الدّرس 1: أنشطة في الحساب

ملخّص الدّرس

- قابليّة القسمة على 2 و 3 و 4 و 5 و 8 و 9 و 25

الأعداد الصّحيحة الطبيعيّة الّتي تقبل القسمة على 2 **(5)**
هي الأعداد الّتي يكون رقم آحادها 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8 **(0 أو 5)**
مثال: أعداد تقبل القسمة على 2: 4532 ؛ 71548
مثال: أعداد تقبل القسمة على 5: 30845 ؛ 245070
الأعداد الصّحيحة الطبيعية الّتي تقبل القسمة على 3 **(9)** هي الأعداد التي يكون مجموع أرقامها من مضاعفات 3 **(9)**

مثال: أعداد تقبل القسمة على 3: 912837 / 30 = 7 + 3 + 8 + 2 + 1 + 9
12173985 من مضاعفات 3

أعداد تقبل القسمة على 9: 4321827 / 27 =7+8+2+1+2+3+4
57813345 من مضاعفات 9

الأعداد الصّحيحة الطّبيعيّة الّتي تقبل القسمة على 4 **(25)** هي الأعداد الّتي يكون فيها العدد المتكوّن من الرقمين الأخيرين من مضاعفات 4 **(00 أو 25 أو 50 أو 75)**

مثال: أعداد تقبل القسمة على 4: 17584 ؛ 513952 ؛

مثال: أعداد تقبل القسمة على 25 : 41275 ؛ 37525 ؛ 13400

الأعداد الصّحيحة الطبيعيّة الّتي تقبل القسمة على 8 هي الأعداد الّتي يكون فيها العدد المتكوّن الأرقام الثلاثة الأخيرة من مضاعفات 8

مثال: أعداد تقبل القسمة على 8: 157008 ؛ 75137168
من مضاعفات 8 من مضاعفات 8

المبرهنة التمهيديّة لـغوس (Gauss)

ليكن a و b و c ثلاثة أعداد صحيحة طبيعيّة حيث:
- a يقسم العدد bc
- a و b أوّليّان فيما بينهما
فإنّ a يقسم العدد c

تذكير: ▪عددان صحيحان طبيعيّان x و y أوليّان فيما بينهما إذا كان 1 = ق م أ (x ; y)
▪العدد الأوّلي هو عدد صحيح طبيعي أكبر من 1 له قاسمان فقط 1 و العدد نفسه.
▪ليكن a و b و c ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية حيث:

c يقبل القسمة على a
و c يقبل القسمة على b
و a و b أوليّان فيما بينهما
} فإنّ c يقبل القسمة على ab

Tunisie.tn

قابليّة القسمة على 6 و 12 و 15

- يكون العدد الصّحيح الطبيعي قابلا للقسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 2 و 3.

مثال: أعداد تقبل القسمة على 6 : 75372 يقبل القسمة على 6 لأنّ 75372 رقم آحاده 2 يقبل القسمة على 2.

75372 مجموع أرقامه 24 = 2 + 7 + 3 + 5 +7 من مضاعفات 3 (يقبل القسمة على 3)

- يكون العدد الصّحيح الطبيعي x قابلا للقسمة على 12 إذا كان x يقبل القسمة على 3 و 4.

مثال: لعدد يقبل القسمة على 12: 21756 يقبل القسمة على 12 لأنّ 21756 مجموع أرقامه 21= 6 + 5 + 7 + 1+2 و العدد 21 من مضاعفات 3.

21756 يقبل القسمة على 4 لأنّ 56 يقبل القسمة على 4

- يكون العدد الصّحيح الطّبيعي قابلا للقسمة على 15 إذا كان يقبل القسمة على 3 و 5 .
- مثال: لعدد يقبل القسمة على 15 / 218925 يقبل القسمة على 15 لأنّ 218925 يقبل القسمة على 5 لأنّ رقم آحاده 5 .

218925 يقبل القسمة على 3 لأنّ مجموع أرقامه 27 من مضاعفات 3.

Tunitests.tn

كمّ مجموعة:

نقول عن مجموعة أنّها منتهية إذا كان عدد عناصرها محدود و يسمّى هذا العدد كمّ المجموعة:

مثال: D_{12} : تمثل مجموعة قواسم العدد 12

$D_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$

كمّ (D_{12}) = 6

D_{12} هي مجموعة منتهية.

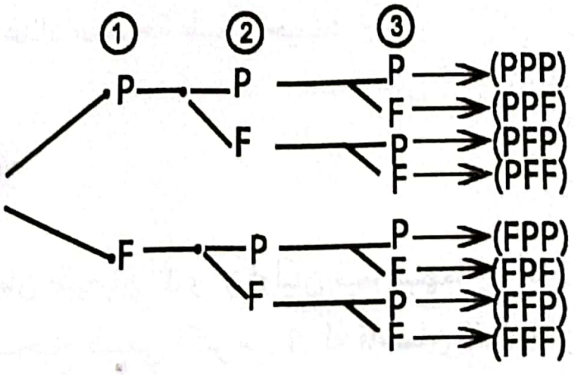
ملاحظة: مجموعتين منفصلتين لا يوجد عناصر مشتركة بينهما.

شجرة الاختيار:

- مثال 1: لقطعة نقود وجهان نرمز لهما بـ P و F

نُلْقِي قِطْعَةَ النُّقُودِ ثَلاَثَةَ مرات و نسجّل في كلّ مرّة الوجه العلوي للقطعة.

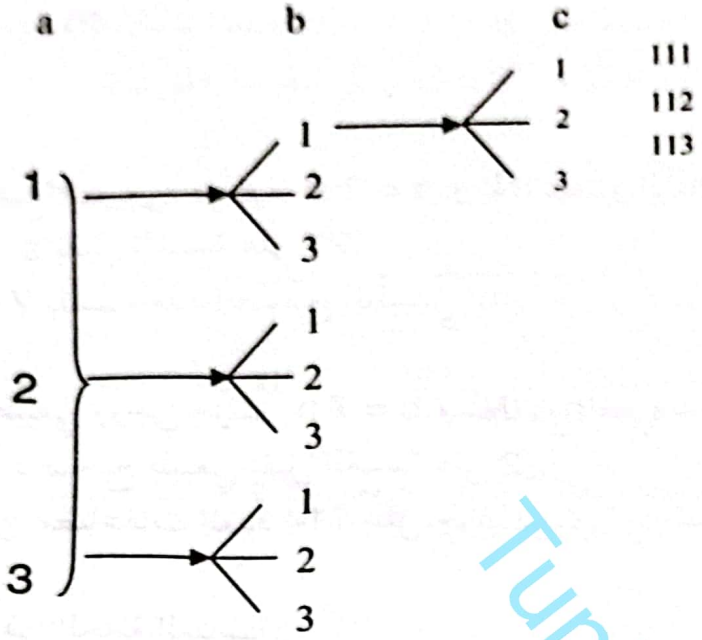
أعط بالإعتماد على شجرة الاختيار كلّ النتائج الممكنة



الإمكانيّات: (F; F; P) ; (F, P; F) ; (F; P; P) ; (P ; F; F) ; (F, F, F) ; (P; F; P)

; (P;P; F) ; (P;P;P)

مثال 2: كم من عدد يتكوّن من ثلاثة أرقام باستعمال الأرقام 1 و 2 و 3
ليكن a رقم المئات ، b رقم العشرات و c رقم الآحاد.



عدد الإمكانيّات هو: $3\times3\times3=27$

Tunitests.tn

تمارين للدّعم

تمرين عدد 1:

1) نعتبر العدد الصحيح الطبيعي M =5a b2
أوجد الرقمين a و b ليكون العدد M قابلا للقسمة على 3 و 4 في آن واحد (قدّم جميع الحلول الممكـ

2) نعتبر العدد الصّحيح الطّبيعي $N = 3x\ 7y$

أ) أوجد الرّقمين x و y ليكون العدد N قابلا للقسمة على 2 و 3 في آن واحد

ب) أوجد الرّقمين x و y ليكون العدد N قابلا للقسمة على 2 و 3 و 5 في آن واحد.

(قدّم جميع الحلول الممكنة)

تمرين عدد 2:

1) أذكر الأعداد الأوليّة من بين الأعداد التّالية معلّلا جوابك.

117 ؛ 291 ؛ 137 ؛ 101

2) أ) بيّن أنّ العددين 100 و 63 أوّليّان فيما بينهما

ب) بيّن أنّ 2750 و 2751 عددان أوليّان فيما بينهما

3) بيّن أنّ كلّ عددين صحيحين طبيعيين متتالين أوليّان فيما بينهما.

تمرين عدد 3:

ليكن العدد الصّحيح الطّبيعي n حيث $n = 5h$ و $n = 8k$

(h و k عددان صحيحان طبيعيّان)

1) بيّن أنّ العدد 5 يقسم العدد الصّحيح الطبيعي k

2) استنتج أن العدد 40 يقسم العدد n.

تمرين عدد 4:

نعتبر العدد الصّحيح الطبيعي a حيث $a = 3n$ و $n \in IN^*$ و العدد a من مضاعفات 7.

1) بيّن أنّ العدد a يقبل القسمة على 21.

2) بيّن أنّ العدد 7 يقسم العدد الصّحيح الطّبيعي n.

تمرين عدد 5:

b عدد صحيح طبيعي زوجي حيث $b = 7n$ و $n \in IN^*$

1) بيّن أنّ n عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 2 .

2) هل أنّ b من مضاعفات العدد 14؟ علّل جوابك.

تمرين عدد 6:

ضع العلامة (x) في الخانة المناسبة:

	54210	41748	11740	19875	7872	54973
يقبل القسمة على 6						
يقبل القسمة على 12						
يقبل القسمة على 15						

تمرين عدد 7:

ليكن العدد الصّحيح الطبيعي $x = 2a3b$

1)أوجد الرّقمين a و b ليكون العدد x قابلا للقسمة على 12 (قدّم جميع الحلول الممكنة)

2)ليكن العدد الصّحيح الطّبيعي $y = 513\,ab$

أ-ابحث عن الزوج (a ; b) ليكون العدد y قابلا للقسمة على 15 (قدّم جميع الحلول الممكنة)

ب- استنتج الزّوج (a ; b) ليكون العدد y قابلا للقسمة على 30

3)ليكن العدد الصّحيح الطّبيعي $Z = 5\,a\,b1$

هل يمكن اختيار الزوج (a ; b) ليكون العدد Z قابلا للقسمة على 18؟

تمرين عدد 8:

1)بيّن أنّ العدد 17 يقسم العدد 17000 ثم باستعمال المبرهنة التمهيديّة لـغوس أستنتج أنّ العدد 85 يقسم ا 17000.

2)بيّن أنّ العدد $A = 125^{22} - 7 \times 25^{32}$ يقبل القسمة على 15.

أ- هل أنّ العدد10956 يقبل القسمة على 3؟ لماذا؟

Tunitests.tn

ب- إذا علمت أنّ 44 – 11000 = 10956 استنتج أنّ العدد 18956 يقبل القسمة على 11.

ج-استنتج أنّ العدد 10956 يقبل القسمة على 33.

تمرين عدد 9:

1)بيّن أنّ العدد $a = 3^{32} + 4 \times 81^8$ يقبل القسمة على 15.

2)بيّن أنّ العدد $b = 3 \times 2^7 + 2^8 + 2^9$ يقبل القسمة على 6.

3)بيّن أنّ العدد : $C = 3^{31} + 2 \times 27^{10} + 9^{14} \times (2^2 \times 25 - 1)$ يقبل القسمة على 12.

تمرين عدد 10:

x و y عددان صحيحان طبيعيّان يتكوّنان من 4 أرقام حيث $x > y$ و $x = a\,b\,c\,d$ و $y = d\,c\,b\,a$

(a و b و c و d أرقام)

بيّن أنّ العدد $x - y$ يقبل القسمة على 9.

تمرين عدد 11:

1)باقي قسمة عدد صحيح طبيعي a على 5 مساوٍ لخارج القسمة.

بحث عن هذا العدد الصّحيح الطبيعي.

2)خارج قسمة عدد صحيح طبيعي b على 4 يساوي مرتين الباقي.

ما هو هذا العدد الصّحيح الطبيعي؟

قدّم جميع الحلول الممكنة في ① و②)

تمرين عدد 12:

لديك مبلغ مالي محصور بين 450 و 500 دينار. إذا قسمته :على 2 بقي 1.

على 3 بقي 1.

على 4 بقي 1.

على 5 بقي 1.

اذا يمكن أن يكون هذا المبلغ؟ بين كيف تحصّلت عليه؟

مرين عدد 13:

جد أصغر عدد صحيح طبيعي مخالف للصّفر إذا قسمته على 10 يبقى 9.

على 14 يبقى 13.

على 16 يبقى 15.

مرين عدد 14:

)أ- فكّك العددين 72 و 135 إلى جذاء عوامل أوليّة

ب- استنتج D_{72} ثمّ D_{135}

)أتمم ..... كمّ (D_{72})

..... كمّ (D_{135})

.....كمّ $(D_{72} \cap D_{135})$

مرين عدد 15:

تبر المجموعتين A و B حيث:

Tunitests.tn

A : مجموعة مضاعفات العدد 2 الأصغر من 30

B : مجموعة مضاعفات العدد 3 الأصغر من 30

1)أكتب عناصر المجموعتين A و B

2) أتمّم .....= كمّ (A) ؛ ..... = كمّ (B) ؛ ..... = كمّ (A ∩ B)

3) أستنتج ..... = كمّ (A U B)

تمرين عدد 16:

باستعمال الأرقام 1 و 2 و 4 و 5 و 7 و باستعمال شجرة الإختيار:

1) ابحث عن عدد الأعداد الفرديّة المتكوّنة من 3 أرقام.

2) ابحث عن عدد الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة حيث رقم الآحاد 4.

3) ابحث عن عدد الأعداد الزّوجيّة المتكوّنة من 3 أرقام.

4) ابحث عن عدد الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة.

5) ابحث عن عدد الأعداد المتكوّنة من 6 أرقام مختلفة.

تمرين عدد 17:

1) لتكن A مجموعة الأعداد الزّوجيّة المتكوّنة من رقمين باستعمال الأرقام: 0 ، 1 ، 2، 5، 6.
أوجد كمّ (A).

2) B مجموعة الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام حيث رقم عشراتها 2 باستعمال الأرقام: 0، 1، 2، 5، 6.
أوجد : كم (B).

تمارين الاختيار من متعدد:

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة المقترحة

تمرين عدد1:

اختر الإجابة الصّحيحة من بين الإجابات التالية:

1)العدد $2^{15} - 2^{18}$ يقبل القسمة على:

❑ 7 ❑ 3 ❑ 5

2)العدد 123456789 يقبل القسمة على :

❑ 12 ❑ 3 ❑ 6

3)كلّ عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 8 و 9 يقبل القسمة على:

❑ 98 ❑ 12 ❑ 89

4)باستعمال الأرقام 0 و 2 و 4 و 6 و 8 عدد الامكانيّات لتكوين عدد يتكوّن من 4 أرقام مختلفة هو:

❑ 120 ❑ 96 ❑ 625

تمرين عدد2:

أجب بصواب أو خطأ معلّلا جوابك:

1) كلّ عدد صحيح طبيعي زوجي مخالف لـ 2 هو غير أوّلي.
2) العدد الزّوجي الوحيد الأوّلي هو 2.
3) كل عدد فردي هو أوّلي.
4) كلّ عدد صحيح طبيعي قابلا للقسمة على 6 و 8 يقبل القسمة على 48.
5) العدد $3^{2010} + 3^{2011}$ يقبل القسمة على 4
6) العدد $2^{2010} + 2^{2011} + 2^{2012}$ يقبل القسمة على 7.
7) باقي مجموع عددين صحيحين طبيعيين متتاليين على 2 يساوي 1.
8) إذا كان a عدد صحيح طبيعي أوليّ أكبر من 2 فإنّ a+1 عدد غير أوّلي .

ملاحظة: إذا كانت الإجابة صحيحة بيّن ذلك.
إذا كانت الإجابة خطأ أعط مثالين يدعّمان جوابك

إصلاح الدرس 1: التعداد و الحساب

تمرين عدد 1:

1) نستعمل شجرة الإختيار:

الرقم a	الرقم b
9	2
	5
	8

الرقم a	الرقم b
5	0
	3
	6
	9
7	1
	4
	7

الرقم a	الرقم b
1	1
	4
	7
3	2
	5
	8

ومنه

$$(a,b) \in \left\{ \begin{array}{c} (1,1);(4,1);(7,1);(2,3);(5,3);(8,3) \\ (0,5);(3,5);(6,5)(9,5);(1,7) \\ (4,7);(7,7);(2,9);(5,9);(8,9) \end{array} \right\}$$

2) أ) نستعمل شجرة الإختيار

y	x
4	1
	4
	7
2	0
	3
	6
	9
0	2
	5
	8

y	x
8	0
	3
	6
	9
6	2
	5
	8

ومنه:

$$(x,y) \in \left\{ \begin{array}{c} (2,0);(5,0);(8,0);(0,2);(3,2);(6,2) \\ (9,2);(1,4);(4,4)(7,4);(2,6) \\ (5,6);(8,6);(0,8);(3,8);(6,8);(9,8) \end{array} \right\}$$

y	x
0	2
	5
	8

$$(x,y) \in \{(2,0);(5,0);(8,0)\}$$

تمرين عدد 2:

1) 117 يقبل القسمة على 3 مثلا إذن 117 غير أوّلي

291 يقبل القسمة على 3 مثلا إذن 291 غير أوّلي

137 عدد أوّلي.

101 عدد أوّلي.

2) أ) $100 = (2\times5)^2 = 2^2 \times 5^2$

$63 = 3^2 \times 7$

1= ق م أ (63 , 100) و منه 100 و 63 أوليّان فيما بينهما.

ب) $2751 = 1 \times 2750 + 1$

$2750 = 1 \times 2750 + 0$

و منه 1= ق م أ (2750 , 2751) إذن العددين 2751 و 2750 أوليّان فيما بينهما.

3) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا

العددان n و n+1 متتاليان.

$n+1 = 1 \times n + 1$

$n = 1 \times n + 0$

و منه 1= ق م أ (n+1,n) إذن n و n +1 أوليّان فيما بينهما

تمرين عدد 3:

1) $n = 5h$ و $n=8k$ إذن $5h = 8k$

العدد 5 يقسم 8k و 5 و 8 أوليّان فيما بينهما إذن العدد 5 يقسم k.

2) $n = 5h$ و منه العدد 5 يقسم العدد n.

$n = 8k$ و منه العدد 8 يقسم العدد n

5 و 8 أوليّان فيما بينهما

إذن العدد $5\times8 = 40$ يقسم العدد n

تمرين عدد 4:

$a = 3n$ $(n\in IN^*)$ و $a=7h$ $(h\in IN)$

1) $a=3n$ و منه العدد 3 يقسم العدد a

$a=7h$ و منه العدد 7 يقسم العدد a

3 و 7 أوليان فيما بينهما

إذن العدد $3\times7=21$ يقسم العدد a أي العدد a من مضاعفات العدد 21

2) $a=3n$ و $a=7h$ إذن $3n=7h$

لنا: 7يقسم العدد n 3 و 7 و 3 أوليّان فيما بينهما إذن العدد 7 يقسم العدد n.

تمرين عدد 5:

1) b عدد صحيح طبيعي زوجي و منه $b=2k$ حيث $k\in \mathbb{N}$

2) لنا : $b=7n$ يعني $2k=7n$

العدد 2 يقسم 7n و 2 و 7 أوليّان فيما بينهما إذن العدد 2 يقسم العدد n

3) b يقبل القسمة على 2 و 7 و 2 و 7 أوليّان فيما بينهما إذن b يقبل القسمة على $2\times 7 = 14$.

تمرين عدد 6:

	54210	41748	11740	19875	7872	54973
يقبل القسمة على 6	×	×			×	
يقبل القسمة على 12		×			×	
يقبل القسمة على 15	×			×		

إصلاح التمارين و الاختبارات

تمرين عدد 1:

ب) نستعمل شجرة الإختيار:

الرقم a	الرقم b
9	2
	5
	8
5	0
	3
	6
	9
1	1
	4
	7
7	1
	4
	7
3	2
	5
	8

$$(a,b) \in \{(1,1);(4,1);(7,1);(2,3);(5,3);(8,3);(0,5);(3,5);(6,5)(9,5);(1,7);(4,7);(7,7);(2,9);(5,9);(8,9)\}$$

أ) نستعمل شجرة الإختيار

x	y
4	1
	4
	7
2	0
	3
	6
	9
0	2
	5
	8
8	0
	3
	6
	9
6	2
	5
	8

$$(x,y) \in \{(2,0);(5,0);(8,0);(0,2);(3,2);(9,2);(1,4);(4,4)(7,4);(2,6);(5,6);(8,6);(0,8);(3,8);(6,8);\}$$

x	y
0	2
	5
	8

$$(x,y) \in \{(2,0);(5,0);(8,0)\}$$

تمرين عدد 2:

1) 117 يقبل القسمة على 3 مثلا إذن 117 غير أولي

291 يقبل القسمة على 3 مثلا إذن 291 غير أوّلي

137 عدد أوّلي.

101 عدد أوّلي.

2) أ) $100 = (2\times5)^2 = 2^2 \times 5^2$

$63 = 3^2 \times 7$

ق م أ (63 , 100) = 1 و منه 100 و 63 أوليّان فيما بينهما.

ب) $2751 = 1 \times 2750 + 1$

$2750 = 1 \times 2750 + 0$

و منه ق م أ (2750 , 2751) = 1 إذن العددين 2751 و 2750 أوليّان فيما بينهما.

3) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا

العددان n و n+1 متتاليان.

$n+1 = 1 \times n + 1$

$n = 1 \times n + 0$

و منه ق م أ (n+1,n) = 1 إذن n و n+1 أوليّان فيما بينهما

تمرين عدد 3:

1) $n = 5h$ و $n = 8k$ إذن $5h = 8k$

العدد 5 يقسم 8k و 5 و 8 أوليّان فيما بينهما إذن العدد 5 يقسم k.

2) $n = 5h$ و منه العدد 5 يقسم العدد n.

$n = 8k$ و منه العدد 8 يقسم العدد n

5 و 8 أوليّان فيما بينهما

إذن العدد $5\times8 = 40$ يقسم العدد n

تمرين عدد 4:

$a = 3n$ $(n \in \mathbb{N}^*)$ و $a = 7h$ $(h \in \mathbb{N})$

1) $a = 3n$ و منه العدد 3 يقسم العدد a

$a = 7h$ و منه العدد 7 يقسم العدد a

3 و 7 أوليان فيما بينهما

إذن العدد $3\times7 = 21$ يقسم العدد a أي العدد a من مضاعفات العدد 21

2) $a = 3n$ و $a = 7h$ إذن $3n = 7h$

لنا: 7 يقسم العدد n 3 و 7 و 3 أوليّان فيما بينهما إذن العدد 7 يقسم العدد n.

تمرين عدد 5:

1) b عدد صحيح طبيعي زوجي و منه $b = 2k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

2) لنا : $b = 7n$ يعني $2k = 7n$

العدد 2 يقسم 7n و 2 و 7 أوليّان فيما بينهما إذن العدد 2 يقسم العدد n

3) b يقبل القسمة على 2 و 7 و 2 و 7 أوليّان فيما بينهما إذن b يقبل القسمة على $2\times7 = 14$.

تمرين عدد 6:

	54210	41748	11740	19875	7872	54973
يقبل القسمة على 6	×	×			×	
يقبل القسمة على 12		×			×	
يقبل القسمة على 15	×			×		

إصلاح التمارين و الاختبار

تمرين عدد 7:

1) نستعمل شجرة الاختيار :

الرقم a	الرقم b
2	2
	5
	8
6	1
	4
	7

ومنه : $(a,b)\in\{(2,2);(5,2);(8,2);(1,6);(4,6);(7,6)\}$

2) أ- نستعمل شجرة الاختيار :y=513ab

a	b
0	0
	3
	6
	9
5	1
	4
	7

ومنه : $(a,b)\in\{(0,0);(3,0);(6,0);(9,0);(1,5);(4,5);(7,5)\}$

ب- ليكون العدد y قابلا للقسمة على 30 يجب أن يكون قابلا للقسمة على 15 و 2 و منه:

$(a,b)\in\{(0,0);(3,0);(6,0);(9,0);\}$

3) Z= 5ab1، ليكون العدد Z قابلا للقسمة على 18، يجب أن يكون قابلا للقسمة على 2 و 9 و منه العدد Z لا يقبل القسمة على 18 لأنّه غير قابل للقسمة على 2 (رقم الآحاد 1).

تمرين عدد 8:

1) لدينا 17 × 1000 = 17000 و منه العدد 17 يقسم العدد 17000

2) العدد 17 يقسم العدد 17000
العدد 5 يقسم العدد 17000
العددان 17 و 5 أوليّان فيما بينهما
إذن العدد 17×5 = 85 يقسم العدد 17000

3) $A=125^{22}-7\times25^{32}=(5^3)^{22}-7\times(5^2)^{32}$
$=5^{66}-7\times5^{64}$
$=5^{64}(5^2-7)=18\times5^{64}$

✓ العدد A يقبل القسمة على 3 (18 يقبل القسمة على 3)
✓ العدد A يقبل القسمة على 5 (5^{64} يقبل القسمة على 5)
✓ 3 و5 أوّليان فيما بينهما

إذن العدد A يقبل القسمة على $3\times5=15$

4) أ) مجموع أرقام العدد 10956 يساوي 21 يقبل القسمة على 3.
و منه العدد 10956 قابل للقسمة على 3.

ب) 10956 = 11000 – 44
و 4 ×11 – 1000 ×11 = 11000 – 44 = 10956
= 11 × 996 = 11 ×(1000-4)
إذن العدد 10956 يقبل القسمة على 11.

ج) العدد 10956 يقبل القسمة على 3 و 11 و العدد ان 3 و 11 أوليّان فيما بينهما إذن العدد 10956 يقبل القسمة على 11 × 3 = 33

تمرين عدد 9:

1) $a=3^{32}+4\times81^8=3^{32}+4.(3^4)^8$
$=3^{32}+4.3^{32}$
$=3^{32}(1+4)=5.3^{32}$

✓ العدد a يقبل القسمة على 5
✓ العدد a يقبل القسمة على 3 (3^{32} يقبل القسمة على 3)
و العددان 3 و 5 أوّليان فيما بينهما إذن a يقبل القسمة على $3\times5=15$

2) $b=3\times2^7+2^8+2^9=2^7(3+2+2^2)$
$=9\times2^7$

العدد b يقبل القسمة على 2 (2^7 يقبل القسمة على 2)
العدد b يقبل القسمة على 3 (9 يقبل القسمة على 3)
2 و 3 أوليّان فيما بينهما.
إذن العدد b يقبل القسمة على 6 = 2 × 3.

3) $C=3^{31}+2\times27^{10}+9^{14}\times(2^2\times25-1)$
$=3^{31}+2\times(3^3)^{10}+(3^2)^{14}\times(2^2\times25-1)$
$=3^{31}+2\times3^{30}+3^{28}(11\times3^2)$
$=3^{31}+2\times3^{30}+11\times3^{30}=3^{30}(3+2+11)$
$=16\times3^{30}$

العدد c يقبل القسمة على 4 (16 يقبل القسمة على 4)
العدد c يقبل القسمة على 3 (3^{30} يقبل القسمة على 3)
3 و 4 أوليّان فيما بينهما
إذن العدد c يقبل القسمة على 12 = 4 × 3.

تمرين عدد 10:

$x=a\,b\,c\,d$ و $y=d\,c\,b\,a$

$x-y=(d+10c+b.10^2+a.10^3)-(a+10b+c.10^2+d.10^3)$
$=d+10c+100b+1000a-a-10b-100c-1000d$
$=999a+90b-90c-999d$
$=9x(\underbrace{111a+10b-10c-111d}_{\in\mathbb{N}})$

و منه العدد x – y يقبل القسمة على 9.

تمرين عدد 11:

1)

a	5
r	q

$a=5q+r(0\le r\prec5)$

r الباقي، q خارج القسمة

إذا كان q=r فإنّ :
$a=5q+q=6q=6r$
• r=0 يعني a = 0

- $r=1$ يعني $a=6$
- $r=2$ يعني $a=12$
- $r=3$ يعني $a=18$
- $r=4$ يعني $a=24$

ج) $\begin{array}{|c|c|}\hline b & 4 \\ \hline r & q \\ \hline \end{array}$ إذا كان $q=2r$ فإن :

$b=4q+r \quad (0\le r<4)$

$b=4q+r=4.2r+r=9r$

- $r=0$ يعني $b=0$
- $r=1$ يعني $b=9$
- $r=2$ يعني $b=18$
- $r=3$ يعني $b=27$

تمرين عدد 12:

ليكن x المبلغ المالي.

لدينا: $x-1=2n=3m=4h=5k$

$x-1$ يقبل القسمة على 4
$x-1$ " " " 5
4 و 5 أوليّان فيما بينهما

إذن $x-1$ يقبل القسمة على $4\times 5=20$

$x-1$ يقبل القسمة على 20
$x-1$ " " " على 3
20 و 3 أوليّان فيما بينهما

إذن $x-1$ يقبل القسمة على $20\times 3=60$

إذن $x-1$ هو المضاعف للعدد 60 المحصور بين 450 و500 و منه $x-1=480$ أي $x=481$ دينار.

تمرين عدد 13:

ليكن n العدد الّذي نبحث عنه.

نلاحظ أنّ العدد $n+1$ يقبل القسمة على 10 و 14 و 16

ومنه $n+1$ هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 10 و 14 و16 أي $560=2^4\times 5\times 7$ ($10=2\times 5$ ، $14=2\times 7$ و $16=2^4$) و منه $n=559$.

تمرين عدد 14:

1) أ- $72=8\times 9=2^3\times 3^2$ ، $135=3\times 45=3\times 9\times 5=3^3\times 5$

ب) $D_{72}=\{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72\}$

$D_{135}=\{1,3,5,9,15,25,45,135\}$

2) (D_{135}) كم $=8$; (D_{72}) كم $=12$

$(72,135)$ ق م أ $=9$ (D_9) كم $=3$ كم $\left(D_{72}\cap D_{135}\right)$

تمرين عدد 15 :

1) $A=\{0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24,26,28\}$

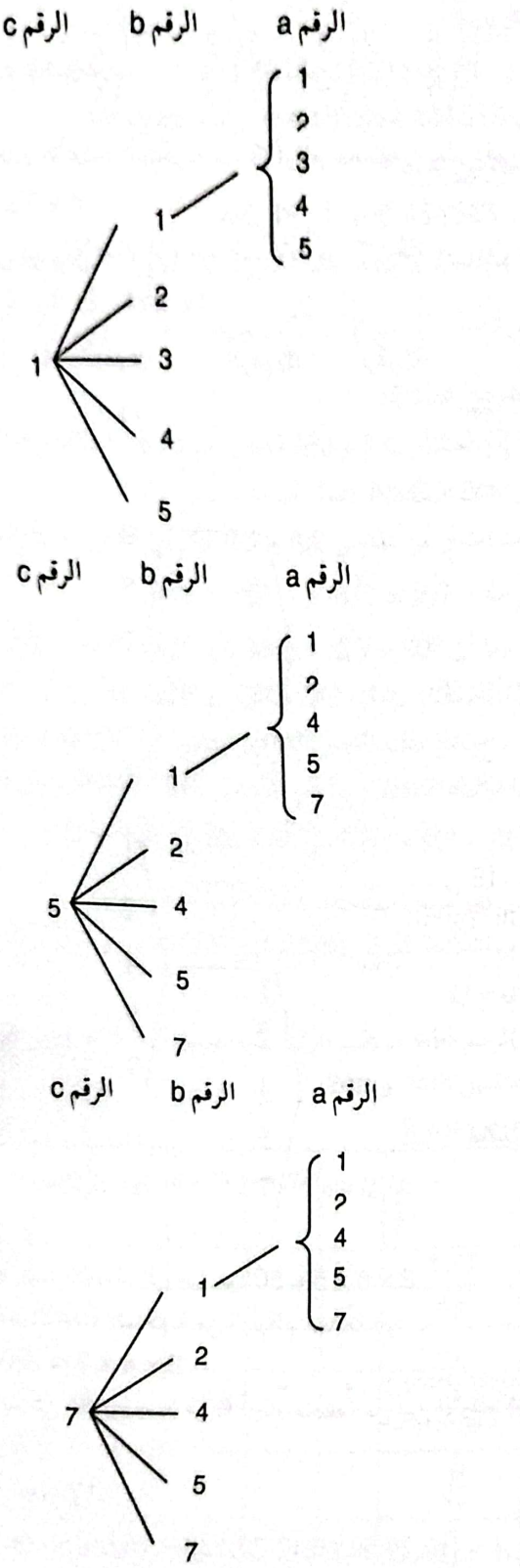
$B=\{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27\}$

2) (B) كم $=10$; (A) كم $=15$

$(A\cup B)$ كم $=15+10-5=20$; $(A\cap B)$ كم $=5$

تمرين عدد 16 :

1) ليكن $x=abc$ عددا فرديّا يتكوّن من 3 أرقام من بين 1 و 2 و 4 و 5 و 7



و منه عدد الأعداد الفرديّة المتكوّنة من 3 أرقام هو $3\times 5\times 5=75$

2) ليكن $y=ab4$ العدد المتكوّن من 3 أرقام مختلفة حيث رقم الآحاد 4.

تمرين عدد 1:

1) العدد $2^{18}-2^{15}$ يقبل القسمة على7.

2) العدد 123456789 يقبل القسمة على 3.

3) كل عدد صحيح طبيعي يقبل القسمة على 8 و 9 يقبل القسمة
12.

4) يمكن تكوين 96 عددا من 4 أرقام مختلفة باستعمال الأرقام 0
و 2 و 4 و 6 و 8.

تمرين عدد 2:

1) صحيح (الأعداد 6 و 8 غير أوليّان)

2) صحيح (قواسم العدد 2 هما 1 و 2 فقط)

3) خطأ (9 و 15 أعداد فردية غير أوليّة)

4) خطأ (24 و 72 يقبلان القسمة على 8 و 6 و لا يقبلان القـ
على 48.)

5) صحيح $3^{2011}+3^{2010}=3^{2010}(3+1)=4.3^{2010}$

6) صحيح $2^{2012}+2^{2011}+2^{2010}=2^{2010}(2^2+2+1)=7\times 2^{2010}$

7) صحيح $n+1+n=2n+1$

8) صحيح
- 19 أولي و 20 غير أوّلي
- 37 أولي و 38 غير أوّلي

إصلاح الدرس2: مجموعة الأعداد الحقيقية

تمرين عدد 1:

1)

$\mathbb{N}\cap IN=\left\{0\ ;\ \frac{6}{2}\right\}$

$\mathbb{Z}\cap\mathbb{Z}_-=\{0\ ;\ -2\}$

$\mathbb{Z}\cap ID=\left\{\frac{1}{-2}\ ;\ \frac{3}{4}\ ;\ \frac{14}{35}\ ;\ \frac{-3}{120}\ ;\ 0\ ;\ 3\ 14\ ;\ \frac{6}{2}\ ;\ -2\right\}$

$\mathbb{Z}\cap\mathbb{Q}_+=\left\{\frac{3}{4}\ ;\ \frac{14}{35}\ ;\ 0\ ;\ 3\ ;\ 14\ ;\ \frac{6}{2}\right\}$

2)

$\left\{5\ ;\ -\frac{1}{3}\ ;\ -\frac{1}{2}\ ;\ 0\ ;\ -2\right\}\not\subset E$

$ID\not\subset\mathbb{Z}\ ,\ \mathbb{Z}_-\not\subset\mathbb{Q}_+\ ,\ \mathbb{Q}_-\not\subset\mathbb{Z}$

تمرين عدد 2:

1) أ)رقم آحاد العدد a هو 8 و منه العدد a زوجي

ب)a زوجي يعني a^2 زوجي و منه باقي قسمة العدد a^2 على 2 هو
صفر.

2)أ)رقم آحاد العدد b هو 9 و منه العدد b عدد فردي.

ب)b فردي يعني b^2 فردي.

3)

$(123456789)^2-1$

$=(123456789-1)(123456789+1)$

$=123456788\times 1234567890$

$b\ a\ \ b\ a\ \ b\ a\ \ b\ a$

1 ⟨ 2 5 7 ⟩ 2 ⟨ 1 5 7 ⟩ 5 ⟨ 1 2 7 ⟩ 7 ⟨ 1 2 5 ⟩

و منه عدد الأعداد المتكوّنة من 3 أرقام مختلفة حيث رقم الآحاد 4
هو $4\times 3=12$

3)ليكن عدد الأعداد الزوجية المتكوّنة من 3 أرقام من بين الأرقام 2
و 3 و 4 و 5 و7 : x= abc

الرقم a الرقم b الرقم c

2 ⟨ 1 2 4 5 7 — 1 2 4 5 7

4 ⟨ 1 2 4 5 7 — 1 2 4 5 7

و منه عدد الأعداد الزوجية هو: $2\times 5\times 5=50$

4)عدد الأعداد المتكونة من 3 أرقام مختلفة هو:
$5\times 4\times 3=60$

5)لا يمكن تكوين عدد من 6 أرقام مختلفة من بين الأرقام 1 و 2 و 4
و 5 و 7.

تمرين عدد 17:

1) $A=\{10,20,50,60,12,22,52,62,16,26,56,66\}$

كم (A) = 12

2)
$$B=\left\{\begin{array}{l}120,121,122,125,126,220,221,222,225,\\226,520,521,522,525,526,620,621,622,\\625,626\end{array}\right\}$$

كم (B)=20

تمارين الاختيار من متعدّد: