrt{7}$ موجب

ب) $2 - \sqrt{7} < 0$ ومنه $2 < \sqrt{7}$ فإن $2^2 < 7$ فإن $4 < \sqrt{7} = 7$ إذن $a < b$

$$a = \sqrt{7} - 2 - 5 + \sqrt{7} = -7 + 2\sqrt{7}$$

$$b = (4 + \sqrt{7})(\sqrt{7} - 6) + 10 = 4\sqrt{7} - 24 + 7 - 6\sqrt{7} + 10 = -7 - 2\sqrt{7}$$

$$a \times b = (-7 + 2\sqrt{7})(-7 - 2\sqrt{7}) = 49 - 14\sqrt{7} - 14\sqrt{7} + 28 = 77 - 28\sqrt{7}$$

بما أن $a < 0$ فإن $b = (-7 - 2\sqrt{7}) < 0$ وبما أن $a < b$ فإن $a < b < 0$ إذن $a > b$

ج) $a > 0$ و $b > 0$ فإن $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ وبما أن $a > b$ فإن $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ وبما أن $a > b$ فإن $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

د) $2a + \sqrt{7} > \sqrt{b} + 2$ وبما أن $2 < \sqrt{7}$ فإن $2a + \sqrt{7} > \sqrt{b} + 2$

المسألة الثانية:

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{yx}}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} = \frac{2\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}} = 2$$

ب) بما أن a و b سالبان قسما فإن:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{7-2\sqrt{7}} + \sqrt{7+2\sqrt{7}}}{\sqrt{21}}$$

$$= \frac{14}{\sqrt{21}} = \frac{14\sqrt{21}}{21} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

ج) $\frac{a}{b} = \frac{-7+2\sqrt{7}}{-7-2\sqrt{7}} = \frac{(7-2\sqrt{7})(7+2\sqrt{7})}{(7+2\sqrt{7})(7-2\sqrt{7})} = \frac{49-14\sqrt{7}-14\sqrt{7}+28}{49-14\sqrt{7}+14\sqrt{7}-28} = \frac{77-28\sqrt{7}}{21} = \frac{11-4\sqrt{7}}{3}$

د) $\frac{b}{a} = \frac{3}{11-4\sqrt{7}} = \frac{3(11+4\sqrt{7})}{(11-4\sqrt{7})(11+4\sqrt{7})} = \frac{33+12\sqrt{7}}{9} = \frac{11+4\sqrt{7}}{3}$

المسألة الثالثة:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{11-4\sqrt{7}}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{11+4\sqrt{7}}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$$

ب) $\sqrt{11-4\sqrt{7}} + \sqrt{11+4\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{21} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{21}$

اصلاح اختبار تجريبي في مادة الرياضيات للسداسي الأول مارس 2021
 الاعداد لمناظرة شعادة ختم التعليم الاساسي
 الأستاذ ابراهيم بوالكباش

المسألة الأولى:

عدد الاعداد الصحيحة الطبيعية N هو: $2 \times 12 = 24$

ب) $\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ و $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

ج) $IG = \frac{2}{3} \times 3 = 2$ و $IJ = \frac{AB+CD}{2} = \frac{3-2\sqrt{3}+3}{2} = \frac{6-2\sqrt{3}}{2} = 3-\sqrt{3}$

د) $BE[PN]$ $S_{PNR} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2}$ و $S_{PRQ} = \frac{4 \times 2}{2} = 4$ و $S_{MNP} = \frac{3 \times 10}{2} = 15$

بما أن $S_{MNP} = 15$ و $S_{PRQ} = 4$ و $S_{PNR} = \frac{9}{2}$ فإن $S_{MNPQR} = S_{MNP} - S_{PRQ} = 15 - 4 = 11$

يعني $x_D = -2$ إذن $D(-2; 2)$

(3) ب. ف مناظر C بالنسبة إلى D يعني D منتصف $[CF]$

$$\begin{aligned} \text{يعني } x_D = \frac{x_C + x_F}{2} = -2 \quad \text{يعني } x_C + x_F = -4 \\ \text{يعني } y_D = \frac{y_C + y_F}{2} = 2 \quad \text{يعني } y_C + y_F = 4 \end{aligned}$$

إذن $F(0; 4)$ وبما أن $x_F = 0$ فإن $F \in (Ox)$

ج. بما أن $AB = CD$ (لأن $ABCD$ متوازي الأضلاع) و $CF = 2CD$ (لأن D منتصف $[CF]$) فإن $CF = 2AB$ وبما أن $AB = \frac{CF}{2}$

(4) أ. في المثلث ABG لدينا $F \in (BG)$ و $E \in (AG)$ و $C \in (AB)$

نطبق مبرهنة طاليس: $\frac{GB}{GF} = \frac{GA}{GC} = \frac{AB}{CF} = \frac{1}{2}$ (لأن $ABCD$ متوازي الأضلاع)

$$\text{وبما أن } \frac{GA}{GC} = \frac{1}{2} \text{ يعني } \frac{GA}{2} = \frac{GC}{2} \text{ يعني } GA = GC$$

إذن $AG = \frac{1}{3} AC$ وبما أن E منتصف $[AC]$ فإن $AC = 2AE$

$$\text{بالتالي } AG = \frac{2}{3} AE$$

(4) ب. في المثلث ABD لدينا $[AE]$ الواسط الصادر من A (لأن E منتصف $[BD]$) و $G \in [AE]$ و $AG = \frac{2}{3} AE$

فإن G مركز ثقل المثلث ABD

ج. بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن (DG) هو حامل الواسط الصادر من D

$$\text{كما أن } I \text{ منتصف } [AB] \text{ لأن } x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$$

$$\text{و } y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0$$

فإن I و G و D على استقامة واحدة.

المسألة الثالثة:

(1) إذا كان $x = 4$ فإن $E = 4^2 + 8 \times 4 - 48 = 16 + 32 - 48 = 0$

(2) أ. $(x-4)(x+12) = x^2 + 12x - 4x - 48 = x^2 + 8x - 48 = E$

ب. $E = 0$ يعني $x-4 = 0$ يعني $x = 4$ أو $x+12 = 0$ يعني $x = -12$

(3) لدينا A و M و D ثلاث نقاط على استقامة واحدة و M و B و N و C على (BC) و (AC) و (AB) على التوالي

نطبق مبرهنة طاليس: $\frac{AM}{BN} = \frac{MD}{NC}$ يعني $\frac{a}{12} = \frac{4}{a+8}$

$$\text{يعني } \frac{4a}{12} = \frac{4 \times 4}{a+8} \text{ يعني } \frac{a}{3} = \frac{16}{a+8}$$

بالتالي $a^2 + 8a - 48 = 0$ يعني $a(a+8) = 3 \times 16$

(3) ب. بما أن a يحقق المعادلة $E = 0$ فإن $a = 4$ و $a = -12$ وبما أن $a > 0$ فإن $a = 4$

وبما أن $BC = 12 + 4 + 8 = 24$ و $AD = 4 + 4 = 8$

(3) ج. $AB + CD + AD + BC = 40 - 32 = 8$

في وسط المثلث $ABCD$ لدينا M منتصف $[AD]$ و N منتصف $[BC]$ و E منتصف $[AC]$ و F منتصف $[BD]$

$$\text{إذن } MN = \frac{AB + CD}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

في المثلث ADN لدينا M منتصف $[AD]$

$$MA = MD = MN = 4$$

إذن ADN قائم الزاوية في N وبما أن $(AN) \perp (DN)$

المسألة الرابعة:

(1) ب. E منتصف $[AC]$ يعني $x_E = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2-4}{2} = -1$

و $y_E = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$

إذن $E(-1; \frac{1}{2})$



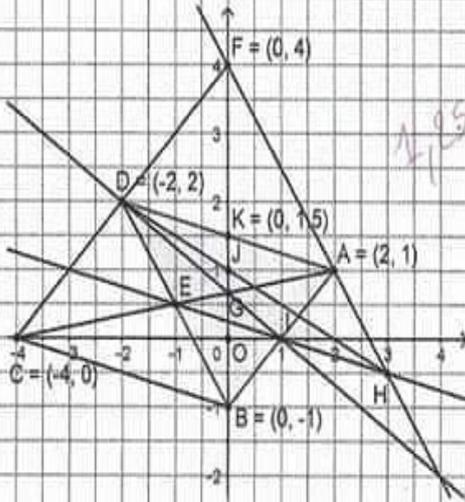
TuniTests

(2) ب. $ABCD$ متوازي الأضلاع يعني E منتصف $[BD]$

$$\frac{0 + x_D}{2} = -1 \quad \text{يعني } x_D = -2$$

$$\frac{-1 + y_D}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{يعني } y_D = 2$$

بالسلكي 1 $G(0; \frac{2}{3})$



(5) في المثلث ABD لدينا I منتصف [AB] و E منتصف [BD]

لأن $(EI) \parallel (AD)$ إذن $EI = \frac{1}{2} AD$

في المثلث ADG لدينا J منتصف [AG] و I منتصف [DG] و $(EI) \parallel (AD)$

بتطبيق مبرهنة طاليس: $\frac{GE}{GA} = \frac{GI}{GD} = \frac{EI}{AD} = \frac{1}{2}$

يعني $DG = \frac{2}{3} DI$ يعني $\frac{GI}{1} = \frac{GD}{2} = \frac{ID}{1+2}$

في المثلث AFC لدينا D منتصف [CF] و E منتصف [AC] إذن $(DE) \parallel (AF)$

كما أن A منظرية B بالسمت إلى I (لأن I منتصف [AB]) و $(EI) \cap (AF) = \{H\}$ فإن H منظرية E بالنسبة إلى I ومنه [HI] هو الوتر للصادق من D في المثلث HDE وبما أن $DG = \frac{2}{3} DI$ فإن G مركز ثقل المثلث HDE

(6) بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن (BG) هو حامل الموتر للصادق من B

كما أن $(BG) \cap (AD) = \{K\}$ فإن K منتصف [AD]

ومنه $x_K = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$ و $y_K = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2}$ إذن $K(0, \frac{3}{2})$

بالسلكي $BK = |y_K - y_B| \times |x_B| = |\frac{3}{2} - (-1)| \times 1 = \frac{5}{2}$

(6) ب- بما أن G مركز ثقل المثلث ABD فإن $BG = \frac{2}{3} BK$

يعني $BG = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3}$

إذن $OG = BG - BO = \frac{5}{3} - |0 - (-1)| \times 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$