الأستاذة : الشريف	ملخص لدروس الحساب و الجبر	التاسعة أساسي ماي 2022

التعداد و الحساب

قابلية القسمة على 2 , على 3 , على 4 ,على 5 , على 8 , على 9 و على 25

القسمة الإقليدية

مهما يكن a و b عددان صحيحان طبيعيان حيث b مخالف لصفرفإن $a = b \times q + r$

q و r عددان صحيحان طبيعيان حيث $r < b$

$a = b \times q + r$ تمثل نتيجة القسمة الأقليدية لـ a على b

a يسمى المقسوم و b القاسم و q خارج القسمة و r الباقي

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$$

نقول أن a مضاعف لـ b أو a يقبل القسمة على b

أو b قاسم لـ a أو b يقسم a إذا كان باقي قسمة a على b يساوي 0

أي إذا كان $a = b \times q$

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \cline{2-2} 0 & q \end{array}$$

يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على :

2 : إذا كان رقم احاده زوجيا أي : 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8

5 : إذا كان رقم احاده 0 أو 5

4 : إذا كان العدد المتكون من رقمي احاده وعشراته مضاعفا لـ 4

25: إذا كان العدد المتكون من رقمي احاده وعشراته مضاعفا لـ 25 أي 00 أو25 أو 50 أو 75

8 : إذا كان العدد المتكون من أرقام احاده وعشراته و مئاته مضاعفا لـ 8

3 : إذا كان مجموع ارقامه مضاعفا لـ 3

9: إذا كان مجموع ارقامه مضاعفا لـ 9

ملاحظة 1

مهما يكن عدد صحيح طبيعي مخالف لصفرفإن

1) كل عدد لا يقبل القسمة a على لا يقبل على مضاعفات a

مثال : 225 لا يقبل القسمة على 8 لأنه لا يقبل القسمة على 2

2) كل عدد يقبل القسمة a على يقبل على قواسم a

مثال : 7700 يقبل القسمة على 77 إذن يقبل القسمة على 11 (11 من قواسم 77)

ملاحظة 2

العدد الصحيح الطبيعي يكون
- معلوما وأرقامه معلومة مثال : 567492
- معلوما وأرقامه مجهولة مثال : 13^{29}
- مجهولا وأرقامه مجهولة مثال : a أو x

نستعمل قواعد قابلية القسمة إذا كان العدد معلوما وأرقامه معلومة

ملاحظة 3

نطبق نفس قواعد قابلية القسمة لمعرفة باقي قسمة أي عدد على 2 أو على 3 أو على 4

أو على 5 أو على 8 أو على 9 أو على 25

الأعداد الأولية

العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على 1 و على نفسه أي أن مجموعة قواسمه ثنائية

نرمز بـ D_a لمجموعة قواسم العدد a (عدد صحيح طبيعي)

a عدد أولي يعني $D_a = \{1, a\}$

الأعداد الأولية الأصغر من 100 للحفظ أكيد

2- 3- 5- 7- 11 - 13- 17- 19 - 23- 29 – 31 – 37
– 41 – 43 – 47 – 53 - 59 – 61 – 67 – 71 -73 –
79 – 83 – 89 - 97

قابلية القسمة على 6 و على 12 و على 15

- يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 6
إذا كان يقبل القسمة على 2 و على 3
- يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 12
إذا كان يقبل القسمة على 4 و على 3
- يكون العدد الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 15
اذا كان يقبل القسمة على 3 و على 5

أنشطة في التعداد
كم مجوعة منتهية

تعريف

1) إذا كان عدد عناصر مجموعة ما محدودا نقول ان المجموعة منتهية
وإذا كان غير محدود نقول ان المجموعة غير منتهية

مثال

a عدد عدد صحيح طبيعي و D_a مجموعة قواسمه و M_a مجموعة مضاعفاته

بما أن لكل عدد عدد معين من القواسم و عدة مضاعفات إذن D_a مجموعة منتهية

و M_a مجموعة غير منتهية

2) كم مجموعة منتهية هو عدد عناصرها

مثال 8= كم (D_{24})

11= كم (A)

مجموعة الأعداد الحقيقية

الكتابات العشرية لعدد كسري نسبي

- لكل عدد كسري نسبي كتابة عشرية دورية

مثال ...... $0,272727 = \frac{3}{11}$

الكتابة ...... $0,272727$ هي كتابة عشرية (بالفاصل)

العدد 27 يتكرر ظهوره فيها بصفة دورية و غير منتهية إذن ...... $0,272727$ تمثل الكتابة العشرية الدورية العدد الكسري $\frac{3}{11}$ و نكتب ...... $0,272727 = \frac{3}{11}$ أو $0,\underline{27} = \frac{3}{11}$ و العدد 27 يسمى دور

- كل كتابة عشرية دورية تمثل عدد كسريا واحدا

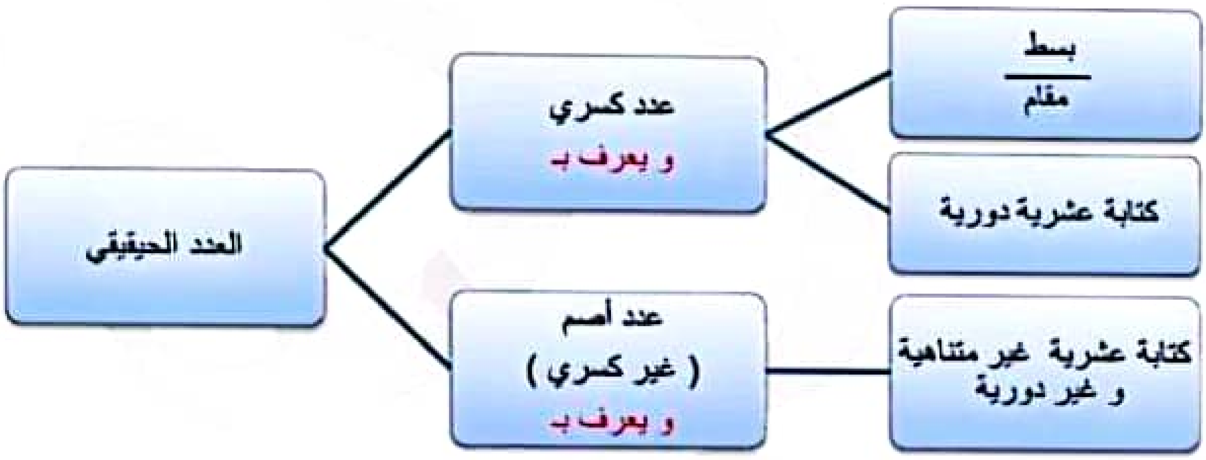
العدد الأصم

العدد الأصم هو العدد الغير كسري و يعرف بكتابة عشرية غير متناهية و غير دورية

مثال العدد π أصم .... $\pi = 3,14159265$ له كتابة عشرية (بالفاصل) ولكنها <u>غير متناهية</u>

و <u>غيردورية</u>

العدد الحقيقي



مجموعة الأعداد الكسرية و الصماء تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بـ $\mathbb{R}$

ملاحظة

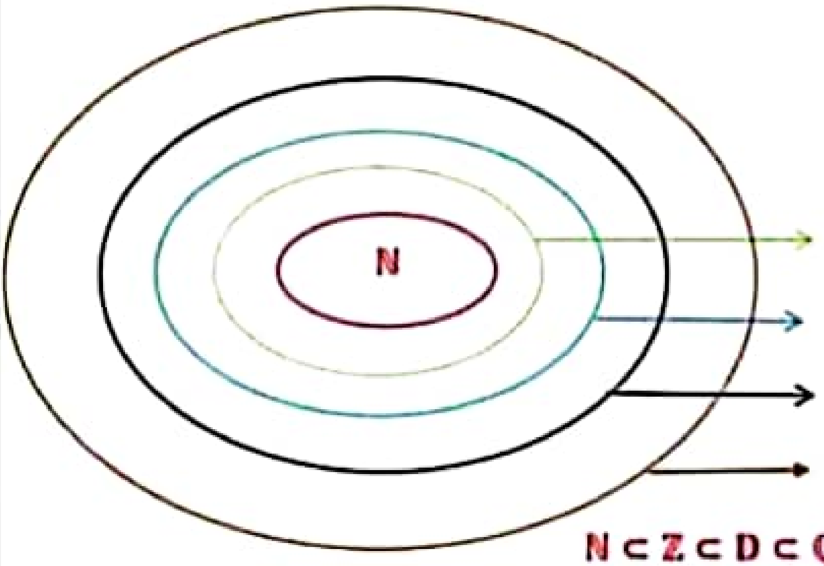
$\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

$\mathbb{Z}$ مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

$\mathbb{D}$ مجموعة الأعداد العشرية النسبية

$\mathbb{Q}$ مجموعة الأعداد الكسرية النسبية

$\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

مهما يكن a عدد حقيقي موجب الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الحقيقي الموجب b الذي

مربعه يساوي a و نكتب $\sqrt{a} = b$ يعني $b^2 = a$

$\sqrt{2}$ هو عدد أصم ، $1 < \sqrt{2} < 2$ ، ...... $\sqrt{2} = 1,414213562$ ،

$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$1,414$ قيمة تقريبية بالنقصا ن لـ $\sqrt{2}$ بثلاثة أرقام بعد الفاصل $\sqrt{2} > 1,414$

$1,415$ قيمة تقريبية بالزيادة لـ $\sqrt{2}$ بثلاثة أرقام بعد الفاصل $\sqrt{2} < 1,415$

$\sqrt{2}$ هو طول ضلع مربع مساحته 2

$\sqrt{2}$ هو طول وتر مثلث قائم طول ضلعيه 1 و 1

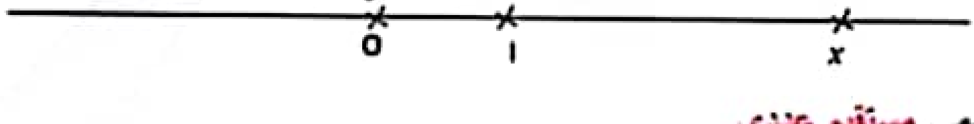
تدريج مستقيم بواسطة الأعداد الحقيقية

(Δ) مستقيم مدرج بالمعين(O, I) يعني O أصل التدريج النقطة التي تمثل العدد 0على (Δ)

و I النقطة الواحدية التي تمثل العدد 1 على (Δ) والبعد OI يمثل وحدة التدريج

كل نقطة M من (Δ) تمثل عددا حقيقيا واحدا x ويسمى فاصلتها في المعين (O, I)

ونكتب $M(x)$ أو $x_M = x$



المستقيم (Δ) يسمى مستقيم عددي

العمليات في $\mathbb{R}$

الجمع و الطرح في $\mathbb{R}$

عملية الجمع في $\mathbb{R}$ تبديلية و تجميعية

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن

- تبديلية : $a + b = b + a$
- تجميعية : $(a + b) + c = a + (b + c)$
- 0 هو عنصر محايد لعملية الجمع في $\mathbb{R}$: $a + 0 = 0 + a$
- كل عدد حقيقي a له مقابل يرمز له بـ $(-a)$ حيث $a + (-a) = (-a) + a = 0$
- a و b متقابلان يعني $a + b = 0$ و $a - b = a + (-b)$
- $a - b = c$ يعني $a = c + b$
- $-(a - b) = -a + b = b - a$ و $-(a + b) = -a - b$

عند حذف أقواس مسبوقة بعلامة $(+)$ [illegible] التي داخل القوسين

وعند حذف أقواس مسبوقة بعلامة $(-)$ [illegible] التي داخل القوسين

الضرب و القسمة في $\mathbb{R}$

عملية الضرب في $\mathbb{R}$ تبديلية وتجميعية

مهما تكن الأعداد الحقيقية a و b و c فإن

- تبديلية: $a \times b = b \times a$
- تجميعية $a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- 0 هو عنصر ماص لعملية الضرب في $\mathbb{R}$: $a \times 0 = 0 \times a = 0$
- 1 هو عنصر محايد لعملية الضرب في $\mathbb{R}$: $a \times 1 = 1 \times a = a$
- $a \times (-1) = (-1) \times a = (-a)$
- كل عدد حقيقي a مخالف لصفر له مقلوب يرمز له بـ $\left(\frac{1}{a}\right)$ حيث $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$
- توزيعية على عملية الجمع : $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
- توزيعية على عملية الطرح : $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$
- مهما يكن العددان الحقيقيان a و b المخالفان لصفر فإن : a و b عددان مقلوبان يعني $a \times b = 1$
- مهما يكن العددان الحقيقيان a و b حيث b مخالف لصفر فإن : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
- $a \times b = 0$ يعني $a = 0$ أو $b = 0$
- مهما يكن عدد حقيقي موجب فإن : $\sqrt{x} \times \sqrt{x} = \left(\sqrt{x}\right)^2 = x$

$(+) \times (+) = (+)$

$(-) \times (-) = (+)$

$(-) \times (+) = (-)$

$(+) \times (-) = (-)$

النشر و التفكيك

النشر

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ ، $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

التفكيك

النشر هو تعويض الجداء بمجموع مساو له و التفكيك هو تعويض المجموع بجداء مساو له

القيمة المطلقة لعدد حقيقي

مهما تكن M نقطة من مستقيم مدرج بالمعين (O, I) فاصلتها العدد الحقيقي x

فإن القيمة المطلقة لــ x هي البعد OM و نكتب $|x| = OM$

$$\underbrace{O \qquad\qquad M}_{|x|}$$

و بالتالي القيمة المطلقة لأي عدد حقيقي دائما تكون عدد موجب

- إذا كان $x \in \mathbb{R}_+$ فإن $|x| = x$
- إذا كان $x \in \mathbb{R}_-$ فإن $|x| = -x$
- $|x| = |-x|$

اختصار عبارات بها جذور تربيعية

- مهما يكن a و b عددان حقيقيان موجبان فإن $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- مهما يكن a و b عددان حقيقيان موجبان حيث b مخلف لصفر فإن $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- مهما يكن a حقيقي فإن $\sqrt{a^2} = |a|$
- إذا كان a عدد حقيقي موجب حقيقي فإن $\sqrt{a^2} = a$ و $(\sqrt{a})^2 = a$

القوى في $\mathbb{R}$

قوة عدد حقيقي

1) قوة عدد حقيقي دليلها عدد صحيح نسبي

- مهما يكن a عدد حقيقي و n عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 فإن
  a^n جداء لـ n عوامل مساوية للعدد a أي : $a^n = \underbrace{a \times a \,.....\times a}_{n \text{ عوامل مساوية لـ } a}$
- مهما يكن عدد حقيقي فإن $a^1 = a$
- مهما يكن عدد حقيقي مخالف لصفر فإن $a^0 = 1$
- مهما يكن a عدد حقيقي مخالف لصفر و n عدد صحيح طبيعي فإن : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

  أي a^{-n} يساوي مقلوب a^n

ملاحظة

إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا لصفر و n عددا صحيحا نسبيا

فإن a^{-n} هو مقلوب a^n أي $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

و منه إذا كان a عددا حقيقيا مخالفا لصفر

فإن a^{-1} هومقلوب a أي $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$

قوى العدد 10

قوى العدد 10 من أسهل القوى حسابا

$10^7 = 1\underline{000\,000\,0}$ (عدد الأصفار على عدد دليل القوة)

و $10^{-5} = 0,\underline{00001}$ (عدد الأرقام بعد الفاصل على عدد دليل القوة)

علامة قوة عدد حقيقي

a^n عدد موجب إذا كان $\begin{cases} a \text{ موجبا} \\ \text{أو } a \text{ سالبا و } n \text{ زوجيا} \end{cases}$	a^n عدد سالب إذا كان a سالبا و n فرديا

خاصيات القوى في $\mathbb{R}$

مهما يكن a و b عددان حقيقيان مخالفان لصفر و n و m عددان صحيحان نسبيان فإن :

$a^n \times b^m = (a \times b)^n$ ؛ $(a^n)^m = a^{n \times m}$ ؛ $a^n \times a^m = a^{n+m}$ ؛

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ ؛ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ؛ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

و إذا كان a عددا حقيقيا موجبا مخالفا لصفر و n عددا صحيحا نسبيا فإن $\sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n$

مهما يكن a عدد حقيقي مخالف لصفر و n عدد صحيح نسبي زوجي فإن : $(-a)^n = a^n$

أولوية الحساب

عند حساب عبارات بها جمع و طرح و ضرب و قوة فإن أولوية الحساب تكون لـ :

- لما بين قوسين إذا كان هناك أقواس
- للقوة ثم للضرب ثم للجمع و الطرح إذا لم تكن هناك أقواس

$\sqrt{A^2} = |A|$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

$\left(a\sqrt{b}\right)^2 = a^2 b$

الجذاءات المعتبرة

مهما يكن a و b عددان حقيقيان فإن

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

النشر و التفكيك

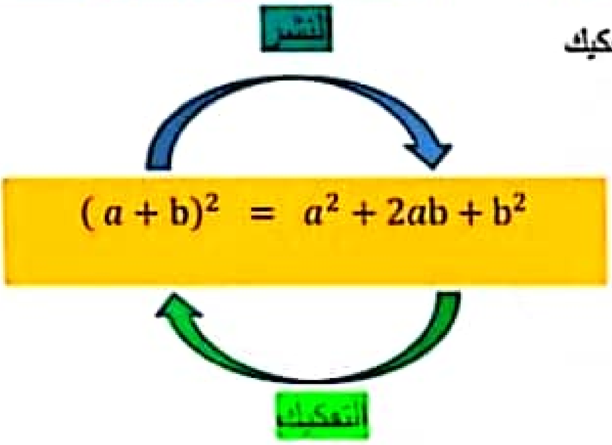
ملاحظة

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ إذن $(a+b)^2$ هو جذاء

و $a^2+2ab+b^2$ هو مجموع

و نعلم أن النشر هو تعويض الجذاء بمجموع مساو له و التفكيك هو تعويض المجموع بجذاء مساو له

إذن نستعمل الجذاءات المعتبرة للنشر و للتفكيك



كذلك بالنسبة إلى بقية الجذاءات المعتبرة

النشر

الجذاءات المعتبرة في اتجاه النشر

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

التفكيك

الجذاءات المعتبرة في اتجاه التفكيك

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

الجذاءات المعتبرة

مهما يكن a و b عددان حقيقيان فإن

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

النشر و التفكيك

ملاحظة

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ إذن $(a+b)^2$ هو جذاء

و $a^2 + 2ab + b^2$ هو مجموع

و نعلم أن النشر هو تعويض الجذاء بمجموع مساو له و التفكيك هو تعويض المجموع بجذاء مساو له

إذن نستعمل الجذاءات المعتبرة للنشر و للتفكيك

النشر

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

التفكيك

كذلك بالنسبة إلى بقية الجذاءات المعتبرة

النشر

الجذاءات المعتبرة في اتجاه النشر

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

التفكيك

الجذاءات المعتبرة في اتجاه التفكيك

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

المقارنة و الحصر

المقارنة باستعمال الفرق

مهما يكن a و b عددين حقيقيين فإن : $a - b \leq 0$ يعني $a \leq b$

تعريف الحصر

ليكن a و b و x أعداد حقيقية حيث $a \leq b$ نقول أن x محصور بين العددين a و b
و نكتب $a < x < b$ إذا كان $x > a$ و $x < b$
الفرق بين العددين b و a أي $b - a$ يسمى مدى الحصر

ملاحظة

1) $\underbrace{a < x < b}_{\text{الترتيب تنازلي}}$ يعني $\underbrace{b > x > a}_{\text{الترتيب تصاعدي}}$

2) علامات الحصر يمكن أن تكون غير قطعية

أي أن :

- $a < x < b$ يعني $x > a$ و $x < b$
- $a \leq x \leq b$ يعني $x \geq a$ و $x \leq b$
- $a < x \leq b$ يعني $x > a$ و $x \leq b$
- $a \leq x < b$ يعني $x \geq a$ و $x < b$

قواعد المقارنة و الحصر

المقارنة

لبكن x و y و a و b و c و d أعداد حقيقية فإن

1) $x < a$ يعني $x + c < y + c$

2) إذا كان :
$\begin{cases} x < a \\ y < b \end{cases}$ و فإن $x + y < a + b$

3) إذا كان $c \in \mathbb{R}_+^*$ فإن :
$x < a$ يعني $xc < ac$

و إذا كان $c \in \mathbb{R}_-^*$ فإن :
$x < a$ يعني $xc > ac$

و نستنتج أن
$x < b$ يعني $-x > -b$

4) إذا كان a و b مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة فإن : $a < b$ يعني $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

5) إذا كان a و b عددان موجبان فإن :
$a < b$ يعني $a^2 < b^2$

وإذا كان a و b عددان سالبان فإن :
$a < b$ يعني $a^2 > b^2$

ونستنتج أن
$|a| < |b|$ يعني $|a|^2 < |b|^2$

الحصر

لبكن x و y و a و b و c و d أعداد حقيقية فإن

1) $a < x < b$ يعني $a + c < x + c < b + c$

2) إذا كان :
$\begin{cases} a < x < b \\ c < y < d \end{cases}$ و فإن $a + b < x + y < b + d$

3) إذا كان $c \in \mathbb{R}_+^*$ فإن :
$a < x < b$ يعني $ac < xc < bc$

و إذا كان $c \in \mathbb{R}_-^*$ فإن :
$a < x < b$ يعني $ac > xc > bc$ يعني $bc < xc < ac$

و نستنتج أن
$a < x < b$ يعني $-a > -x > -b$ يعني $-b < -x < -a$

4) إذا كان a و b مخالفان لصفر و لهما نفس العلامة فإن :
$a < x < b$ يعني $\frac{1}{a} > \frac{1}{x} > \frac{1}{b}$ يعني $\frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}$

5) إذا كان a و b عددان موجبان فإن :
$a < x < b$ يعني $a^2 < x^2 < b^2$

و إذا كان a و b عددان سالبان فإن :
$a < x < b$ يعني $a^2 > x^2 > b^2$ يعني $b^2 < x^2 < a^2$

ونستنتج أن
$|a| < |x| < |b|$ يعني $|a|^2 < |x|^2 < |b|^2$

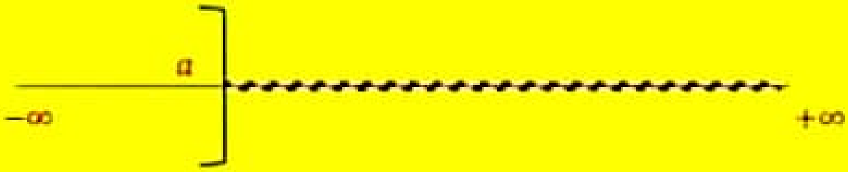
6) إذا كان a و b و c و d أعداد موجبة و مخالفة لصفر
$\begin{cases} a < x < b \\ c < y < d \end{cases}$ و فإن $ab < xy < bd$

2) المجالات الغير محدودة

ليكن a عدد حقيقي

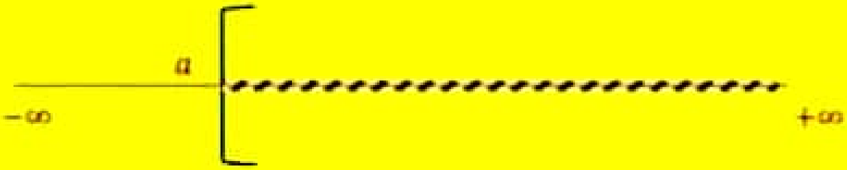
$]a;+\infty[$ المجال المفتوح a لا نهاية موجبة

$$]a;+\infty[=\{x\in\mathbb{R}/x>a\}$$



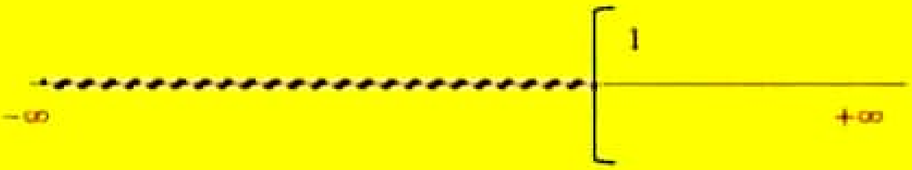
$[a;+\infty[$ المجال المغلقa لا نهاية موجبة

$$[a;+\infty[\ =\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\geq a\}$$



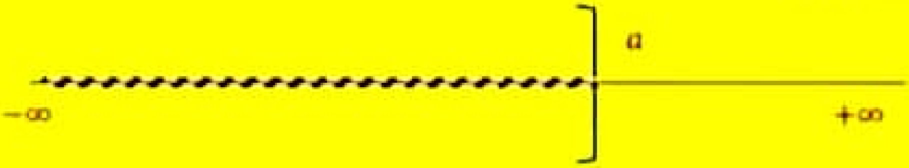
$]-\infty;a[$ المجال المفتوح لا نهاية سالبة a

$$]-\infty;a[=\{x\in\mathbb{R}\ /\ x<a\}$$



$]-\infty;a]$ المجال النصف المغلق لا نهاية سالبة a

$$]-\infty;a]\ =\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\leq a\}$$

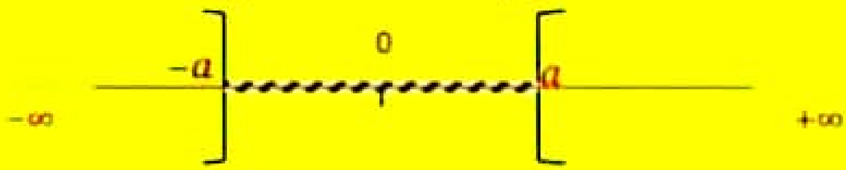


3) المجالات الخاصة

ليكن a عدد حقيقي موجب

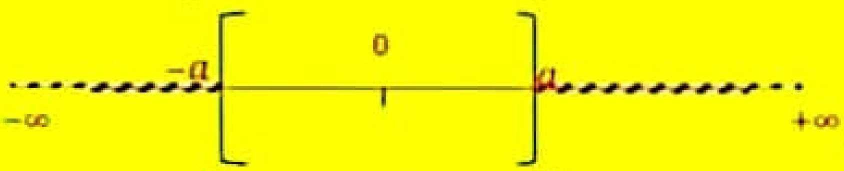
المجال المغلق $[-a\,;a]$

$$[-a\,;a]=\{x\in\mathbb{R}\ /\ |x|\leq a\}$$



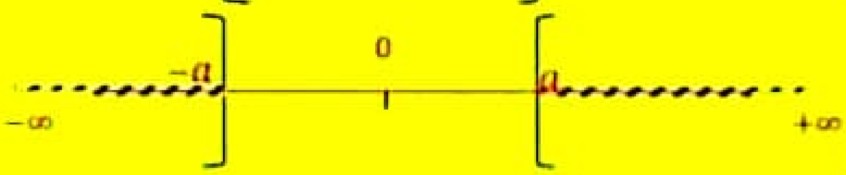
المجال المفتوح $]-a\,;a[$

$$]-a\,;a[=\{x\in\mathbb{R}\ /\ |x|<a\}$$



اتحاد المجالين : $]-\infty;-a[\cup]a\,;+\infty[$

$x\in]-\infty;-a[\cup]a\,;+\infty[$ يعني $|x|>a$



اتحاد المجالين : $]-\infty;-a]\cup[a\,;+\infty[$

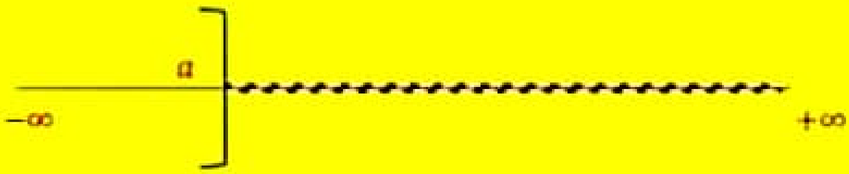
$x\in]-\infty;-a]\cup[a\,;+\infty[$ يعني $|x|\geq a$

2) المجالات الغير محدودة

ليكن a عدد حقيقي

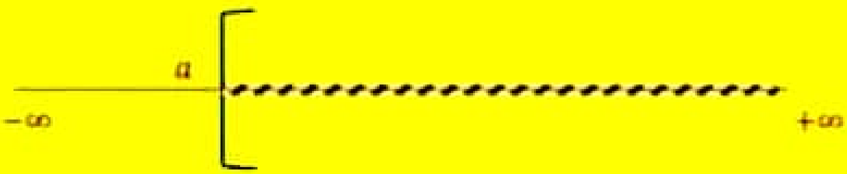
$]a;+\infty[$ المجال المفتوح a لا نهاية موجبة

$]a;+\infty[=\{x\in\mathbb{R}/x>a\}$



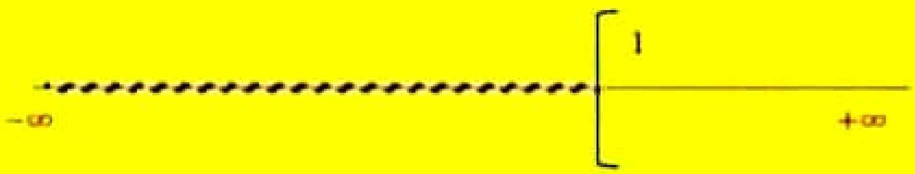
$[a;+\infty[$ المجال المغلقa لا نهاية موجبة

$[a;+\infty[\ =\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\geq a\}$



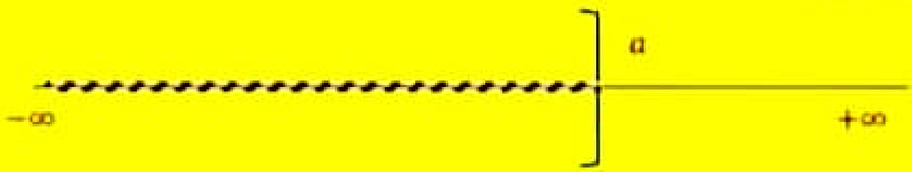
$]-\infty;a[$ المجال المفتوح لا نهاية سالبة a

$]-\infty;a[=\{x\in\mathbb{R}\ /\ x<a\}$



$]-\infty;a]$ المجال النصف المغلق لا نهاية سالبة a

$]-\infty;a]\ =\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\leq a\}$

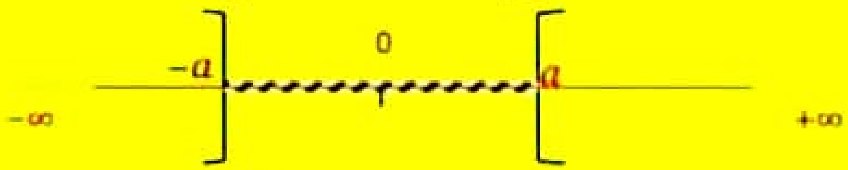


3) المجالات الخاصة

ليكن a عدد حقيقي موجب

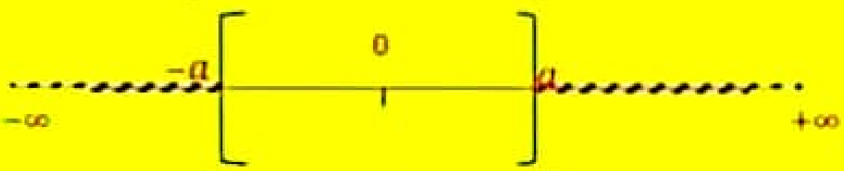
المجال المغلق $[-a\,;a]$

$[-a\,;a]=\{x\in\mathbb{R}\ /\ |x|\leq a\}$



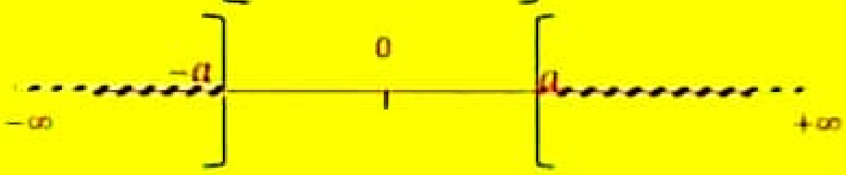
المجال المفتوح $]-a\,;a[$

$]-a\,;a[=\{x\in\mathbb{R}\ /\ |x|<a\}$



اتحاد المجالين : $]-\infty;-a[\cup]a\,;+\infty[$

$x\in]-\infty;-a[\cup]a\,;+\infty[$ يعني $|x|>a$



اتحاد المجالين : $]-\infty;-a]\cup[a\,;+\infty[$

$x\in]-\infty;-a]\cup[a\,;+\infty[$ يعني $|x|\geq a$

ملاحظة

مهما يكن x عدد حقيقي

$x \in \mathbb{R}_+$ يعني عدد موجب يعني $x \geq 0$ يعني $x \in [0;+\infty[$

إذن $\mathbb{R}_+ = [0;+\infty[$

$x \in \mathbb{R}_+^*$ يعني x عدد موجب قطعا (x موجب و مخالف لصفر) يعني $x > 0$ يعني $x \in]0;+\infty[$

إذن $\mathbb{R}_+^* =]0;+\infty[$

$x \in \mathbb{R}_-$ يعني x عدد سالب يعني $x \leq 0$ يعني $x \in]-\infty;0]$

إذن $\mathbb{R}_- =]-\infty;0]$

$x \in \mathbb{R}_-^*$ يعني x عدد سالب قطعا (x سالب و مخالف لصفر) يعني $x < 0$ يعني $x \in]-\infty;0[$

إذن $\mathbb{R}_-^* =]-\infty;0[$

و $\mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$

ملاحظة

A و B مجموعتان

$x \in A$ و $x \in B$ يعني $x \in A \cap B$

$x \in A$ أو $x \in B$ يعني $x \in A \cup B$

المعادلات و المتراجحات في $\mathbb{R}$

المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

- المعادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول في $\mathbb{R}$ هي كل مساواة بين طرفين يمكن كتابتها في صورة $ax + b = 0$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$ وهو معلوم و $b \in \mathbb{R}$ وهو معلوم و x عدد مجهول
- حل المعادلة في مجموعة A يعني البحث عن العدد المجهول x من المجموعة A الذي يحقق المساواة
- نرمز بـ S_A لمجموعة حلول المعادلة في المجموعة A

قواعد نحتاجها في حل المعادلات

ليكن a و b و c و d أعدد حقيقية مخالفة لصفر

- $a + b = 0$ يعني a و b متقابلان يعني $a = -b$
- $a - b = 0$ يعني a و b متساويان يعني $a = b$
- $a = b$ يعني $a + c = b + c$
- $a = b$ يعني $ac = bc$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يعني $ad = bc$

حل المعدلة $ax + b = 0$ بصفة عامة في أي مجموعة A

$ax + b = 0$ يعني $ax = -b$ يعني $x = -\frac{b}{a}$

إذا كان $-\frac{b}{a} \in A$ فإن $S_A = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$

و إذا كان $-\frac{b}{a} \notin A$ فإن $S_A = \phi$ ($\{\ \} = \phi$ المجموعة الفارغة)

حل معادلات يعود حلها إلى حل معادلات من الدرجة الأولى

قواعد نحتاجها في حل المعادلات

ليكن a و b عددان حقيقيان

- $ab = 0$ يعني $a = 0$ و $b = 0$
- إذا كان : $a \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $|x| = a$ يعني $x = a$ أو $x = -a$

و إذا كان : $a \in \mathbb{R}_-^*$ فإن $|x| = a$ لا يمكن

و $|x| = 0$ يعني $x = 0$

- إذا كان : $a \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $x^2 = a$ يعني $x = \sqrt{a}$ أو $x = -\sqrt{a}$

و إذا كان : $a \in \mathbb{R}_-^*$ فإن $x^2 = a$ لا يمكن

و $x^2 = 0$ يعني $x = 0$

المتراجحات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد في $\mathbb{R}$

- المتراجحة من الدرجة الأولى ذات مجهول في $\mathbb{R}$ هي كل لا مساواة بين طرفين يمكن كتابتها في صورة $ax + b > 0$ أو $ax + b < 0$ أو $ax + b \leq 0$ أو $ax + b \geq 0$
حيث a عدد حقيقي معلوم و مخالف لصفر و b عدد حقيقي معلوم و x عدد مجهول
- حل المتراجحة في مجموعة A يعني البحث عن العدد المجهول x من المجموعة A الذي يحقق اللا مساواة
- نرمز بـ S_A لمجموعة حلول المتراجحة في المجموعة A

حل المعادلة مثال $ax + b \geq 0$ بصفة عامة في أي مجموعة A

$ax + b \geq 0$ يعني $ax \geq -b$

إذا كان $a \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $x \geq -\frac{b}{a}$ و بالتالي $S_A = \left[-\frac{b}{a}, +\infty\right[\cap \mathbb{R}$

إذا كان $a \in \mathbb{R}_-^*$ فإن $x \leq -\frac{b}{a}$ و بالتالي $S_A = \left]-\infty, -\frac{b}{a}\right] \cap \mathbb{R}$

حل مسائل يعود حلها الى حل معادلات أو متراجحات

لذلك :

1) نحدد المجهول

2) نكتب المسألة في شكل معادلة أو متراجحة

3) نحل المعادلة أو المتراجحة

4) نتحقق من الحل

حل متراجحات يعود حلها الى حل متراجحات من الدرجة الأولى

قواعد نحتاجها في حل المتراجحات

نعلم أن جداء عددين يكون عدد موجبا إذا كان العددين لهما نفس العلامة

و يكون سالبا إذا كان العددين مختلفين في العلامة

و بالتالي

ليكن a و b عددان حقيقيان

- $ab > 0$ يعني $a > 0$ و $b > 0$ أو $a < 0$ و $b < 0$
- $ab < 0$ يعني $a > 0$ و $b < 0$ أو $a < 0$ و $b > 0$

و نعلم أيضا أن القيمة المطلق لأي عدد حقيقي دائما تكون عدد موجب

فنستنتج

إذا كان

- $a \in \mathbb{R}_+^*$ فإن : $|x| < a$ يعني $-a < x < a$
  و $|x| > a$ يعني $x > a$ أو $x < -a$

- $a \in \mathbb{R}_-^*$ و $|x| > a$ فإن $S_{\mathbb{R}} = \mathbb{R}$
- $a \in \mathbb{R}_-^*$ و $|x| < a$ فإن $S_{\mathbb{R}} = \phi$

التاسعة ماي	ملخص لدروس الحساب و الجبر	

التعداد و الحساب

ة على 2 ، على 3 ، على 4 ، على 5 ، على 8 ، على 9 و على 25

ليدية

b عددان صحيحان طبيعيان حيث b مخالف لصفرفإن $a = b \times q + r$

ان صحيحان طبيعيان حيث $r < b$

$a =$ تمثل نتيجة القسمة الأقليدية لـ a على b

مقسوم و b القاسم و q خارج القسمة و r الباقي

b

مضاعف لـ أو a يقبل القسمة على b

a

لـ a أو b يقسم a إذا كان باقي قسمة a على b يساوي 0

$a = b \times q$

الصحيح الطبيعي قابلا للقسمة على :

ن رقم احاده زوجيا أي : 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8

رقم احاده 0 أو 5

العدد المتكون من رقمي احاده وعشراته مضاعفا لـ 4

ن العدد المتكون من رقمي احاده وعشراته مضاعفا لـ 25 أي 00 أو25 أو 50 أو 75

العدد المتكون من أرقام احاده وعشراته و مئاته مضاعفا لـ 8

مجموع أرقامه مضاعفا لـ 3

مجموع أرقامه مضاعفا لـ 9

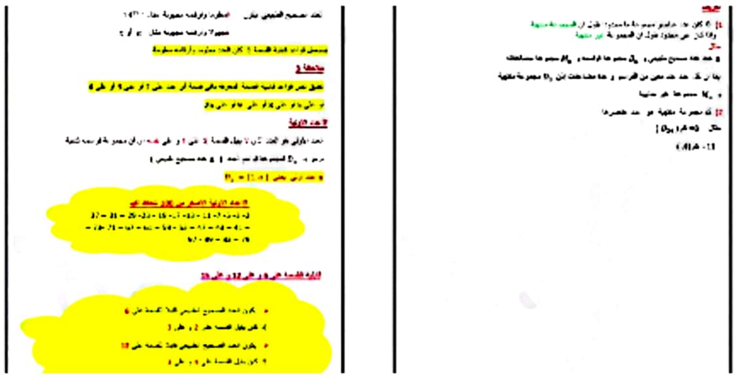
عدد صحيح طبيعي مخالف لصفرفإن

عدد لا يقبل القسمة a على لا يقبل على مضاعفات a

2 لا يقبل القسمة على 8 لأنه لا يقبل القسمة على 2

يقبل القسمة a على يقبل على قواسم a

7 يقبل القسمة على 77 إذن يقبل القسمة على 11 (11 من قواسم 77)



مجموعة الأعداد الحقيقية

شرية لعدد كسري نسبي

كسري نسبي كتابة عشرية دورية

$\frac{3}{11} = 0,27272$

0,272727 هي كتابة عشرية (بالفاصل)

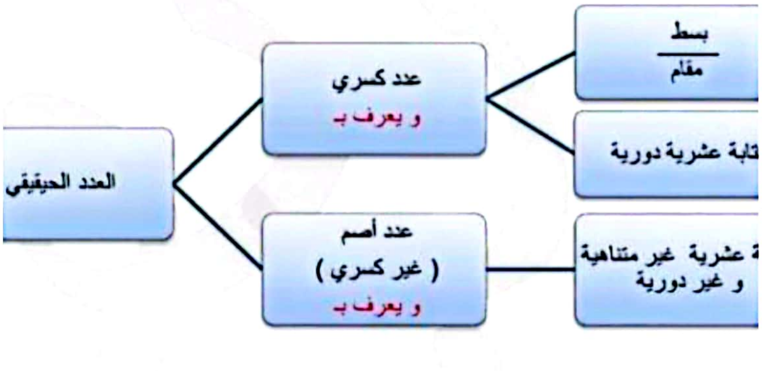
تكرر ظهوره فيها بصفة دورية و غير منتهية إذن .... 0,272727 تمثل الكتابة العشر

دد الكسري $\frac{3}{11}$ و نكتب ..... $\frac{3}{11} = 0,272727$ أو $\frac{3}{11} = 0,\underline{27}$ و العدد 27 يسم

ة عشرية دورية تمثل عدد كسريا واحدا

م هو العدد الغير كسري و يعرف بكتابة عشرية غير متناهية و غير دورية

π أصم .... $\pi = 3,14159265$ له كتابة عشرية (بالفاصل) ولكنها غير متناهية



لأعداد الكسرية و الصماء تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية و نرمز لها بـ $\mathbb{R}$