الأعداد والحساب

الحساب :

القسمة على 2 – 5 – 3 – 9 – 4 – 25 – 8 :

القسمة على 2 : ✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 2 إذا كان رقم آحاده زوجيا (8 – 6 – 4 – 2 – 0) ✓ باقي قسمة عدد على 2 هو باقي قسمة رقم آحاده على 2 ✓ باقي قسمة كل عدد على 2 يكون 0 أو 1 فإن كل عدد يُكتب على صورة $2n$ (زوجي) أو $2p + 1$ (فردي)	✓ 9782 , 56 , 7630 , 768 , 324 ✓ $165987 \begin{array}{\|l} 2 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r\|l} 7 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & \end{array}$ ✓ $24 = 2 \times 12$ $37 = 2 \times 18 + 1$
القسمة على 5 : ✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 5 إذا كان رقم آحاده 0 أو 5 ✓ باقي قسمة عدد على 5 هو باقي قسمة رقم آحاده على 5 ✓ باقي قسمة عدد على 5 يساوي 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4 فإن كل أعداد متتالية تُكتب على شكل $5n$ أو $5n + 1$ أو $5n + 2$ أو $5n + 3$ أو $5n + 4$	✓ 4367543875 , 6753890 ✓ $657439 \begin{array}{\|l} 5 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r\|l} 9 & 5 \\ \cline{2-2} 4 & \end{array}$ ✓ $50 = 5 \times 10$; $51 = 5 \times 10 + 1$ $52 = 5 \times 10 + 2$; $53 = 5 \times 10 + 3$ $54 = 5 \times 10 + 4$
القسمة على 3 : ✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه S من مضاعفات 3 ✓ باقي قسمة عدد على 3 هو باقي قسمة مجموع أرقامه S على 3 ✓ بما أن باقي قسمة كل عدد على 3 سيكون 0 أو 1 أو 2 فإن كل عدد يُكتب على شكل $3n$ أو $3p + 1$ أو $3m + 2$	✓ 507921 ; $S = 24$ ✓ $960313 \begin{array}{\|l} 3 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r\|l} 22 & 3 \\ \cline{2-2} 1 & \end{array}$ $(S = 22)$ ✓ $30 = 3 \times 10$ $52 = 3 \times 17 + 1$ $65 = 3 \times 21 + 2$
القسمة على 9 : ✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه S من مضاعفات 9 ✓ باقي قسمة عدد على 9 هو باقي قسمة مجموع أرقامه S على 9	✓ 50832 ; $S = 18$ ✓ $520654 \begin{array}{\|l} 9 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r\|l} 22 & 9 \\ \cline{2-2} 4 & \end{array}$ $(S = 22)$
القسمة على 4 : ✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 4 إذا كان العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته يقبل القسمة على 4 ✓ باقي قسمة عدد على 4 هو باقي قسمة العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته على 4	✓ 5374372 $\begin{array}{r\|l} 72 & 4 \\ \cline{2-2} 0 & \end{array}$ ✓ $86327 \begin{array}{\|l} 4 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r\|l} 27 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & \end{array}$
القسمة على 25 : ✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 25 إذا كان العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته هو 00 ، 25 ، 50 أو 75 ✓ باقي قسمة عدد على 25 هو باقي قسمة العدد المتكون من رقمي آحاده وعشراته على 25	✓ 76500 , 764325 , 9850 , 32475 ✓ $43289 \begin{array}{\|l} 25 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r\|l} 89 & 25 \\ \cline{2-2} 14 & \end{array}$

القسمة على 8 :

✓ يكون العدد قابلا للقسمة على 8 إذا كان العدد المتكون من أرقام آحاده و عشراته و مئاته يقبل القسمة على 8

✓ باقي قسمة عدد على 8 هو باقي قسمة العدد المتكون من أرقام آحاده و عشراته و مئاته على 8

✓ 956432 $\quad \begin{array}{r|l} 432 & 8 \\ 0 & 54 \end{array}$

✓ 17479 $\begin{array}{r|l} & 8 \\ & \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 479 & 8 \\ 6 & \end{array}$

الأعداد الأولية :

الأعداد الأولية :

✓ يكون العدد أوليا إذا كان له قاسمين فقط هما 1 و نفسه .

✓ كل عدد أولي هو جداء لواحد و نفسه

✓ الأعداد الأولية الأصغر من 100 هي :

2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29 –
31 – 37 – 41 – 43 – 47 – 53 – 59 – 61 – 67 –
71 – 73 – 79 – 83 – 89 – 97

✓ العدد الأولي الزوجي الوحيد هو 2

✓ يكون العدد الأكبر من 100 أوليا إذا كان لا يقبل القسمة على الأعداد الأولية الأصغر منه (نكتفي بالتثبت عندما يكون خارج قسمته أصغر من القاسم)

✓ إذا كان عدد يقبل القسمة على عددين أوليين فهو يقبل القسمة على جدائهما

$D_7 = \{1;7\}$

$7 = 1 \times 7$

$\begin{array}{r|l} 101 & 2 \\ 1 & 50 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 101 & 3 \\ 2 & 33 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 101 & 5 \\ 1 & 20 \end{array}$

$\begin{array}{r|l} 101 & 7 \\ 3 & 14 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 101 & 11 \\ 2 & 9 \end{array}$ أقل

101 عدد أولي

$\begin{array}{r|l} 165 & 3 \\ 0 & 55 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 165 & 11 \\ 0 & 15 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 165 & 33 \\ 0 & 5 \end{array}$

التفكيك إلى جداء عوامل أولية :

✓ لكل عدد غير أولي مخالف لصفر و واحد تفكيك إلى جداء عوامل أولية

✓ يمكن حساب مجهول باستعمال التفكيك إلى جداء عوامل أولية

✓ العوامل الأولية لقوى 10 هي 2 و 5

✓ $20 = 2^2 \times 5^1$ $\quad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$

✓ $x^3 = 125 = 5^3$ $\quad \begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$

$x = 5$

✓ $2^x = 8 = 2^3$ $\quad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$

$x = 3$

✓ $1000 = 2^3 \times 5^3$

قواسم عدد D_a :

✓ لكل عدد قواسم مخالفة للصفر

✓ يمكن ايجاد قواسم عدد باستعمال جدول " بيتاغور " للضرب

✓ يمكن ايجاد قواسم عدد باستعمال التفكيك إلى جداء

✓

$20 = 2^2 \times 5^1$

$1 = 2^0 \quad 5^0 = 1$

$2 = 2^1 \quad 5^1 = 5$

$4 = 2^2$

•	1	2	4
1	1	2	4
5	5	10	20

$D_{20} = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$

✓ $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$

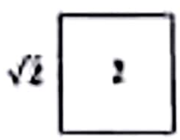
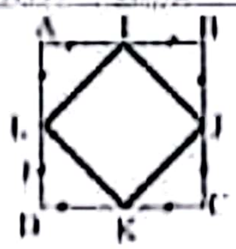
$D_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$

عدد قواسم عدد صحيح :

إذا كان $a^n \times b^k$ هو تفكيك إلى جداء عوامل أولية لـ x فإن عدد قواسمها يساوي $(n+1)(k+1)$

$20 = 2^2 \times 5^1$

عدد قواسم 20 يساوي $6 = (1+1)(2+1)$

الخلاصة	مثال
[illegible] • كل عدد يتتالى بالظهور في الكتابة بالفاصل يسمى دورا • كل عدد كسري هو عدد دوري و كل عدد دوري يمثل عددا كسريا • إذا كان الكسر غير عشري ، الدور مخالف للصفر و إذا كان الكسر عددا عشريا ، الدور يساوي صفرا و لا يكون مباشرة بعد الفاصل • دور العدد الصحيح يساوي صفرا و يكون مباشرة بعد الفاصل	$\frac{3}{11} = 0,272727... = 0,\underline{27}$ $-\frac{11}{7} = -1,\underline{571428}$ $\frac{13}{5} = 2,60000... = 2,6\underline{0}$ $-5 = -5,000... = -5,\underline{0}$
[illegible] • دور هذا العدد يتكون من 4 أرقام • باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الأول من اليسار يساوي 3 • باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الثاني من اليسار يساوي 0 • باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الثالث من اليسار يساوي 1 • باقي القسمة r على 4 لكل عدد من أعداد الصف الرابع من اليسار يساوي 2 • باقي القسمة لـ 2015 على 4 يساوي 3 إذن العدد 2015 سيكون في الصف الأول من اليسار ومنه الرقم من الدور الذي رتبته 2015 بعد الفاصل هو 8	$2,54\underline{8169} = 2,54\ 8169\ 8169\ 8169...$ 1 2 3456 78910 11... $\downarrow$ 2 , 5 4 8 1 6 9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 . . . . r = 3 0 1 2 $2015 = 4 \times 503 + 3$
[illegible] • كل عدد لا تتكرر فيه الأرقام بصفة منتظمة في كتابته بالفاصل يسمى عددا غير دوري أو عددا أصم • نرمز لمجموعة الأعداد الحقيقية بـ ℝ ولنا ℕ ⊂ ℤ ⊂ 𝔻 ⊂ ℚ ⊂ ℝ أعداده موجبة وسالبة	5,123456789101112... -3,15115111511115...
[illegible] طول ضلع مربع مساحته 2 هو العدد الأصم 1,41421356... ونرمز له بـ $\sqrt{2}$	$1,4 \times 1,4 = 1,96$ $1,41 \times 1,41 = 1,98$ $1,42 \times 1,42 = 2,016$ $1,414 \times 1,414 = 1,999$ $1,415 \times 1,415 = 2,002$ 
[illegible] • المربع ABCD طول ضلعه يساوي 2 • المثلثات الأربع متقايسة و بتقايس العناصر المتماثلة نستنتج أن IJKL مربع مساحته 2 (يعني له زاوية قائمة) • مربع مساحته 2 هو جزء من مربع كامل • $\sqrt{2}$ هو طول ضلع مربع مساحته 2 وطول وتر مثلث قائم طول ضلعيه 1 و 1	  $S_{IJKL} = S_{ABCD} - 4S_{AIL}$ $= 4 - 4 \times 0,5$ $= 2$

التعداد :

المثال	الخاصيات
(انظر أدناه)	عدد إمكانيات وضعية ،

الخاصيات

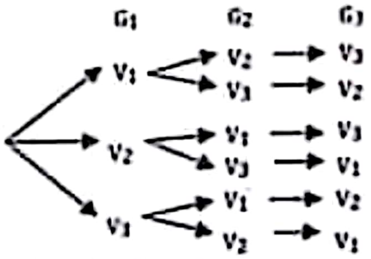
عدد إمكانيات وضعية ،

لحساب عدد إمكانيات وضعية :

- ✓ نرسم شجرة اختيار
- ✓ نرسم جدولا

المثال

✓ وضع 3 سيارات في 3 مستودعات



$3 \times 2 \times 1 = 6$

✓ رمي حجر النرد مرتين متتاليتين

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

36 إمكانية

الخاصيات

السحب العشوائي ،

بكيس 3 كويرات كتب عليها a ، b و c

- ✓ السحب المتتالي مع الإرجاع :
- ✓ السحب المتتالي دون إرجاع :

(تؤخذ بعين الاعتبار الترتيب فيهما)

- ✓ السحب المتزامن :

المثال

	a	b	c
a	a,a	a,b	a,c
b	b,a	b,b	b,c
c	c,a	c,b	c,c

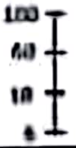
9 إمكانيات

	a	b	c
a		a,b	a,c
b	b,a		b,c
c	c,a	c,b	

6 إمكانيات

	a	b	c
a		a,b	a,c
b			b,c
c			

3 إمكانيات

القاسم المشترك الأكبر : ق . م . أ ✓ ق . م . أ (a و b) هو أكبر عنصر في المجموعة $D_a \cap D_b$ ✓ $D_a \cap D_b = D_{\text{ق.م.أ}}$ ✓ ق . م . أ (a و b) هو جداء العوامل الأولية المشتركة ذات الأصغر دليل ✓ إذا كان ليست هناك عوامل مشتركة فإن 1 = ق . م . أ (a و b) " نقول أن a و b أوليان فيما بينهما " ✓ إذا كان a يقسم b فإن a = ق.م.أ (a و b)	✓ $D_{18} = \{1;2;3;6;9;18\}$ $D_{24} = \{1;2;3;4;6;8;12;24\}$ $D_{18} \cap D_{24} = \{1;2;3;6\}$ ق.م.أ (24;18) = 6 ✓ $D_{18} \cap D_{24} = D_6$ ✓ $18 = 2^1 \times 3^2$ $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ ق.م.أ (60;18) = $2^1 \times 3^1 = 6$ ✓ $14 = 2^1 \times 7^1$ $15 = 3^1 \times 5^1$ ق.م.أ (15;14) = 1 ✓ ق.م.أ (20;10) = 10
المضاعف المشترك الأصغر : م . م . أ ✓ مضاعفات a هي $M_a = \{0; a; 2a; ...\}$ ✓ م.م.أ (a و b) هو أصغر عنصر مخالف للصفر في المجموعة $M_a \cap M_b$ ✓ $M_a \cap M_b = M_{\text{م.م.أ}}$ ✓ م.م.أ (a و b) هو جداء العوامل المشتركة والغير مشتركة ذات الأكبر دليل ✓ إذا كان ليست هناك عوامل مشتركة فإن ab = م . م . أ (a و b) ✓ إذا كان a يقسم b فإن b = م.م.أ (a و b)	✓ $M_4 = \{0;4;8;12;16;20;24;28;...\}$ $M_6 = \{0;6;12;18;24;30;36;...\}$ $M_4 \cap M_6 = \{0;12;24;...\}$ ✓ م.م.أ (6;4) = 12 ✓ $M_4 \cap M_6 = M_{12}$ ✓ $18 = 2^1 \times 3^2$; $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ م.م.أ (60;18) = $2^2 \times 3^2 \times 5^1 = 180$ ✓ $14 = 2^1 \times 7^1$; $15 = 3^1 \times 5^1$ م.م.أ (15;14) = $14 \times 15 = 210$ ✓ م.م.أ (20;10) = 20
خاصية مميزة : ab = ق. م .أ (a و b) × م. م .أ (a و b) " جداء الطرفين يساوي جداء الوسطين "	ق.م.أ (60;18) = 6 م.م.أ (60;18) = 180 $18 \times 60 = 6 \times 180$ 

قابلية القسمة على 6 – 12 – 15 :

الخاصيات	مثال
القسمة على 6 : يكون العدد قابلا للقسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 و 3 في نفس الوقت	75912
القسمة على 12 : يكون العدد قابلا للقسمة على 12 إذا كان يقبل القسمة على 3 و 4 في نفس الوقت	92532
القسمة على 15 : يكون العدد قابلا للقسمة على 15 إذا كان يقبل القسمة على 3 و 5 في نفس الوقت	117405
قسمة أعداد ماله قوى : نفكك العدد إلى جداء عوامل	$2^{2015} + 2^{2012}$ $= 2^{2012} \times 2^3 + 2^{2012} \times 1$ $= 2^{2012} \times (2^3 + 1)$ $= 2^{2012} \times 9$ إذن العدد يقبل القسمة على 9
قسمة أعداد مجهولة : نفكك العدد إلى جداء عوامل	$3n + 6 = 3n + 3 \times 2$ $= 3(n + 2)$ إذن العدد يقبل القسمة على 3

الضرب :

ضرب أعداد جذرية متماثلة : بما ان $\sqrt{a}$ هي طول ضلع مربع مساحته a فان $\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$	✓ $\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$ ✓ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ ✓ $-5\sqrt{3}\times\left(-\frac{5}{2}\sqrt{3}\right)\times\sqrt{3}$ $=+5\times\frac{5}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$ $=\frac{25}{2}\times3\sqrt{3}=\frac{75}{2}\sqrt{3}$
ضرب أعداد جذرية مختلفة : a و b أعداد كسرية موجبة $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	✓ $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ ✓ $-2\sqrt{2}\times(-3\sqrt{8})=+6\sqrt{16}$ $=6\times4=24$ ✓ $\sqrt{12}=\sqrt{2}\sqrt{6}=\sqrt{4}\sqrt{3}$
ضرب الأعداد الحقيقية : ✓ خاصيات ضرب الأعداد الحقيقية في R هي نفسها في Q : التبديلية والتجميعية والعنصر المحايد والماص ✓ جداء عددين سالبين هو عدد موجب ✓ جداء عددين مختلفيْ العلامة هو عدد سالب	✓ $\frac{5}{2}\sqrt{3}\times(-7\sqrt{8}\times2\sqrt{3})$ $=\frac{5}{2}\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times(-7\sqrt{8})$ $=5\times3\times(-7\sqrt{8})$ $=-105\sqrt{4}\sqrt{2}$ $=-105\times2\sqrt{2}=-210\sqrt{2}$ ✓ $-3\sqrt{2}\times(-4\sqrt{6})=+12\sqrt{12}$ ✓ $-\frac{3}{2}\sqrt{11}\times7\sqrt{10}=-\frac{21}{2}\sqrt{110}$
النشر : ضرب الأعداد الحقيقية المركبة ✓ العامل البسيط : $-a(-b+c)=+ab-ac$ ✓ العامل المركب : $(-a+b)(-c+d)=+ac-ad-bc+bd$	✓ $-5\sqrt{5}(-3\sqrt{3}+2\sqrt{2})$ $=+5\times3\sqrt{5}\sqrt{3}-5\times2\sqrt{5}\sqrt{2}$ $=15\sqrt{15}-10\sqrt{10}$ ✓ $(-\sqrt{2}+2)\left(-\frac{5}{2}+3\sqrt{3}\right)$ $=+\frac{5}{2}\sqrt{2}-3\sqrt{2}\sqrt{3}-2\times\frac{5}{2}+2\times3\sqrt{3}$ $=\frac{5}{2}\sqrt{2}-3\sqrt{6}-5+6\sqrt{3}$ $=-5+\frac{5}{2}\sqrt{2}+6\sqrt{3}-3\sqrt{6}$
التفكيك : ✓ العامل البسيط : $ab+ac=a(b+c)$ ✓ العامل المركب : $a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y)$ $=(x-y)(a-b)$	✓ $2-\sqrt{2}=\sqrt{2}\sqrt{2}-1\times\sqrt{2}$ $=\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$ ✓ $6-\sqrt{45}=3\times2-\sqrt{9}\sqrt{5}$ $=3\times2-3\sqrt{5}$ $=3(2-\sqrt{5})$ ✓ $7(\pi-2)-\sqrt{5}(2-\pi)$ $=7(\pi-2)+\sqrt{5}(\pi-2)$ $=(\pi-2)(7+\sqrt{5})$
العنصر الماص : ✓ $ab=0$ يعني $a=0$ أو $b=0$ ✓ $ab\neq0$ يعني $a\neq0$ و $b\neq0$	✓ $\sqrt{2}x=0$ $x=0$ ✓ $(x-1)(x+\sqrt{5})=0$ $x-1=0$ $x+\sqrt{5}=0$ $x=1$ $x=-\sqrt{5}$
كتابة عدد حقيقي بمقام عدد صحيح : نعتمد العلاقتين : ✓ $\sqrt{a}\sqrt{a}=a$ ✓ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=a-b$	✓ $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ✓ $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$ $=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5+\sqrt{10}-\sqrt{10}-2}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$

الجبر

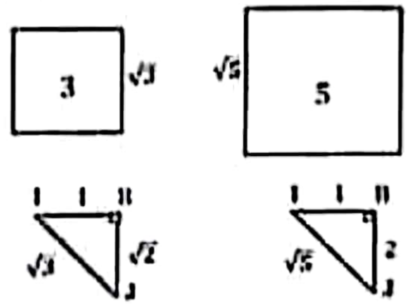
العمليات في $\mathbb{R}$

الجمع و الطرح :

الخاصيات	المثال
العمليات في مجموعة الأعداد الدورية : خاصيات التعامل مع الأعداد الدورية هي نفسها مع الأعداد الكسرية	✓ $1,\underline{3}+5,\underline{4}=6,\underline{7}$ ✓ $0,\underline{2}-4,\underline{8}=-4,\underline{6}$ ✓ $-3\times 1,\underline{5}=-4,\underline{5}$ ✓ $(x\in\mathbb{N})$ $x,\underline{9}=x+1$; $3,\underline{9}=4$ $-x,\underline{9}=-x-1$; $-2,\underline{9}=-3$
الأعداد الصماء البسيطة : (صماء - عادية) ✓ لا يمكن اختصار عملية لعدد أصم وعدد كسري فنحصل على أعداد صماء مركبة ✓ يمكن في بعض الحالات اختزال جذاء أو قسمة لعدد كسري و عدد أصم	✓ $3+\sqrt{2}$; $-3,5+\sqrt{6}$; $-\frac{1}{2}-\sqrt{2}$; $3\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{5}}{2}$; $\frac{3+\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$ ✓ • $1\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$ • $0\times(-\sqrt{2})=0$ • $5\times\frac{\sqrt{3}}{5}=\sqrt{3}$; $\frac{2}{5}\times\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$ • $\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}=\sqrt{2}\times\frac{3}{\sqrt{2}}=3$
الأعداد الصماء البسيطة : (صماء - صماء) ✓ لا يمكن اختصار مجموع و فرق لأعداد صماء مختلفة ✓ يمكن اختصار مجموع أو فرق لأعداد صماء متماثلة	✓ $\sqrt{2}+\sqrt{3}$; $-2\sqrt{7}-\sqrt{5}$ ✓ • $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{2}(1+1+1)$ $=3\sqrt{2}$ • $-2\sqrt{11}-3\sqrt{11}=-5\sqrt{11}$ • $\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{6}-\frac{3\sqrt{5}}{6}=-\frac{\sqrt{5}}{6}$ • $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{6}+\frac{2\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$
جمع و طرح الأعداد الحقيقية : خاصيات الجمع و الطرح في $\mathbb{R}$ هي نفسها في $\mathbb{Q}$: التبديلية و التجميعية و العنصر المحايد و نزع الأقواس و المعقفات المسبوقة بعلامتي "−" و "+"	$1-[-\sqrt{2}+(-\pi+2)]-(2\sqrt{2}-\pi)$ $=1-[-\sqrt{2}-\pi+2]-2\sqrt{2}+\pi$ $=1+\sqrt{2}+\pi-2-2\sqrt{2}+\pi$ $=1-2+\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\pi+\pi$ $=-1-\sqrt{2}+2\pi$
المقابل : ✓ لكل عدد حقيقي a مقابل نرمز له بـ $-a$ و لنا مجموع عدد حقيقي و مقابله يساوي صفرا $a+(-a)=0$ ✓ مقابل $(a-b)$ هو $(b-a)$ و نكتب $-(a-b)=(b-a)$ ✓ عددان حقيقيان x و y متقابلان يعني مجموعهما يساوي صفرا : $x+y=0$	✓ $-(+\sqrt{2})=-\sqrt{2}$ $-(-\sqrt{2})=+\sqrt{2}$ ✓ $-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ ✓ $(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ $=\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}$ $=-\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}$ $=0$
مسألة مجهول : نضع المجهول على اليسار و المعلوم على اليمين مع تغيير علامات الحدود التي نقلت	$-2x+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ $-2x=2\sqrt{2}-\sqrt{2}$ $-2x=\sqrt{2}$ $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

حصر و رموز بعض الأعداد الصماء :

- ✓ طول ضلع مربع مساحته 5 هو العدد الأصم (الغير دوري) $\sqrt{5} = 2,2 \ldots$
- ✓ $\sqrt{5}$ هو طول وتر مثلث قائم ضلعاه 1 و $2 = \sqrt{4}$
- ✓ طول ضلع مربع مساحته 3 هو العدد الأصم (الغير دوري) $\sqrt{3} = 1,7 \ldots$
- ✓ $\sqrt{3}$ هو طول وتر مثلث قائم ضلعاه 1 و $\sqrt{2}$
- ✓ نرمز للعدد ... 3,14159265 بـ π



القيمة التقريبية لبعض الأعداد الصماء :

$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

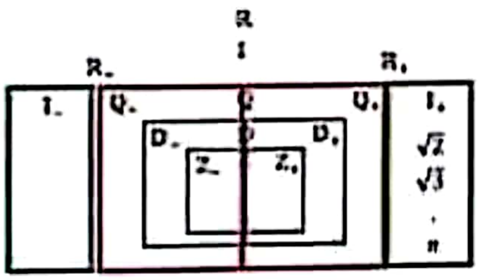
1,4 : قيمة تقريبية بالنقصان لـ $\sqrt{2}$

1,5 : قيمة تقريبية بالزيادة لـ $\sqrt{2}$

أصم	مربع كامل
	$\sqrt{0} = 0$
	$\sqrt{1} = 1$
$\sqrt{2} = 1,4 \ldots$	
$\sqrt{3} = 1,7 \ldots$	
	$\sqrt{4} = 2$
$\sqrt{5} = 2,2 \ldots$	
$\sqrt{6} = 2,4 \ldots$	
$\sqrt{7} = 2,6 \ldots$	
$\sqrt{8} = 2,8 \ldots$	$\sqrt{9} = 3$
$\sqrt{10} = 3,1 \ldots$	
	$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{65} = 8, \ldots$	
$\pi = 3,1415 \ldots$	

الأعداد الحقيقية :

- ✓ اتحاد مجموعة الأعداد الصماء $\mathbb{I}$ (الغير دورية) ومجموعة الأعداد الكسرية $\mathbb{Q}$ (الدورية) هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ و تكتب $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ ولنا $\mathbb{Q}_- \cup \mathbb{I}_- = \mathbb{R}_-$ و $\mathbb{Q}_+ \cup \mathbb{I}_+ = \mathbb{R}_+$
- ✓ ليس كل عدد يحتوي على الرمز $\sqrt{}$ هو عدد أصم بل $\sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$ هو عدد كسري
- ✓ كل عدد (صحيح ، عشري ، كسري ، أصم) هو حقيقي
- ✓ الكتابة $\sqrt{-5}$ ليس لها معنى



$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}_+ \cup \mathbb{R}_-$; $\mathbb{R}_+ \cap \mathbb{R}_- = \{0\}$

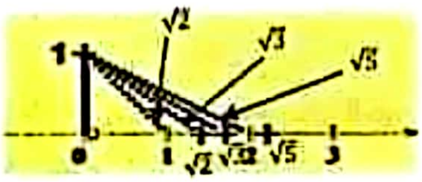
$\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$; $\mathbb{I}_- \cap \mathbb{I}_+ = \emptyset$

$\sqrt{2} \in \mathbb{I}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$

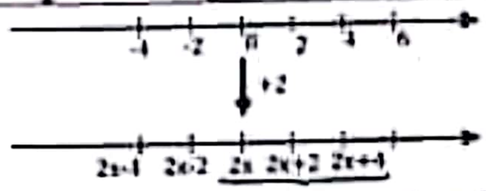
$-\sqrt{0,04} \in \mathbb{D}$; $3 \notin \mathbb{I}$; $-\pi \in \mathbb{I}$

تعيين عدد أصم على مستقيم عددي :

نقيس الوتر بالبركار و نضع شوكته في الصفر ثم نعين العدد



العبارات الجبرية

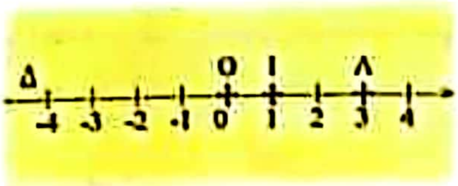
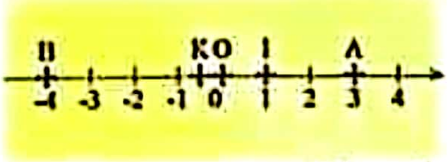
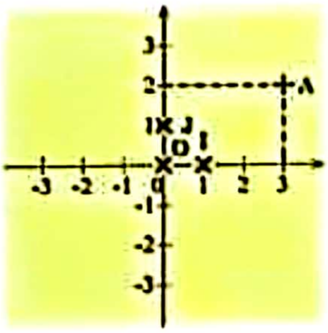
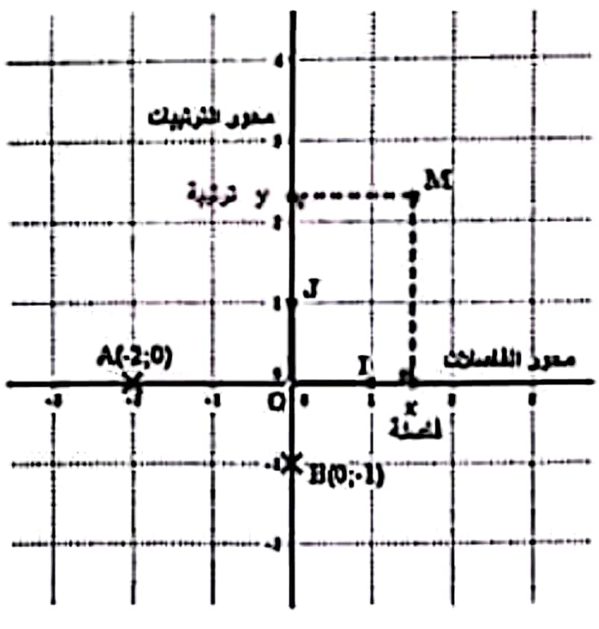
الخاصيات	المثال
أنواع العبارات : ✓ متعددة الحدود ذات ضوارب صحيحة و كسرية ✓ كسرية ✓ جذرية	✓ $E = -2x^2 + 3x - 1$ $F = \frac{1}{2}a + b - ab$ ✓ $A = \frac{x+2}{\lvert x\rvert+1}$ ✓ $B = \sqrt{x^2 + 2}$
حساب عبارة : نقوم بتعويض المجهول بالعدد المعطى و نطبق أولوية العمليات	$x = \frac{1}{2}$ $E = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \frac{1}{2} - 1$ $= -2 \times \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 1$ $= -\frac{2}{4} + \frac{6}{4} - \frac{4}{4} = 0$
النشر : - البسيط : $-a(-b + c) = +ab - ac$ - المركب : $(-a + b)(c - d) = -ac + ad + bc - bd$ - بالجداءات المعتبرة : ✓ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ✓ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ✓ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$	✓ $-2x\left(-3y + \frac{1}{3}x\right) = +6xy - \frac{2}{3}x^2$ ✓ $(-2 + x)\left(-\frac{1}{2}x + 3\right)$ $= +2 \times \frac{1}{2}x - 2 \times 3 - \frac{1}{2}xx + 3x$ $= +x - 6 - \frac{1}{2}x^2 + 3x$ $= -\frac{1}{2}x^2 + x + 3x - 6$ $= -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6$ ✓ $\left(x - \sqrt{2}\right)^2 = x^2 - 2\sqrt{2}x + \sqrt{2}^2$ $= x^2 - 2\sqrt{2}x + 2$ $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1^2$ $= x^2 - 1$
التحليل : - البسيط : $-ab + ac = -a(b - c)$ - المركب : $a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$ - بالجداءات المعتبرة : ✓ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ✓ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ ✓ $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	✓ $-x^2 + 2x = -xx + 2x = -x(x - 2)$ ✓ $5(x - 4) + x(4 - x)$ $= 5(x - 4) - x(x - 4)$ $= (x - 4)(5 - x)$ ✓ $9x^2 + 6x + 1$ $= (3x)^2 + 2 \times 3x + 1^2$ $= (3x + 1)^2$ $x^2 - 5 = x^2 - \sqrt{5}^2$ $= \left(x - \sqrt{5}\right)\left(x + \sqrt{5}\right)$
الاختصار : نقوم بتجميع الحدود من نفس الدرجة أو من نفس المجهول	$-3x^2 + 2 - \frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{1}{2}$ $= -3x^2 - \frac{1}{2}x^2 + 5x + 2 - \frac{1}{2}$ $= x^2\left(-3 - \frac{1}{2}\right) + 5x + \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$ $= x^2\left(-\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right) + 5x + \frac{3}{2}$ $= -\frac{7}{2}x^2 + 5x + \frac{3}{2}$
تحويل مسألة إلى عبارة : - تسمية المطلوب بالمجهول x أو n أو ... - تحويل المعطيات بدلالة المجهول أمثلة : ✓ S هي مجموعة 3 أعداد زوجية متتالية ✓ a هي مساحة مستطيل أبعاده $x + 1$ و $x - 1$	 ✓ $S = 2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 6x + 6$ ✓ $a = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$

الخاصيات	المثال
المقارنة و الفرق : ✓ $A - B \leq 0$ يعني $A \leq B$ ✓ $A - B \geq 0$ يعني $A \geq B$	$(-2\sqrt{3}+\sqrt{2})-(-\sqrt{3}+\sqrt{2})$ $= -2\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$ $= -\sqrt{3} \in \mathbb{R}_-$ $-2\sqrt{3}+\sqrt{2} \leq -\sqrt{3}+\sqrt{2}$
المقارنة و الجذر : $\sqrt{x} \leq \sqrt{y}$ يعني $x \leq y$ (x و y أعداد حقيقية موجبة)	$2 \leq 3$ $\sqrt{2} \leq \sqrt{3}$
المقارنة و القوة : ✓ $x^2 \leq y^2$ يعني $x \leq y$ (x و y موجبان) ✓ $x^2 \leq y^2$ يعني $x \geq y$ (x و y سالبان) ✓ لا يمكن مقارنة عدد سالب و موجب باستعمال القوة	$2\sqrt{3}$ $3\sqrt{2}$ ⋮ $-2\sqrt{5}$ $-5\sqrt{2}$ $(2\sqrt{3})^2$ $(3\sqrt{2})^2$ ⋮ $(-2\sqrt{5})^2$ $(-5\sqrt{2})^2$ 12 18 ⋮ 20 50 $2\sqrt{3} \leq 3\sqrt{2}$ ⋮ $-2\sqrt{5} \geq -5\sqrt{2}$ $-5 < \sqrt{2}$ $-1 < \sqrt{3}$ $(-5)^2$ $\sqrt{2}^2$ $(-1)^2$ $\sqrt{3}^2$ $25 > 2$ $1 < 3$
المقارنة و المقابل : $-x \geq -y$ يعني $x \leq y$	$\sqrt{2} \leq \sqrt{3}$ $-\sqrt{2} \geq -\sqrt{3}$
المقارنة و الجمع : ✓ $x + a \leq y + a$ يعني $x \leq y$ ✓ $x + a \leq y + b$ إذا $a \leq b$ و $x \leq y$ (العكس لا يكون دائما صحيحا) ——— لا يمكن أن نطرح الأطراف في المقارنة بل : $x - y = x + (-y)$	✓ $\sqrt{2} \leq \sqrt{3}$ $\sqrt{2}+1 \leq \sqrt{3}+1$ ✓ $2\sqrt{3} \leq 3\sqrt{2}$ $\sqrt{5} \leq \sqrt{6}$ $2\sqrt{3}+\sqrt{5} \leq 3\sqrt{2}+\sqrt{6}$ ✓ $3 \leq 9$ $1 \leq 9$ $3-1 \leq 9-9$ $2 \leq 0$ (خطأ)
المقارنة و الضرب : ✓ $ax \leq ay$ يعني $x \leq y$ (a موجب) ✓ $ax \geq ay$ يعني $x \leq y$ (a سالب) ✓ $a \leq b$ و $x \leq y$ إذا $ax \leq by$ (a و x موجبان)	✓ $\sqrt{5} \leq \sqrt{8}$ ⋮ $\sqrt{2} \leq \sqrt{6}$ $2\sqrt{5} \leq 2\sqrt{8}$ ⋮ $-2\sqrt{2} \geq -2\sqrt{6}$ ✓ $\sqrt{2} \leq \sqrt{3}$ و $5 \leq 7$ إذا $5\sqrt{2} \leq 7\sqrt{3}$
المقارنة و المقلوب : $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{y}$ يعني $x \leq y$ (x و y مخالفان للصفر و لهما نفس العلامة) ——— لا يمكن أن نقسم الأطراف في المقارنة بل : $\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$	✓ $1+\sqrt{3} \leq 2+\sqrt{5}$ $\frac{1}{1+\sqrt{3}} \geq \frac{1}{2+\sqrt{5}}$ ✓ $3 \leq 9$: $1 \leq 9$ $\frac{3}{1} \leq \frac{9}{9}$ $3 \leq 1$ (خطأ) ✓ $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}} = \sqrt{2} \times \frac{1}{1+\sqrt{3}}$
المقارنة و التركيب : نستعين بأغلبية طرق المقارنة	$\sqrt{2} \leq \sqrt{3}$ $-2\sqrt{2} \geq -2\sqrt{3}$ $-2\sqrt{2}+(-1) \geq -2\sqrt{3}+(-1)$ $\frac{1}{-2\sqrt{2}-1} \leq \frac{1}{-2\sqrt{3}-1}$ $\frac{\sqrt{5}}{-2\sqrt{2}-1} \leq \frac{\sqrt{5}}{-2\sqrt{3}-1}$

القسمة :

المقلوب : ✓ لكل عدد حقيقي a مخالف للصفر مقلوب لرمز له بـ $\frac{1}{a}$ ✓ جداء عدد و مقلوبه يساوي 1 ✓ a مقلوب b يعني $ab = 1$	✓ $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$ $= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3+\sqrt{6}-\sqrt{6}-2}$ $= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$ ✓ $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 1$ ✓ $\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$
القسمة : التقنيات المعتمدة في القسمة في $\mathbb{R}$ هي نفسها المعتمدة في $\mathbb{Q}$	$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{3}{2\sqrt{7}}$
اختزال عدد حقيقي : $a = \frac{ac}{c}$ حيث c عامل	$\frac{-2-\sqrt{8}}{6} = \frac{-2-\sqrt{4}\sqrt{2}}{2\times3}$ $= \frac{-2-2\sqrt{2}}{2\times3}$ $= \frac{2(-1-\sqrt{2})}{2\times3} = \frac{-1-\sqrt{2}}{3}$
القيمة المطلقة : ✓ $\|x\| = x$ إذا كان $x \in \mathbb{R}_+$ ✓ $\|x\| = -x$ إذا كان $x \in \mathbb{R}_-$ ✓ $\|x\| = a$ حيث a موجب يعني $x = a$ أو $x = -a$ ✓ $\|ab\| = \|a\|\|b\|$ ✓ $\left\|\frac{a}{b}\right\| = \frac{\|a\|}{\|b\|}$ $(b \neq 0)$	✓ $\|3-\sqrt{3}\| = 3-\sqrt{3}$ ✓ $\|2-\sqrt{5}\| = -(2-\sqrt{5})$ $= -2+\sqrt{5}$ $= \sqrt{5}-2$ ✓ $\|x\| = \sqrt{2}-1$ $x = 1-\sqrt{2}$ $x = \sqrt{2}-1$ ✓ $\|(-1-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)\|$ $= \|-1-\sqrt{2}\|\|\sqrt{2}-1\|$ $= (1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)$ $= 1$ ✓ $\left\|\frac{-2}{1-\sqrt{2}}\right\| = \frac{\|-2\|}{\|1-\sqrt{2}\|} = \frac{2}{\sqrt{2}-1}$
خاصيات الجذر التربيعي : ✓ $(\sqrt{a})^2 = a$ (a موجب) ✓ $\sqrt{a^2} = \|a\|$ ✓ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ (a و b موجبان) ✓ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ (a و b موجبان) ✓ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ يعني $a = b$ (a و b موجبان)	✓ $(\sqrt{5})^2 = 5$ ✓ $\sqrt{(-7)^2} = \|-7\| = 7$ ✓ • $\sqrt{32} = \sqrt{16}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ • $\sqrt{75}-\sqrt{12}-\sqrt{27}$ $= \sqrt{25}\sqrt{3}-\sqrt{4}\sqrt{3}-\sqrt{9}\sqrt{3}$ $= 5\sqrt{3}-2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ $= \sqrt{3}(5-2-3) = 0$ ✓ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ ✓ $\sqrt{x} = 2$ $\sqrt{x} = \sqrt{4}$ $x = 4$

التعيين في المستوي

الخاصيات	الشكل
معين من مستقيم : – Δ مستقيم مدرج – O أصل التدريج – I النقطة الواحدية – البعد OI هو وحدة التدريج – (O,I) مُعيّن مستقيم – العدد 3 يمثل فاصلة A ونكتب $x_A = 3$ و $A(3)$	
البعد : – البعد $AB = \|x_B - x_A\| . OI$ – K منتصف [AB] يعني $x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$ – إذا كانت M(x) تحقق $MA + MB = a$ فإن $(\|x - x_A\| + \|x - x_B\|) . OI = a$	 $x_K = \frac{-4+3}{2} = -\frac{1}{2}$
معين من المستوي : – (OI) محور الفاصلات – (OJ) محور الترتيبات – (O,I,J) مُعيّن من المستوي ✓ 3 هي فاصلة A و 2 هي ترتيبة A ✓ (3;2) إحداثيات A و تكتب $(x_A ; y_A) = (3;2)$ و $A(3;2)$	 (O,I,J)
قراءة احداثيات نقطة في معين متعامد : – ✓ (O,I,J) معين متعامد حيث $OI = OJ$ ✓ يوجد معين متعامد حيث $OI \neq OJ$ ✓ لقراءة احداثيات نقطة في معين متعامد نبني المساقط العمودية لها على محوريْ الفاصلات و الترتيبات – ✓ كل نقطة من محور الفاصلات احداثياتها هي $(x;0)$ ✓ كل نقطة من محور الترتيبات احداثياتها هي $(0;y)$	

معادلات يؤول حلها إلى معادلة من الدرجة الأولى .

✓ تحويل كل الحدود إلى اليسار ثم التفكيك بالعامل المشترك أو المتطابقات الشهيرة

✓ استعمال خاصية العنصر الماص:

($ab = 0$ يعني $a = 0$ أو $b = 0$)

✓ $5x^2 + x = 0$

$x(5 + x) = 0$

$x = 0 \quad ; \quad 5 + x = 0$

$x = 0 \quad ; x = 0 - 5 = -5$

$S_R = \{-5; 0\}$

✓ $2(x - 3) = x(3 - x)$

$2(x - 3) - x(3 - x) = 0$

$2(x - 3) + x(x - 3) = 0$

$(x - 3)(2 + x) = 0$

$x - 3 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0$

$x = 3 \; ; x = -2 \qquad S_R = \{-2; 3\}$

✓① $x^2 = 4$

$x^2 = 2^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{2^2}$

$|x| = |2|$

$|x| = 2$

$x = -2 \quad ; \quad x = 2$

$S_R = \{-2; 2\}$

② $x^2 = 4$

$x^2 - 2^2 = 0$

$(x - 2)(x + 2) = 0$

$x - 2 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0$

$x = 2 \quad ; \quad x = -2$

$S_R = \{-2; 2\}$

✓ $9x^2 + 1 = 6x$

$9x^2 - 6x + 1 = 0$

$(3x)^2 - 2 \times 3x + 1^2 = 0$

$(3x - 1)^2 = 0$

$3x - 1 = 0$

$x = \frac{1}{3} \qquad S_R = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

مسائل يؤول حلها إلى معادلات .

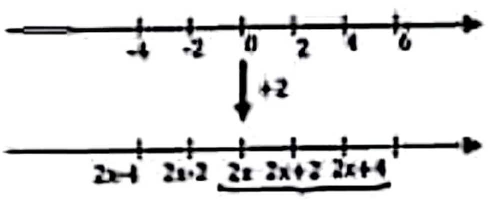
✓ تسمية المطلوب بالمجهول x أو n أو ...

✓ تحويل المعطيات بدلالة المجهول

✓ وضع المعادلة و حلها

✓ التحقق

مجموع 3 أعداد زوجية متتالية يساوي 12



✓ العدد الذي نبحث عنه هو x

✓ 3 أعداد زوجية متتالية هي 2x ؛ 2x+2 و 2x+4

$2x + (2x + 2) + (2x + 4) = 12$ ✓

$6x + 6 = 12$

$6x = 12 - 6$

$6x = 6$

$x = \frac{6}{6} = 1$

$2x = 2 \times 1 = 2$

$2x + 2 = 2 \times 1 + 2 = 4$

$2x + 4 = 2 \times 1 + 4 = 6$

$S = 2 + 4 + 6 = 12$ ✓

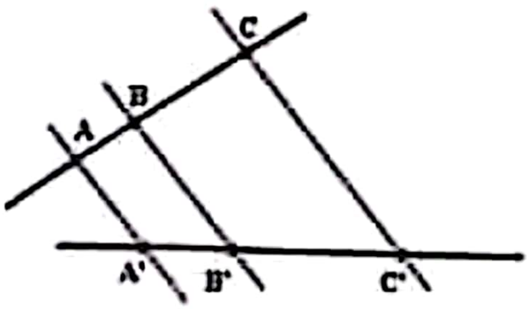
المعادلات

المثال	الخاصيات
✓ $x+2=\sqrt{7}$ $x=\sqrt{7}-2 \qquad S_{\mathbb{R}}=\{\sqrt{7}-2\}$ $S_{\mathbb{Q}}=\emptyset \quad ; \quad S_{\mathbb{Z}}=\emptyset \quad ; \quad S_{\mathbb{N}}=\emptyset$ ✓ $-3x=12$ $x=\frac{12}{-3}=-4 \qquad S_{\mathbb{R}}=\{-4\}$	المعادلات الأساسية : ✓ المجهول حد : $x+a=b$ يعني $x=b-a$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\{b-a\}$ ✓ المجهول عامل : $ax=b$ يعني $x=\frac{b}{a}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{b}{a}\right\}$ ✓ $b-a$ و $\frac{b}{a}$ تسمى حلول المعادلة
✓ $-2x+1=-5x-2$ $-2x+5x=-2-1$ $3x=-3$ $x=-\frac{3}{3}=-1 \qquad S_{\mathbb{R}}=\{-1\}$ ✓ $3(-x+1)=-(x-3)+2$ $-3x+3=-x+3+2$ $-3x+x=3+2-3$ $-2x=2$ $x=\frac{2}{-2}=-1 \qquad S_{\mathbb{R}}=\{-1\}$ ✓ $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{6}x+1$ $\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}=-\frac{5}{6}x+1$ $\frac{1}{2}x+\frac{5}{6}x=1+\frac{1}{6}$ $\frac{8}{6}x=\frac{7}{6}$ $x=\frac{\frac{7}{6}}{\frac{8}{6}}=\frac{7}{6}\times\frac{6}{8}=\frac{7}{8} \qquad S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{7}{8}\right\}$ ✓ $\frac{x+1}{3}-\frac{x-2}{2}=\frac{1}{6}x+2$ $\frac{2(x+1)}{6}-\frac{3(x-2)}{6}=\frac{1}{6}x+\frac{12}{6}$ $2(x+1)-3(x-2)=1x+12$ $2x+2-3x+6=1x+12$ $2x-3x-1x=12-2-6$ $-2x=-4$ $x=\frac{-4}{-2}=2 \qquad S_{\mathbb{R}}=\{2\}$ ✓ $\|x+2\|=5$ $x+2=-5 \qquad x+2=5$ $x=-5-2 \qquad x=5-2$ $x=-7 \qquad x=3 \qquad S_{\mathbb{R}}=\{-7;3\}$	معادلات من الدرجة الأولى : ✓ بسيطة : نضع المجهول على اليسار و المعلوم على اليمين مع تغيير علامات الحدود التي وقع نقلها ✓ ذات أقواس : نقوم بعملية النشر ثم إتباع مراحل المعادلة البسيطة ✓ ذات كسور بسيطة : نقوم بعملية النشر ثم توحيد المقامات ثم إتباع مراحل المعادلة البسيطة ✓ ذات كسور مركبة : – نضع البسوط المركبة بين قوسين ثم توحيد المقامات وحذفها ثم عملية النشر وإتباع مراحل المعادلة البسيطة – تحويلها إلى كسور بسيطة $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ – جذاء الطرفين يساوي جذاء الوسطين : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $ad=bc$ ✓ ذات قيمة مطلقة : – تحويلها إلى معادلتين : $\|A\|=\|B\|$ يعني $A=B$ أو $A=-B$ – استعمال الخاصية : $\|A\|=\|B\|$ يعني $A^2=B^2$
✓ $-3(x+2)=-3x+1$ $-3x-6=-3x+1$ $-3x+3x=1+6$ $0=7$ (خطأ) $\qquad S_{\mathbb{R}}=\emptyset$ ✓ $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{3}=\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}$ $\frac{3x}{6}-\frac{2(x+1)}{6}=\frac{1}{6}x-\frac{2}{6}$ $3x-2(x+1)=1x-2$ $3x-2x-2=1x-2$ $1x-1x=-2+2$ $0=0$ (صواب) $S_{\mathbb{R}}=\mathbb{R}$	معادلات خاصة :

مبرهنة " طالس " العامة :

$(AA') \,//\, (BB') \,//\, (CC')$

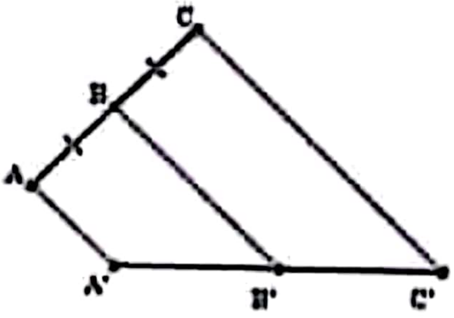
إذن $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$



المحافظة على المنتصف :

$(AA') \,//\, (BB') \,//\, (CC')$ و B منتصف $[AC]$

فإن B' منتصف $[A'C']$ (نقول أن الإسقاط يحافظ على المنتصف)



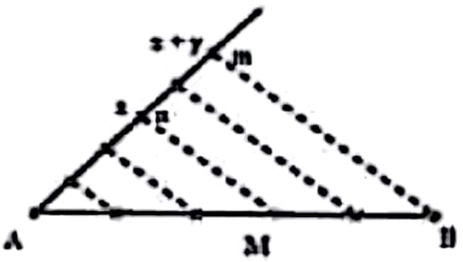
تقسيم قطعة مستقيم إلى أجزاء متقايسة وتعيين نقطة منها :

- لتعيين نقطة M من $[AB]$ حيث $AM = \frac{n}{m}AB$ أو $\frac{A}{x} = \frac{MB}{y}$

و $(x + y = m)$ لتقسيم القطعة إلى m جزء متقايسة

- لحساب بعد نعتمد خاصية التناسب الطردي

$\frac{AM}{x} = \frac{MB}{y} = \frac{AM+MB}{x+y} = \frac{AB}{m}$

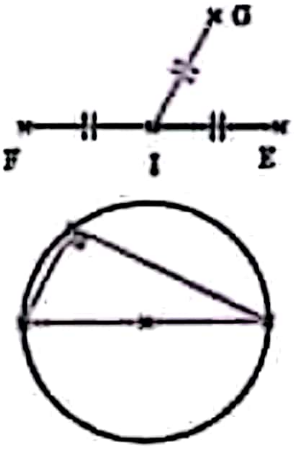


المثلث القائم و الدائرة المحيطة به :

- I منتصف $[EF]$ و $IE = IF = IG$

فإن المثلث EGF قائم في G و $IG = \frac{EF}{2}$

- كل مثلث يقبل الارتسام في دائرة وضلعه قطر لها هو قائم



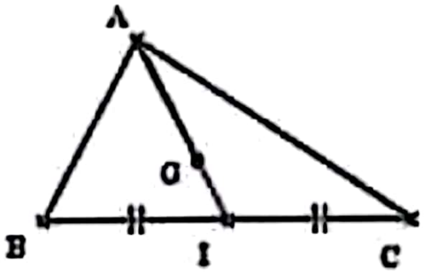
مركز ثقل المثلث :

- الموسط هو قطعة مستقيم تربط بين قمة المثلث و منتصف الضلع المقابل لها

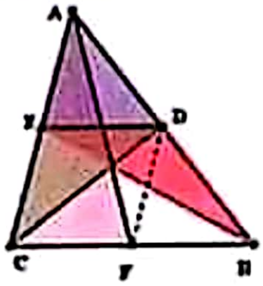
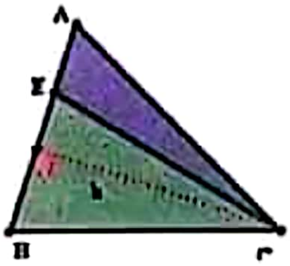
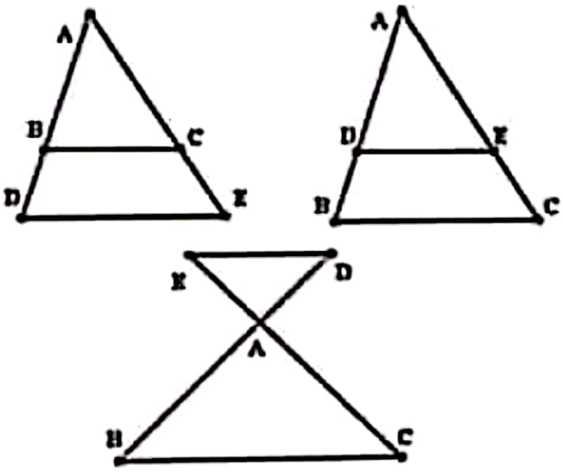
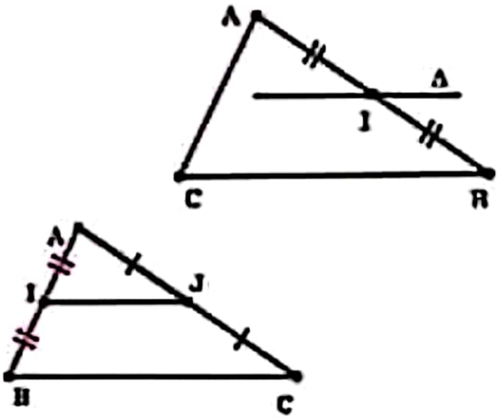
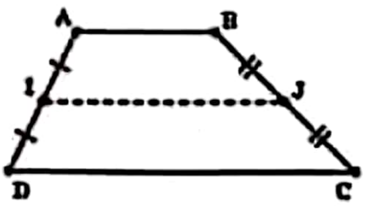
- نقطة تقاطع موسطات المثلث هي مركز ثقله

- ABC مثلث و G مركز ثقله فإن $AG = \frac{2}{3}AI$ (أو $IG = \frac{1}{3}IA$)

- إذا كانت نقطة G من الموسط $[IA]$ للمثلث ABC و تحقق $IG = \frac{1}{3}IA$ فهي مركز ثقله

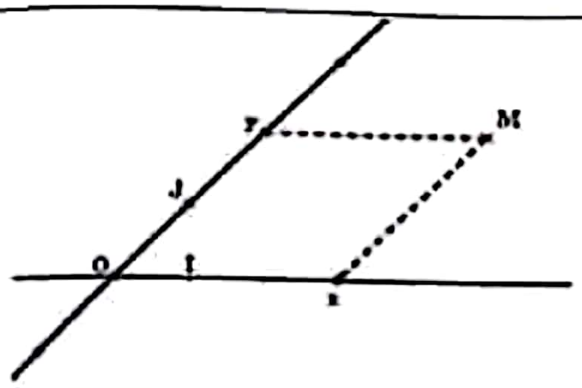


مبرهنة " طالس " و تطبيقاتها

الخاصيات	الشكل
المثلثات التي لها نفس المساحة : - $(CB) // (ED)$ و $(DF) // (AC)$ - $S_{AEB} = S_{ADC}$ (AED مثلث مشترك و $[ED]$ قاعدة مشتركة لـ EDB و EDC و لهما نفس طول الارتفاع) - $S_{ADC} = S_{AFC}$ ($[AC]$ قاعدة مشتركة و لهما نفس طول الارتفاع) - $S_{AEB} = S_{ADC} = S_{AFC}$	 $S_{AEB} = S_{ADC} = S_{AFC}$
العلاقة التناسبية بين المساحات و الأضلاع : - $\frac{AE}{AB} = \frac{S_{AEC}}{S_{ABC}}$: طول الضلعين $[AE]$ و $[AB]$ متناسبان مع مساحتيْ المثلثين AEC و ABC - $\frac{BE}{BA} = \frac{S_{BEC}}{S_{ABC}}$: طول الضلعين $[BE]$ و $[AB]$ متناسبان مع مساحتيْ المثلثين BEC و ABC	
مبرهنة " طالس" : - ABC مثلث - $D \in (AB)$ و $E \in (AC)$ حيث $(BC) // (DE)$ إذن $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$	
المستقيم الرابط بين منتصفيْ ضلعيْ مثلث : - ✓ ABC مثلث ✓ I منتصف $[AB]$ ✓ Δ موازي لـ (BC) و مار من I فإن Δ يقطع $[AC]$ في منتصفه - ✓ ABC مثلث ✓ I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ فإن $(BC) // (IJ)$ و $IJ = \frac{BC}{2}$	
مبرهنة " طالس " في شبه المنحرف : $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$ ، I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$ فإن : $(AB) // (IJ)$ و $IJ = \frac{AB+DC}{2}$	

قراءة احداثيات نقطة في معين غير متعامد :

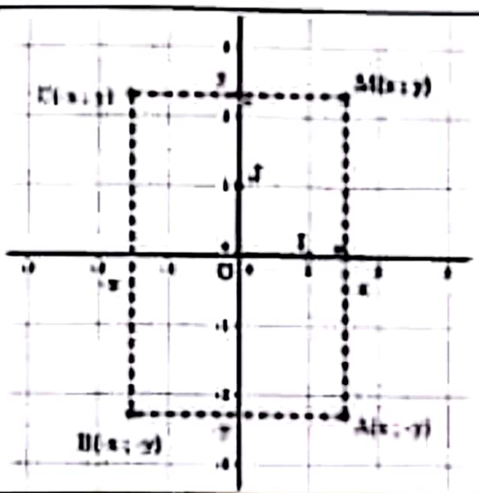
- ✓ معين غير متعامد حيث $OI = OJ$
- ✓ يوجد معين غير متعامد حيث $OI \neq OJ$
- ✓ لقراءة احداثيات نقطة في معين غير متعامد نبني المسالك وفقا لمنحى محوري الفاصلات و الترتيبات



احداثيات مناظرة نقطة :

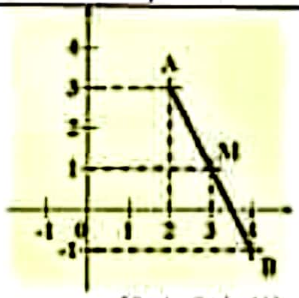
(O,I,J) معين متعامد و $M(x;y)$ و A مناظرتها بالنسبة لـ (OI) و C بالنسبة لـ (OJ) و B بالنسبة لـ O فإن احداثيات :

- A هي $(x;-y)$
- C هي $(-x;y)$
- B هي $(-x;-y)$



احداثيات المنتصف

M منتصف $[AB]$ يعني $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

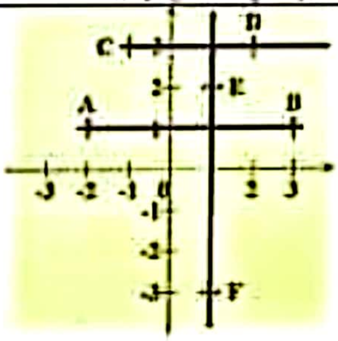


$M\left(\frac{2+4}{2};\frac{3+(-1)}{2}\right) = (3;1)$

نقطة من المستقيم و أجزائه في معين من المستوي :

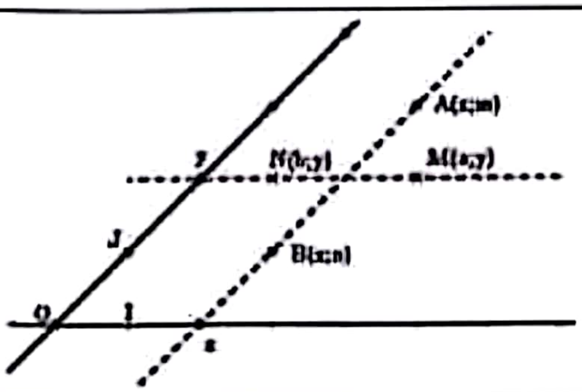
$M(x;y)$

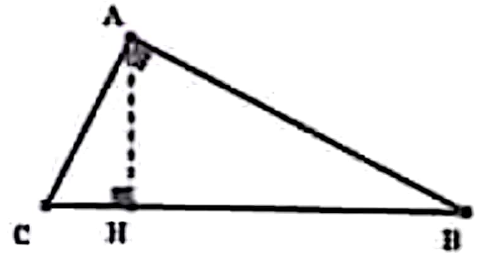
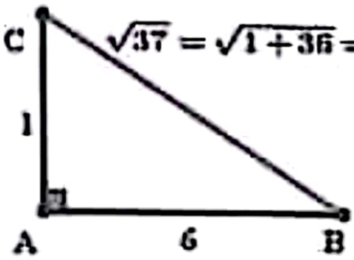
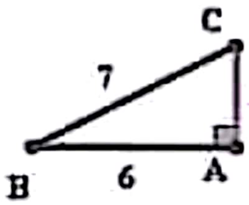
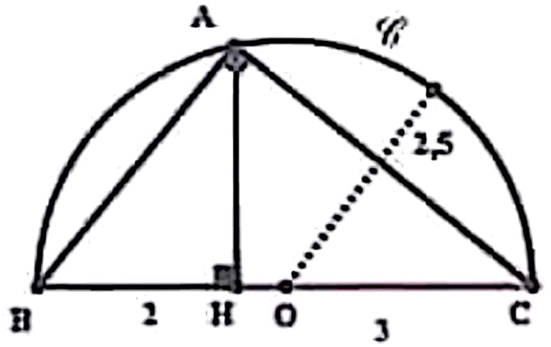
- $M \in [AB]$ يعني $y = 1$ و $-2 \leq x \leq 3$
- $M \in [CD)$ يعني $y = 3$ و $x \geq -1$
- $M \in (EF)$ يعني $x = 1$



المستقيمات الموازية للمحاور :

- M و N لهما نفس الترتيبة يعني $(MN) // (OI)$ (لهما نفس المنحى)
- A و B لهما نفس الفاصلة يعني $(AB) // (OJ)$

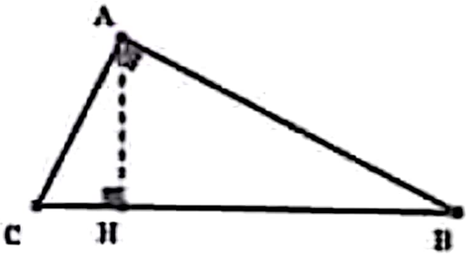


العلاقات القياسية في المثلث القائم . ABC مثلث قائم في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن: $AH.BC = AB.AC$ - $AH^2 = HB.HC$ -	
بناء قطعة مستقيم طولها عدد أصم . نكتب العدد الصحيح في شكل مجموع أو فرق لمربعي عددين أو في صيغة جذاء عددين	 $\sqrt{37} = \sqrt{1+36} = \sqrt{1^2+6^2}$  $\sqrt{13} = \sqrt{49-36} = \sqrt{7^2-6^2}$  $AH = \sqrt{HB \times HC} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

العلاقات القياسية في المثلث القائم.

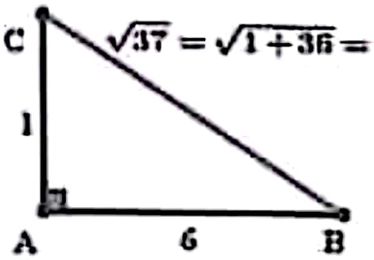
ABC مثلث قائم في A و [AH] ارتفاعه الصادر من A فإن:

- $AH.BC = AB.AC$
- $AH^2 = HB.HC$

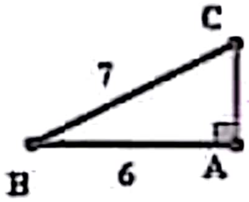


بناء قطعة مستقيم طولها عدد أصم.

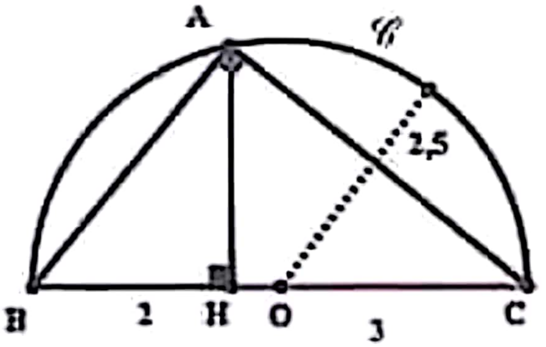
نكتب العدد الصحيح في شكل مجموع أو فرق لمربعيْ عددين أو في صيغة جداء عددين



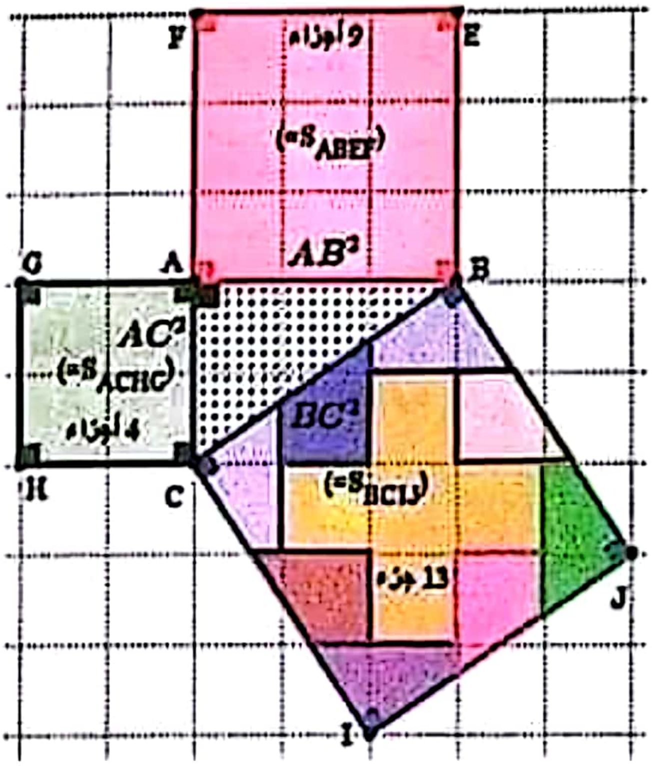
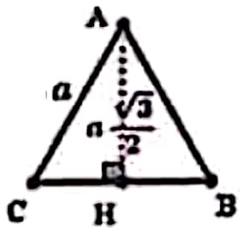
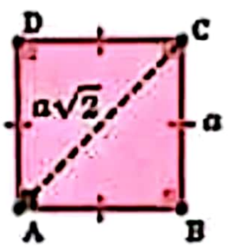
$$\sqrt{37} = \sqrt{1+36} = \sqrt{1^2+6^2}$$



$$\sqrt{13} = \sqrt{49-36} = \sqrt{7^2-6^2}$$



$$AH = \sqrt{HB \times HC} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

الخاصيات	الشكل
مبرهنة "بيتاغور" : ABC مثلث قائم في A إذن $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (أو $AB^2 = BC^2 - AC^2$)	 $9 + 4 = 13$
طول ارتفاع مثلث متقايس الأضلاع : ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه a فإن طول ارتفاعه $AH = a\frac{\sqrt{3}}{2}$	
طول قطر مربع : ABCD مربع طول ضلعه a فإن طول قطره $a\sqrt{2}$	
عكس مبرهنة "بيتاغور" : إذا كان المثلث ABC يُحقق $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فهذا المثلث قائم الزاوية في A