

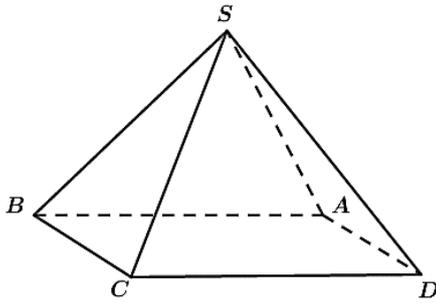


## I الهرم

الهرم هو مجسم في الفضاء قاعدته مضلع وأوجهه الحانبية مثلثات لها رأس مشترك هو رأس الهرم .

## 1 - تعريف الهرم:

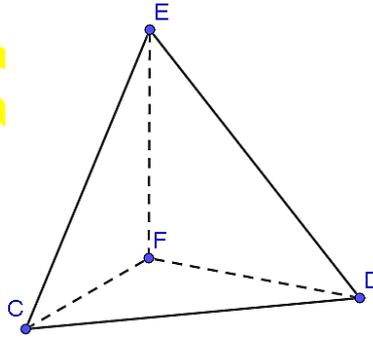
مثال المجسم المقابل SABCD هرم حيث :



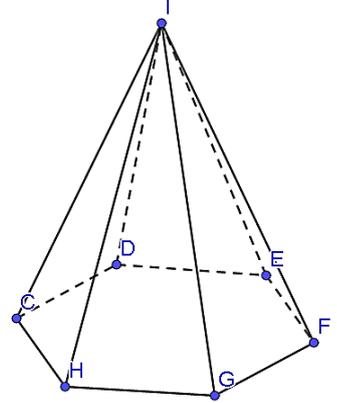
- قاعدته رباعي الاضلاع ABCD .
- رأسه S .
- الأوجه الحانبية : SBA ; SDA ; SCD ; SBC
- الأحرف : [SA] ; [SD] ; [SC] ; [SB]

## ملاحظة :

- لكل وجه جانبي ضلع مشترك مع القاعدة . بالتالي عدد الأوجه الحانبية يساوي عدد أضلاع القاعدة .
- ارتفاع الهرم : هو بعد رأسه عن مستوى القاعدة



هرم قاعدته مثلث يسمى : هرما ثلاثيا



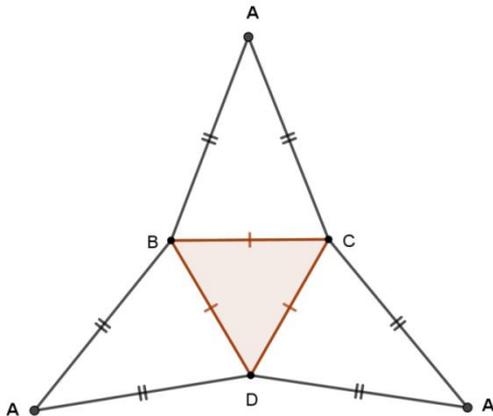
هرم قاعدته سداسي الاضلاع

## 2 - نشر الهرم وصنعه:

نشاط : الرسم المقابل يمثل نشرنا لهرم ABCD قاعدته مثلث

طول ضلعه 3cm وطول احرفه الحانبية 4cm .

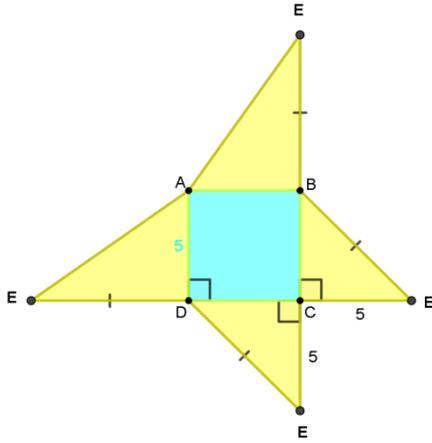
- انقل الرسم على ورق مقوى وفقا لابعاده الحقيقية ثم اصنع الهرم .



### 3 - حجم الهرم:

**نشاط:** الرسم المقابل يمثل نشرًا لهرم EABCD ارتفاعه 5cm

وقاعدته مربع طول ضلعه 5cm .



أ - انقل الرسم على ورق مقوى وفقا لابعاده الحقيقية ثم اصنع الهرم EABCD .

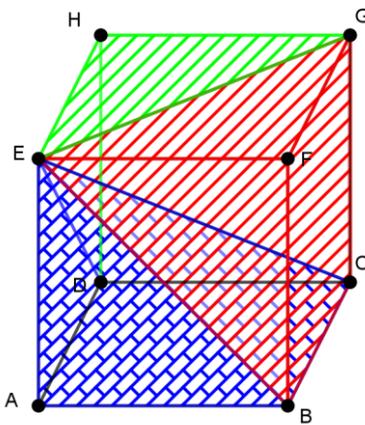
ب - قم بصنع هرمين آخرين لهما نفس الابعاد .

ج - باستعمال أهرامتك الثلاثة قم بتركيب مكعب .

المكعب المتحصل عليه طول حرفه 5cm اذن حجمه يساوي :  $V = 125\text{cm}^3$  .

وبما أن المكعب يتكون من ثلاثة أهرامات متقايسة فإن حجم كل منها يساوي  $\frac{V}{3}$

بصفة عامة :



حجم الهرم يساوي ثلث جداء مساحة قاعدته و ارتفاعه.

إذا رمزنا بـ  $B$  إلى مساحة القاعدة و إلى الإرتفاع بـ  $h$

$$V = \frac{B \times h}{3} \quad \text{فإن :}$$

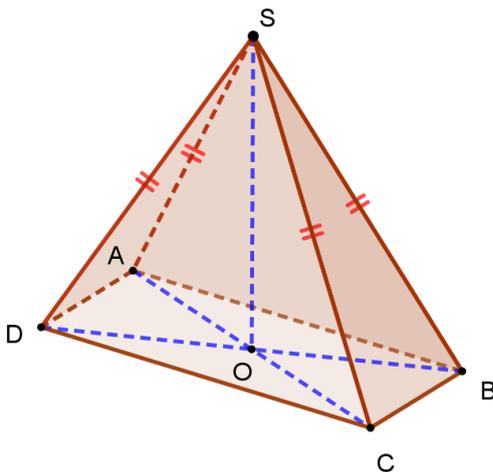
مثال :

في المثال المقابل هرم SABCD قاعدته مستطيلة الشكل

بعدها 4cm و 5cm وارتفاعه  $SO=h=9\text{cm}$ .

اذن حجم الهرم هو :

$$V = \frac{B \times h}{3} = \frac{4 \times 5 \times 9}{3} = 60 \text{ cm}^3$$

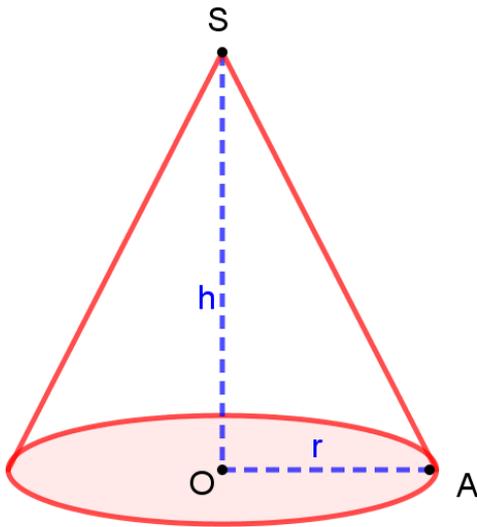


تمرين : - أكمل الجدول

3	2	1	الهرم
	5 dm <sup>2</sup>	21cm <sup>2</sup>	مساحة القاعدة
15m		10cm	الإرتفاع
40m <sup>3</sup>	12dm <sup>3</sup>		الحجم

## II المخروط

### 1 - تعريف المخروط:



المخروط الدوراني هو مجسم قاعدته قرص دائري وارتفاعه يساوي بعد قمته عن مركز قاعدته. ويسمى مخروط شعاعه  $r$  وارتفاعه  $h$ .

مصطلحات :

- قمة المخروط هي النقطة  $S$
- قاعدة المخروط هي القرص الذي مركزه  $O$  و شعاعه  $r$ .
- طول القطعة  $[SO]$  هو ارتفاع المخروط و نرسم له ب  $h$ .
- كل قطعة  $[SA]$  حيث  $A$  نقطة من الدائرة تسمى عمده المخروط.

### 2 - نشر المخروط وصنعه:

يتكون نشر المخروط الدوراني من السطح الجانبي وهو قطاع دائري شعاعه يساوي عمده المخروط ومن قرص دائري يمثل قاعدة المخروط.

مثال : لننجز نشرًا لمخروط دوراني ارتفاعه  $4\text{cm}$

وشعاع قاعدته  $r = 3\text{cm}$  وطول عمده  $SA = 5\text{cm}$ .

يجب ان نحساب  $\widehat{ASA'}$  قيس زاوية القطاع الدائري :

ليكن  $L$  طول القوس  $\widehat{AA'}$  بمان  $L$  يساوي محيط القاعدة اذن :

$$L = 2 \times \pi \times r$$

$$L = 2 \times 3,14 \times 3 = 18,84 \text{ cm}$$

محيط الدائرة التي مركزها  $S$  وشعاعها  $SA$  يساوي :

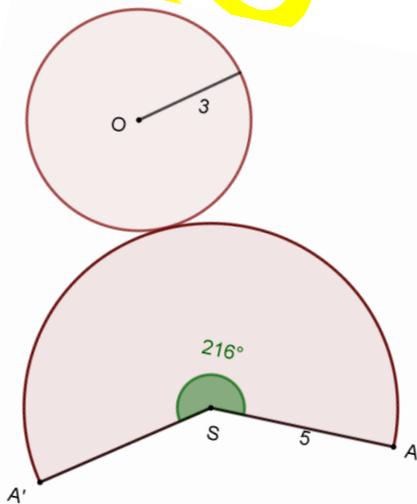
$$2 \times \pi \times SA = 2 \times 3,14 \times 5 = 31,4 \text{ cm}$$

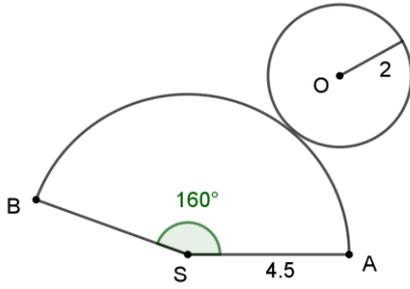
بالتالي لدينا :  $31,4 \text{ cm} \longrightarrow 360^\circ$

$$18,84 \text{ cm} \longrightarrow \widehat{ASA'}$$

اذن :

$$\widehat{ASA'} = \frac{18,84 \times 360}{31,4} = 216^\circ$$





### 3 - المساحة الجانبية للمخروط :

في ما يلي نشر لمخروط دوراني .

أ - نتحقق ان محيط القاعدة يساوي طول القوس الدائري  $\widehat{AB}$

$$\text{محيط القاعدة} = \text{قطر} \times \pi \text{ أي } 4\pi = 12,56\text{cm}$$

$$\frac{9\pi \times 160}{360} = 4\pi = 12,56\text{cm} \text{ يساوي طول القوس الدائري } \widehat{AB}$$

( $9\pi$ ) هو محيط الدائرة التي مركزها S وشعاعها 4,5 cm .

ب - لتكن A المساحة الجانبية للمخروط :

$$A = \frac{(4,5)^2 \times \pi \times 160}{360} = 28,26 \text{ cm}^2$$

ج - احسب المساحة الجملية للمخروط .

### 4 - حجم المخروط:

حجم المخروط الدوراني يساوي ثلث جذاء مساحة قاعدته و ارتفاعه .  
إذا رمزنا إلى شعاع القاعدة بـ  $r$  و إلى الارتفاع بـ  $h$  و إلى الحجم بـ  $V$  فإن :

$$V = \frac{\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

مثال 1 :

مخروط دوراني شعاع قاعدته 1,5 cm وارتفاعه 4 cm احسب حجمه .

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} = \frac{3,14 \times (1,5)^2 \times 4}{3} = 9,42 \text{ cm}^3$$

مثال 2 :

مخروط دوراني ارتفاعه 5,5 cm وحجمه  $51,27 \text{ cm}^3$  احسب شعاع قاعدته .

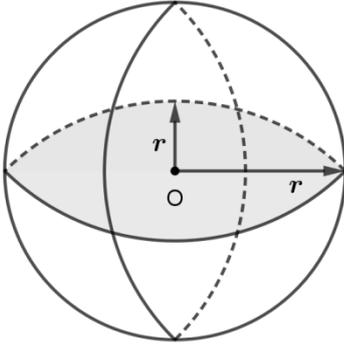
$$51,27 = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} \text{ لدينا : } V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} \text{ اذن : } 51,27 = \frac{3,14 \times r^2 \times 5,5}{3}$$

$$r^2 = \frac{3 \times 51,27}{3,14 \times 5,5} = 8,9 \text{ اذن : } r^2 = 8,9$$

$$r = \sqrt{8,9} = 2,98 \text{ cm} \text{ اذن : } r = \sqrt{8,9} = 2,98 \text{ cm}$$

**تمرين : أكمل الجدول التالي :**

المخروط	1	2	3
شعاع القاعدة	2cm	4dm	
الإرتفاع	9cm		30cm
الحجم		251,2dm <sup>3</sup>	300π cm <sup>3</sup>



### III الكرة

#### 1 - تعريف الكرة:

الكرة التي مركزها O وشعاعها r هي مجموعة نقاط الفضاء التي بعدها عن O يساوي r .  
كل مستقيم يمر من المركز O للكرة يقطع هذه الأخيرة في نقطتين فقط حيث البعد بينهما يساوي قطر الكرة .

#### 2 - حجم الكرة:

الحجم V لكرة شعاعها r هو :  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

#### تمرين 1:

1 - أحسب حجم كرة شعاعها 3,5cm .

2 - أحسب قطر كرة حجمها  $\frac{500\pi}{3}$  cm<sup>3</sup>

#### تمرين 2:

إذا علمت أن مساحة الكرة تساوي  $4 \times \pi \times r^2$  أحسب شعاع كرة مساحتها 90cm<sup>2</sup> .