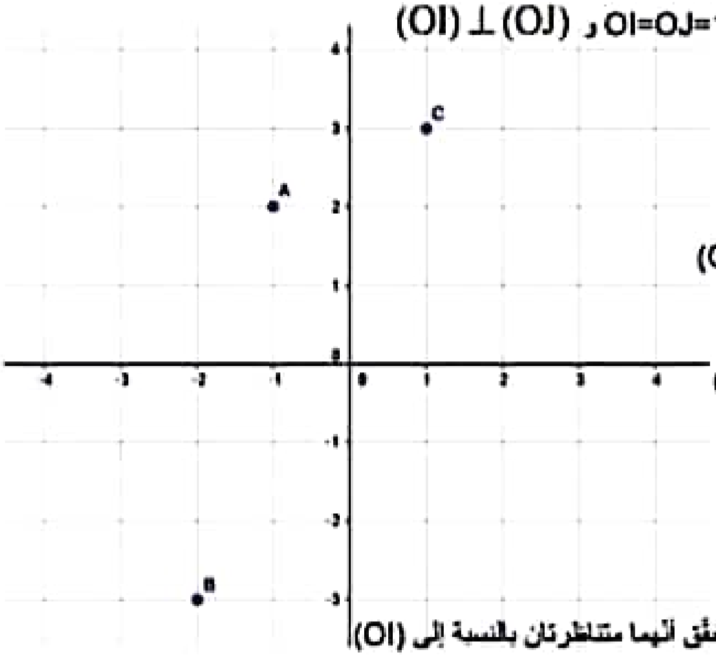
V) التناظر و التّعيين

كل ثلاثي نقط (O, I, J) حيث(OI) عمودي على (OJ) يسمى معينا متعامدا في المستوى

- النقطة O تسمّى أصل المعين
- المستقيم (OI) يسمّى محور الفواصل.
- المستقيم (OJ) يسمّى محور الترتيبات.
- المستقيمان (OI) و (OJ) هما محورا الإحداثيات.
- لكل زوج من الأعداد الصحيحة النسبيّة (x,y) نسند نقطة وحيدة M من المستوي و نكتب M(x,y) و نقرأ النقطة M ذات إحداثيات (x ;y)

نشاط 1 : لاحظ الرسم التالي حيث (O, I, J) معين في المستوي و OI=OJ=1cm و (OI) ⊥ (OJ)



لتكن النقاط A و B و C كما يبين الرسم المصاحب

1) حدد إحداثيات النقاط A و B و C وفق المعيّن (O, I, J)

A (. ; .)	B (. ; .)	C (. ; .)

2) ابن النقاط 'A و'B و'C مناظرات النقاط A و B و C بالنسبة إلى (OI)

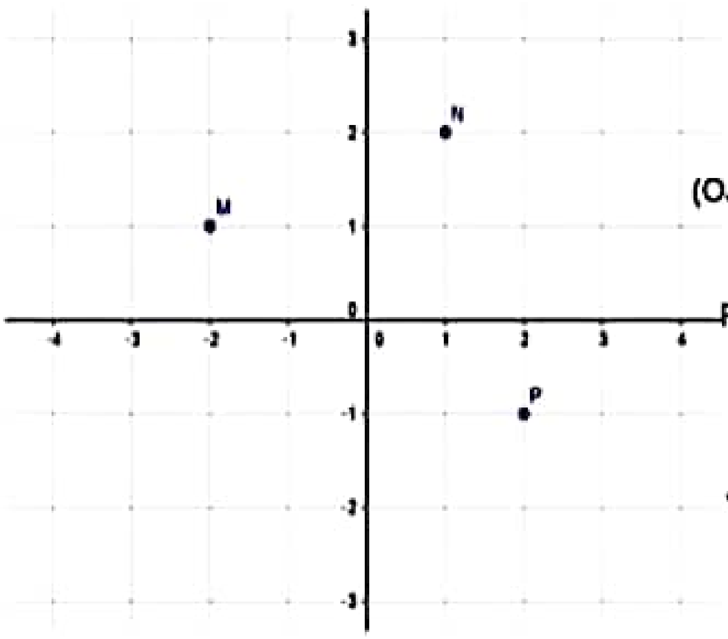
ثم حدد احداثياتهم

A' (. ; .)	B' (. ; .)	C' (. ; .)

ماذا تلاحظ بالنسبة الى احداثيات (الفاصلة و الترتيبة) النقاط A و B و C و احداثيات مناظراتهم 'A و'B و'C بالنسبة إلى (OI)

عيّن نقطتين (3- ;4)E و (3 ;4)F ماذا تلاحظ بالنسبة الى إحداثيتهما؟ تحقّق أنّهما متناظرتان بالنسبة إلى (OI)

نشاط 2 : لاحظ الرسم التالي حيث (O, I, J) معين في المستوي و OI=OJ=1cm و (OI) ⊥ (OJ)



لتكن النقاط M و N و P كما يبين الرسم المصاحب

1) حدد إحداثيات النقاط M و N و P وفق المعيّن (O, I, J)

M (. ; .)	N(;)	P (. ; .)

2) ابن النقاط 'M و'N و'P مناظرات النقاط M و N و P بالنسبةإلى(OJ)

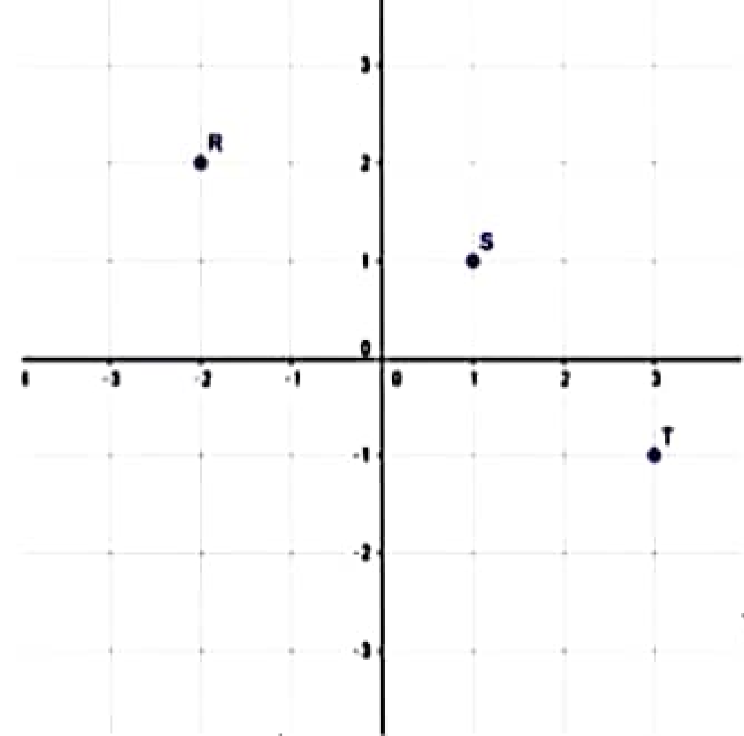
حدد احداثيات

M' (. ; .)	N' (. ; .)	P' (. ; .)

ماذا تلاحظ بالنسبة الى احداثيات (الفاصلة و الترتيبة) النقاط M و N و P و احداثيات مناظراتهم 'M و'N و'P بالنسبة إلى (OJ)؟

عيّن نقطتين (3- ;4)G و (3- ;4-)H ماذا تلاحظ بالنسبة الى إحداثيتهما؟

تحقّق أنّهما متناظرتان بالنسبة إلى (OJ)



نشاط 3 : لاحظ الرسم التالي حيث (J, I, O) معين متعامدا في المستوي

و OI=OJ=1cm

لتكن النقاط R و S و T كما يبين الرسم المصاحب

1) حدد إحداثيات النقاط R و S و T وفق المعين (J, I, O)

R (. ; .)	S (. ; .)	T (. ; .)

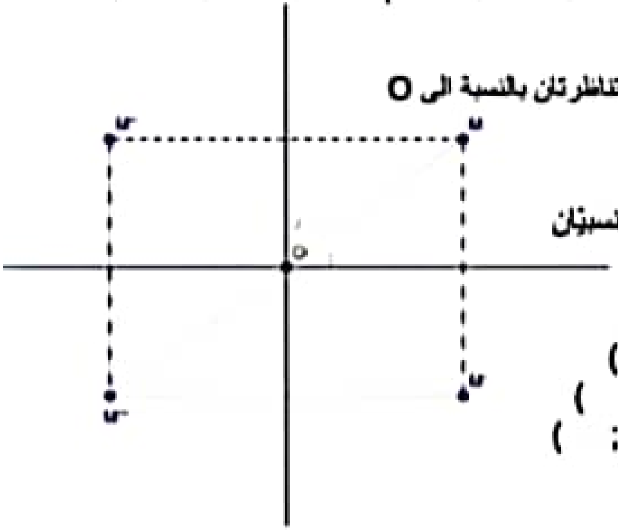
2) ابن النقاط R' و S' و T' مناظرات النقاط R و S و T بالنسبة إلى O

ثم حدد إحداثياتهم

R' (. ; .)	S' (. ; .)	T' (. ; .)

ماذا تلاحظ بالنسبة الى احداثيات (الفاصلة و الترتيبة) النقاط R و S و T

و احداثيات مناظراتهم R' و S' و T' بالنسبة إلى O



عيّن نقطتين V(-3; 2) و W(-2; 3) ماذا تلاحظ بالنسبة الى إحداثيتهما؟ تحقّق أنّهما متناظرتان بالنسبة الى O

بصفة عامّـــة:

إذا كان (J; I; O) معيّنا متعامدا في المستوي وإذا كان x و y عددان صحيحان نسبيّان

و نقطة M ذات الاحداثيات(x; y) فإنّ :

- مناظرتها بالنسبة الى (OI) هي النقطة M' ذات الاحداثيات (;)
- مناظرتها بالنسبة الى (OJ) هي النقطة M'' ذات الاحداثيات (;)
- مناظرتها بالنسبة الى النقطة O هي النقطة M''' ذات الاحداثيات (;)

تطبيق 1 ص 177:

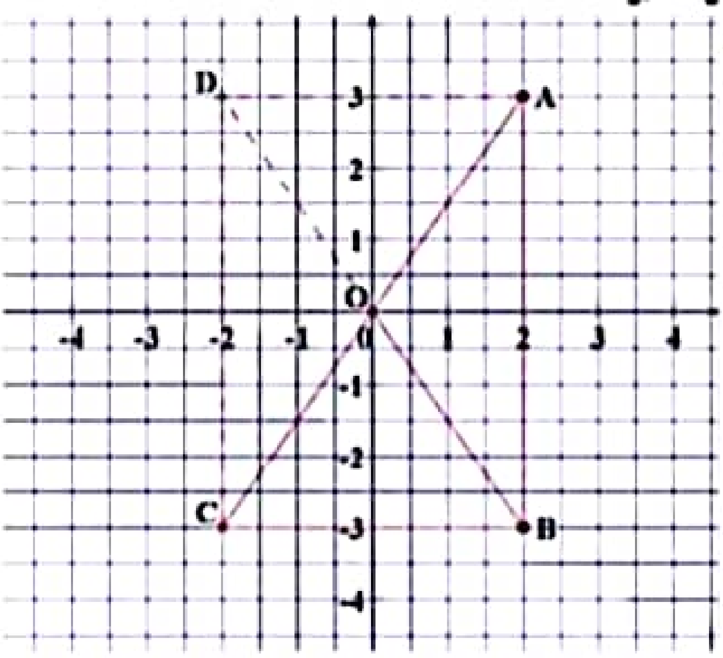
أ)	A'(... ;....) B'(... ;....) C'(... ;....)	ب)	A''(... ;....) B''(... ;....) C''(... ;....)	ج)	A'''(... ;....) B '''(... ;....) C'''(... ;....)

تطبيق: ليكن (O, I, J) معينا في المستوي

ا) عين النقطتين A (2,3) و B (2,-3). بين ان المثلث OAB متقايس الضلعين.

ب) نسمي النقطة C مناظرة النقطة A بالنسبة للنقطة O. حدد إحداثياتها

بين ان المثلث ABC قائم.



أكمل الفراغ :

ا) النقطتان A و B لهما نفس الفاصلة و ترتيبهما متقابلتان

إذن هما .... بالنسبة إلى محور ....

اي ان ....هو الموسط العمودي للقطعة ....

و بالتالي OA=OB يعني ان المثلث .... متقايس الضلعين.

ب) النقطة C(............,............)

نلاحظ ان B (2,-3) و C(-2,-3) إذا هما متناظرتان

بالنسبة إلى محور .... و بالتالي .... عمودي على(BC)

وبما ان : (...........) عمودي على (...........)

و

(...........) عمودي على(...........)

2016

لدينا (OJ) موازي لـ (AB) و (OJ) عمودي على (BC) ... (AB) عمودي على (.......) بالتالي المثلث ABC قائم في ......

محمد علية

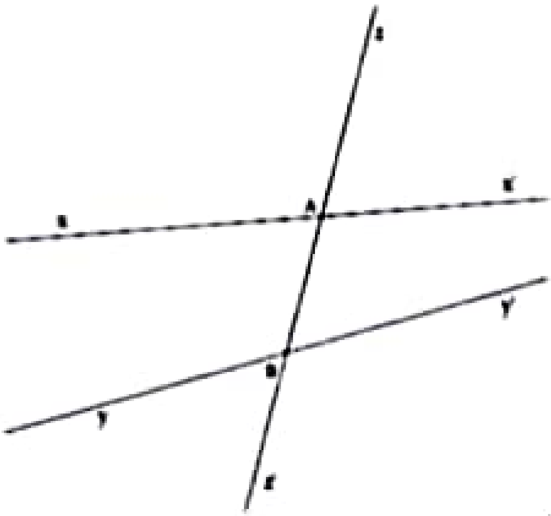
الزوايا الحاصلة عن تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين

خاصيات زاويتين متبادلتين داخليا و الزوايا المتماثلة و الزوايا الداخلية من نفس الجهة

الزوايا المتماثلة – المتبادلة داخليا – الداخليتان من نفس الجهة

1

لاحظ الرسم التالي :



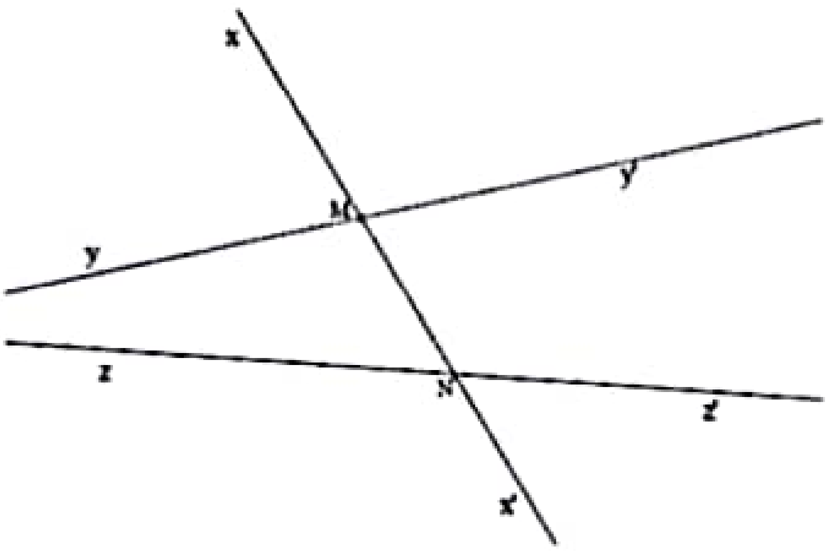
1) اذكر زاويتين متبادلتين داخليا بالنسبة إلى (zz')

2) اذكر زاويتين متماثلتين بالنسبة إلى (zz')

3) اذكر زاويتين داخليتين من نفس الجهة بالنسبة إلى (zz')

2

لاحظ الرسم التالي :



أكمل الجمل التالية :

- الزاويتان $\widehat{MN z}$ و .... متبادلتان داخليا بالنسبة إلى (xx')
- الزاويتان $\widehat{MN z}$ و .... متماثلتان بالنسبة إلى (xx')
- الزاويتان $\widehat{MN z}$ و .... داخليتان من نفس الجهة بالنسبة إلى (xx')

تقاطع مستقيمين متوازيين مع مستقيم

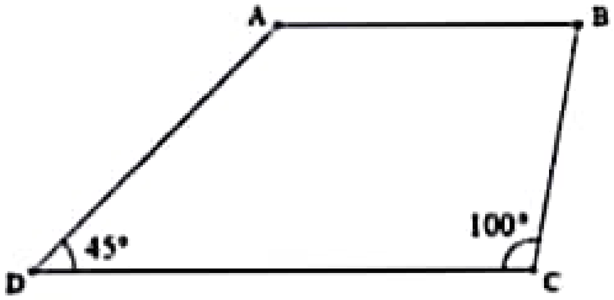
3

أكمل الجدول بـ "متقايستان" أو "متكاملتان" أو "متتامتان" :

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإنّ كل زاويتين	متماثلتين	....
	داخليتين من نفس الجهة	....
	متبادلتين داخليا	....

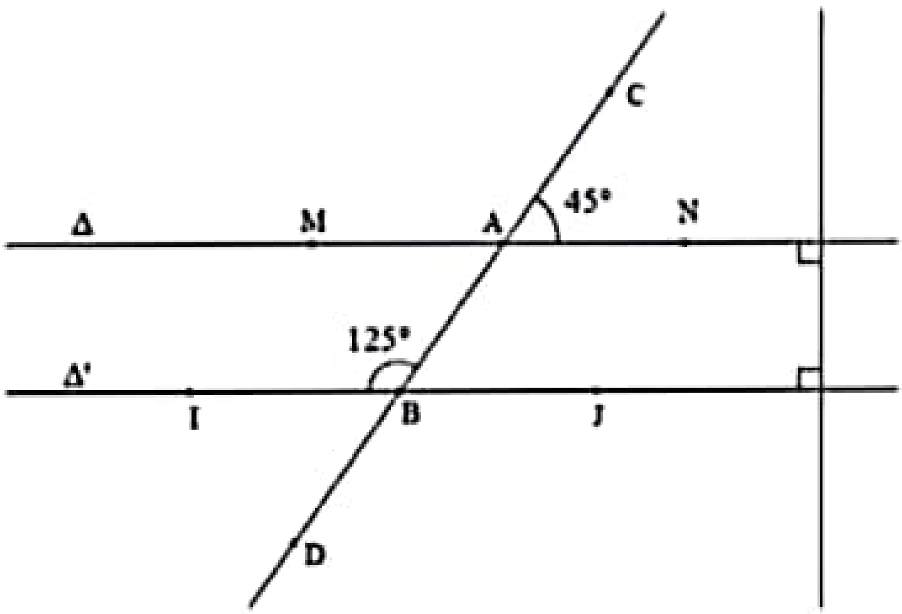
4

احسب قيسة زوايا شبه المنحرف $ABCD$ التالي

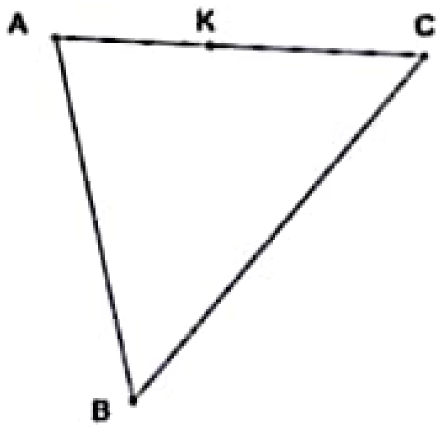


5

هل يمكن أن يكون الرسم التالي صحيحا ؟ علل جوابك



6



لاحظ الرسم التالي حيث ABC مثلث و $AB = AC$

1) ابن Δ المستقيم المار من K و الموازي لـ (BC)

Δ يقطع $[AB]$ في النقطة E

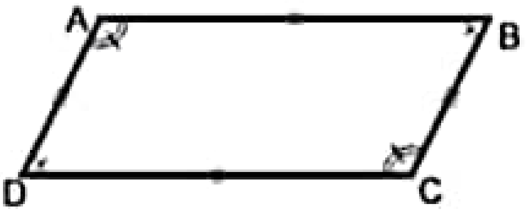
2) بيّن أنّ $A\hat{K}E = A\hat{C}B$

3) بيّن أنّ المثلث AKE متقايس الضلعين

المدرسة الإعدادية بحلوز	ملخص درس: رياضيات الأضلاع	الأستاذ: رياض زعبري
مارس 2017		المستوى: 8أساسي+9أساسي

I) متوازي الأضلاع

1) تعريف متوازي الأضلاع :



- متوازي الأضلاع هو رباعي محدب أضلاعه المتقابلة متوازية.

ABCD متوازي الأضلاع يعني $\left.\begin{matrix}(AB)\parallel(CD)\\(AD)\parallel(BC)\end{matrix}\right\}$

2) الخاصيات المباشرة لمتوازي الأضلاع :

- إذا كان ABCD متوازي الأضلاع فإن:
  - القطران يتقاطعان في المنتصف
  - كل ضلعين متقابلين متوازيين أي $\left.\begin{matrix}(AB)\parallel(CD)\\(AD)\parallel(BC)\end{matrix}\right\}$
  - كل ضلعين متقابلين متقايسين أي $\left.\begin{matrix}AB=CD\\AD=BC\end{matrix}\right\}$
  - كل زاويتين متقابلتين متقايستين أي $\left.\begin{matrix}\widehat{BAD}=\widehat{BCD}\\\widehat{ABC}=\widehat{ADC}\end{matrix}\right\}$
  - كل زاويتين متتاليتين متكاملتين أي

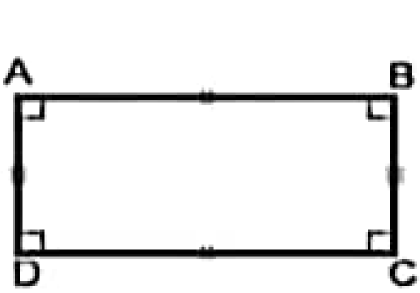
$$\widehat{ABC}+\widehat{BCD}=\widehat{BCD}+\widehat{CDA}=\widehat{CDA}+\widehat{DAB}=\widehat{DAB}+\widehat{ABC}=180°$$

3) كيف نثبت أن رباعي هو متوازي الأضلاع :

- لدينا خمسة طرق لنثبت أنّ رباعي هو متوازي الأضلاع وهي:
  - كل ضلعين متقابلين متوازيين
  - كل ضلعين متقابلين متقايسين
  - إثنان فقط من أضلاعه متوازيين ومتقايسين في آن واحد
  - القطران يتقاطعان في المنتصف
  - كل زاويتين متقابلتين متقايستين

II) المستطيل :

1) تعريف المستطيل :



- المستطيل هو رباعي أضلاع لــه ثلاث زوايا قائمة

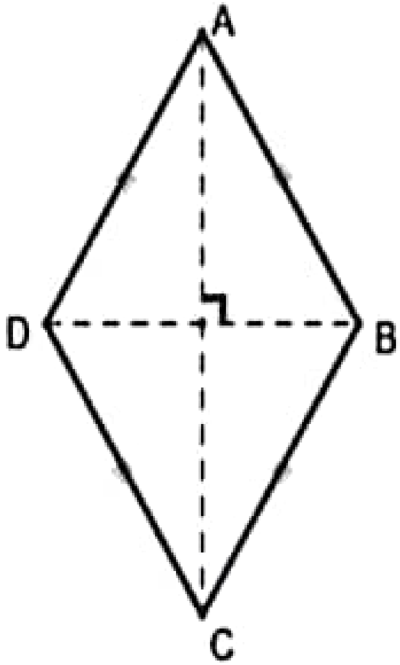
2) الخاصيّات المباشرة للمستطيل :

- إذا كان ABCD مستطيلا فإنّه لدينا :
  - جميع خاصيات متوازي الأضلاع
  - الزوايا الأربعة قائمة
  - القطران متقايسان

3) كـيف نثبت أن رباعي هـو مستـطـيـل :

- لدينا ثـلاث طـرق لنثبت أنّ رباعي هو مـسـتطيل وهي:
  - لــه ثلاث زوايا قائمة
  - متوازي الأضلاع + لــه زاويـــة قائمة
  - متوازي الأضلاع + قطراه متقايسان

II) المـعيّن :



1) تعريف المـعيّن :

المعيّن هو رباعي أضلاع أضلاعه الأربعة متقايسة

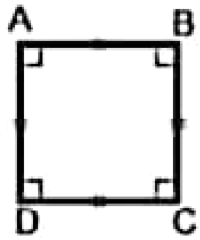
2) الخاصيّات المباشرة للمـعيّن :

- إذا كان ABCD معيّنا فإنه لدينا :
  - جميع خاصيّات متوازي الأضلاع
  - القطران متـعامـدان
  - الأضلاع الأربعه متقايـسـة

3) كـيف نثبت أن رباعي هـو مـعـيّـن :

- لدينا ثـلاث طـرق لنثبت أن رباعي هو مـعـيّـن وهي:
  - الأضلاع الأربعة متقايـسـة
  - متوازي الأضلاع + لــه ضلعان متتاليان متقايسان
  - متوازي الأضلاع + قطراه متعامـدان

III) المـربّـع:



1) تعريف المـربّـع :

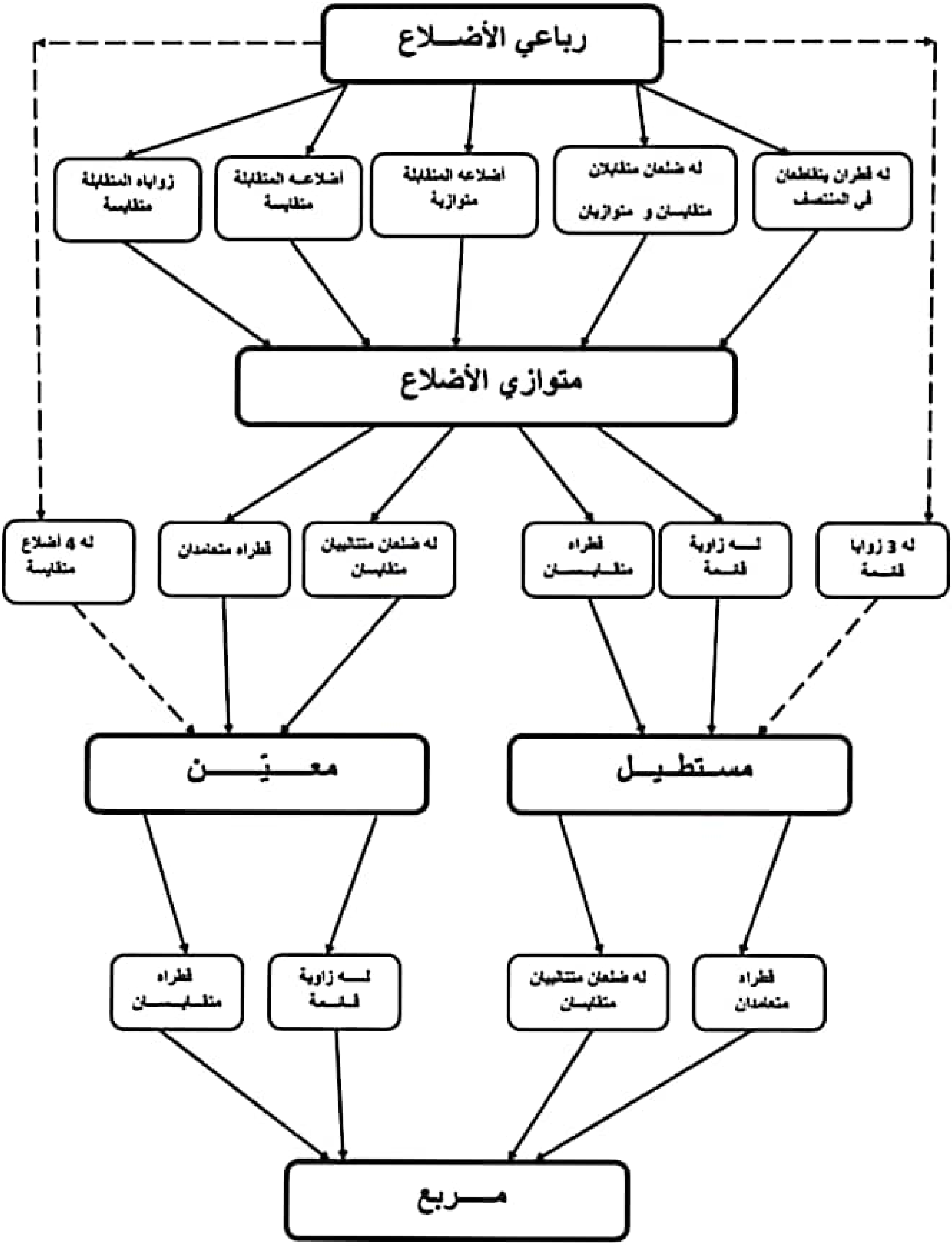
المربّع هو رباعي أضلاع أضلاعه الأربعة متقايسة و زواياه الأربعة قائمة

2) الخاصيّات المباشرة للمـربّـع :

- إذا كان ABCD مـربّـعا فإنه لدينا :
  - جميع خاصيّات المستطيل و المـعـيّـن

3) كـيف نثبت أن رباعي هـو مـربّـع :

- نا أربعة طـرق لنثبت أنّ رباعي هو مـربّـع وهي:
  - مستطيل + قطراه متعامدان
  - مستطيل + لــه ضلعان متتاليان متقايسان
  - مـعيّن + قطراه متقايسان
  - مـعيّن + لــه زاوية قائمة


رباعي الأضلاع
زواياه المتقابلة متقايسة
أضلاعه المتقابلة متقايسة
أضلاعه المتقابلة متوازية
له ضلعان متقابلان متقايسان و متوازيان
له قطران يتقاطعان في المنتصف
متوازي الأضلاع
له 4 أضلاع متقايسة
قطراه متعامدان
له ضلعان متتاليان متقايسان
قطراه متقايسان
لـه زاوية قائمة
له 3 زوايا قائمة
معيّن
مستطيل
قطراه متقايسان
لـه زاوية قائمة
له ضلعان متتاليان متقايسان
قطراه متعامدان
مربع

1 –

1 قواعد في الضّرب

تعريف: الضّرب هو إختصار لعمليّة جمع.

مثال: $3\times 7=3+3+3+3+3+3+3$

تطبيق: احسب العمليّتين التّاليتين:

$(-2)\times 5$

$3\times(-4)$

ملاحظات:

- جذاء عدد كسري موجب و عدد كسري سالب هو عدد كسري سالب.

مثال: $(-8)\times 5=-40$

- جذاء عددين كسريّين سالبين هو عدد كسري موجب.

مثال: $(-4)\times(-7)=28$

تطبيق: احسب الجذاءات التّالية:

$9\times(-4)$

$8\times(-3)$

$(-7)\times(-6)$

تنشيط: احسب العمليّتين التّاليتين:

$\frac{2}{7}\times\frac{3}{5}$ ، $\frac{14}{3}\times\frac{5}{21}$

قاعدة حساب جذاء عددين كسريّين: $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

مثال: $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{2\times 3}{5\times 7}=-\frac{6}{35}$

ملاحظة: قبل ضرب عددين كسريّين نقوم بإختزال الكتابة الكسريّة.

مثال: $\frac{6}{11}\times\left(-\frac{22}{9}\right)=\frac{2}{1}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{2\times 2}{3}=-\frac{4}{3}$

تطبيق: احسب الجذائين التّاليين:

$\frac{35}{27}\times\left(-\frac{9}{14}\right)$ $\left(-\frac{15}{7}\right)\times\frac{21}{45}$

<u>تمرين منزلي</u>: احسب العمليّات التّالية:

$$\left(-\frac{25}{9}\right)\times\frac{18}{20}$$

$$\left(-\frac{5}{24}\right)\times\left(-\frac{16}{11}\right)$$

$$\left(-\frac{7}{26}\right)\times(-13)$$

---

2 خاصيّات في الضّرب

2/5

و عنصر محايد في الضّرب. ($a\times 1=a$)

$(-5)\times 1=-$

- -1 ليس عنصر محايد في الضّرب. (لأنّ $a\times -1=-a$)

- 0 هو عنصر ماصّ في عمليّة الضّرب. ($a\times 0=0$)

مثال: $(-4)\times 0=0$

الخاصيّة التّبديليّة و التّجميعيّة: إذا كان a ، b و c أعداد كسريّة نسبيّة فإنّ: $a\times b\times c=(a\times b)\times c=(a\times c)\times b=(b\times c)\times a$.

مثال: $5\times 7\times(-2)=[5\times(-2)]\times 7=(-10)\times 7=-70$

تطبيق: احسب العمليّتين التّاليتين:

$$(-3)\times 25\times(-4)\times 7$$

$$\left(-\frac{16}{5}\right)\times 7\times\left(-\frac{1}{8}\right)$$

نشاط: احسب العمليّة التّالية:

$$\left(9+\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{23}\right)$$

الخاصيّة التّوزيعيّة على الجمع: إذا كان a ، b و c أعداد كسريّة نسبيّة فإنّ: $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$

مثال: $(-9)\times\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{27}\right)=\left[(-9)\times\frac{5}{6}\right]+\left[(-9)\times\frac{1}{27}\right]=\left(-\frac{15}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{45}{6}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)=-\frac{47}{6}$

تطبيق: احسب العمليّة التّالية:

$$\frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{5}+\frac{8}{3}\right)$$

خاصيّة التفكيك: إذا كان a ، b و c أعداد كسرية نسبية فإن: $a\times b+a\times c=a\times(b+c)$

مثال: $\left(-\frac{9}{22}\right)\times 7+\left(-\frac{9}{22}\right)\times 4=\left(-\frac{9}{22}\right)\times(7+4)=\left(-\frac{9}{22}\right)\times 11=\left(-\frac{9}{2}\right)\times 1=-\frac{9}{2}$

تطبيق: احسب العمليّة التّالية:

$$\frac{3}{4}\times\left(-\frac{5}{7}\right)+\frac{3}{4}\times\frac{9}{7}$$

<u>تمرين منزلي:</u> احسب العمليّات التّالية:

$$\frac{5}{8}\times\left(-\frac{1}{9}\right)\times(-24)\times(-18)$$

$$\left(-\frac{5}{8}\right)\times\frac{1}{9}+\left(-\frac{5}{8}\right)\times\left(-\frac{7}{9}\right)$$

$$\frac{25}{14}\times\left(-\frac{2}{9}\right)\times\left(-\frac{7}{25}\right)$$

$$(-35)\times\left(-\frac{2}{5}-\frac{1}{21}\right)$$

- 3

نشاط:

a ، b ، c ، d و e أعداد كسريّة سالبة.

1) حدّد علامة الجذاء: $a\times b\times c$.

2) حدّد علامة الجذاء: $a\times b\times c\times d$.

3) حدّد علامة الجذاء: $a\times b\times c\times d\times e$.

خاصيّة العلامات:

- جذاء أعداد كسريّة سالبة هو عدد كسري سالب إذا كان عدد العوامل فردي.

مثال: جذاء 3 أعداد كسريّة سالبة هو عدد كسري سالب.

- جذاء أعداد كسريّة سالبة هو عدد كسري موجب إذا كان عدد العوامل زوجي.

مثال: جذاء 4 أعداد كسريّة سالبة هو عدد كسري موجب.

تطبيق: احسب الجذائين التّاليين:

$$(-3)\times 5\times(-4)$$

$$(-50)\times(-7)\times 2\times(-1)$$

3 قواعد في القسمة

تنشيط:

كيف هما العددان: $\frac{2}{-}$ ، $\frac{7}{-}$؟

تعريف المقلوب: إذا كان $\frac{a}{b}$ عدد كسري نسبي فإنّ: مقلوب $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$.

مثال: مقلوب $-\frac{3}{5}$ هو $-\frac{5}{3}$.

قاعدة: إذا كان a عدد كسري نسبي فإنّ $\frac{1}{a}$ هو مقلوب a.

مثال: $-\frac{7}{2} = \frac{1}{-\frac{2}{7}}$.

تطبيق: جد العددين التّاليين:

$$\frac{1}{-\frac{5}{8}} \quad ، \quad -\frac{1}{-\frac{4}{9}}$$

تنشيط: احسب العمليّة التّالية:

$$\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)$$

خاصيّة عددان مقلوبان: إذا كان a و b عددان كسريّان نسبيّان مقلوبان فإنّ $a\times b=1$.

مثال: $-\frac{3}{4}\times x=1$ يعني $x=-\frac{4}{3}$

تطبيق: جد x في الحالتين التّاليتين:

$$-\frac{1}{7}\times x=1 \quad ، \quad -5\times x=1$$

<u>تمرين منزلي</u>: احسب العمليّات التّالية:

$$\frac{1}{1-\frac{7}{5}} \quad ، \quad \frac{1}{-\frac{2}{3}}\times-\frac{7}{15} \quad ، \quad \frac{1}{-\frac{3}{5}}-\frac{1}{\frac{2}{7}}$$

تنشيط: احسب العمليّتين:

$$4:\frac{1}{3} \quad ، \quad 4:\frac{2}{3}$$

قاعدة قسمة عدد كسري على آخر: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$.

مثال: $\dfrac{\frac{5}{6}}{-\frac{7}{3}}=\dfrac{5}{6}\times-\dfrac{3}{7}=-\dfrac{5}{14}$.

تطبيق: احسب عمليّات القسمة التّالية:

$$\dfrac{-\frac{7}{10}}{\frac{21}{5}} \quad , \quad \dfrac{\frac{4}{11}}{-\frac{8}{33}} \quad , \quad \dfrac{-3}{-\frac{6}{7}}$$

قاعدة حساب عامل من جذاء نتيجته معلومة: إذا كان a و b عددان كسريّان نسبيّان فإنّ $a\times x=b$ يعني $x=\dfrac{b}{a}$.

مثال: $-\dfrac{3}{4}\times x=9$ يعني $x=\dfrac{9}{-\frac{3}{4}}=9\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)=3\times(-4)=-12$.

تطبيق: جد x في الحالات التّالية:

$$\dfrac{6}{7}\times x=-\dfrac{5}{14} \quad , \quad 8\times x=-\dfrac{4}{3} \quad , \quad (-4)\times x=\dfrac{5}{7}$$

خاصيّة تساوي عددين كسريّين: إذا كان $\dfrac{a}{b}$ و $\dfrac{c}{d}$ عددان كسريّان نسبيّان فإن: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ يعني $a\times d=b\times c$.

مثال: $\dfrac{x}{-5}=\dfrac{-3}{11}$ يعني $11\times x=(-3)\times(-5)=15$ يعني $x=\dfrac{15}{11}$.

تطبيق: جد x في الحالات التّالية:

$$\dfrac{x}{2}=\dfrac{-7}{8} \quad , \quad \dfrac{-2}{x}=\dfrac{-3}{4} \quad , \quad \dfrac{x}{-8}=6$$

<u>تمرين منزلي:</u> احسب العمليّات التّالية:

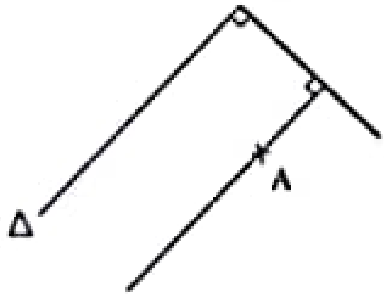
$$\dfrac{1-\frac{3}{8}}{-\frac{15}{14}} \quad , \quad \dfrac{-2+\frac{5}{6}}{-21} \quad , \quad \dfrac{\frac{16}{7}}{-1-\frac{2}{3}} \quad , \quad \dfrac{3}{-\frac{5}{4}}-\dfrac{\frac{21}{5}}{-7}$$

الدّرس 3: المثلثات المتقايسة

— 1 ——————————

1 المثلثات المتقايسة الزّوايا

رسم مستقيم موازي لمستقيم آخر و مارّ من نقطة:



تطبيق:

ABC مثلّث عامّ، و E منتصف $[AB]$.

1) ارسم المستقيم الموازي لـ (BC) و المارّ من E يقطع $[AC]$ في F .

2) ارسم المستقيم الموازي لـ (AC) و المارّ من E يقطع $[BC]$ في G.

3) بيّن تقايس زوايا المثلّثين AEF و FGC .

تمرين منزلي:

$ABCD$ متوازي أضلاع، و E من $[AD]$،

Δ مستقيم مارّ من E يقطع $[AC]$ في F ، و $[BC]$ في G.

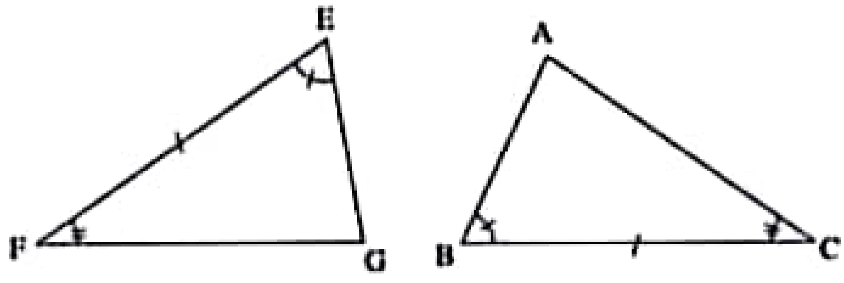
بيّن تقايس زوايا المثلّثين AEF و FGC .

— 2 ——————————

2 حالات تقايس المثلثات العامّة

تعريف: مثلّثان متقايسان هما مثلّثان أضلاعهما متقايسة مثنى مثنى و زواياهما متقايسة مثنى مثنى.

الحالة الأولى: يتقايس مثلّثان إذا تقايست زاويتان و الضلع المحصور بينهما في أحدهما مع زاويتين و الضلع المحصور بينهما في المثلّث الآخر.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلّثات العامّة.

تطبيق:

ABC مثلث قائم في A و I منتصف $[AC]$،

المستقيم الموازي لــ(AB) و المارّ من I يقطع $[BC]$ في E ،

المستقيم الموازي لــ(BC) و المارّ من I يقطع $[AB]$ في F .

1) أ- بيّن أنّ $A\hat{I}F = I\hat{C}E$.

ب- بيّن أنّ $C\hat{I}E = 90°$.

2) أ- بيّن أنّ المثلث CIE مقايس للمثلث IAF .

ب- قدّم بقيّة العناصر المتقايسة.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلث عامّ و I منتصف $[AC]$،

الموازي لــ(BC) و المارّ من A يقطع (BI) في D .

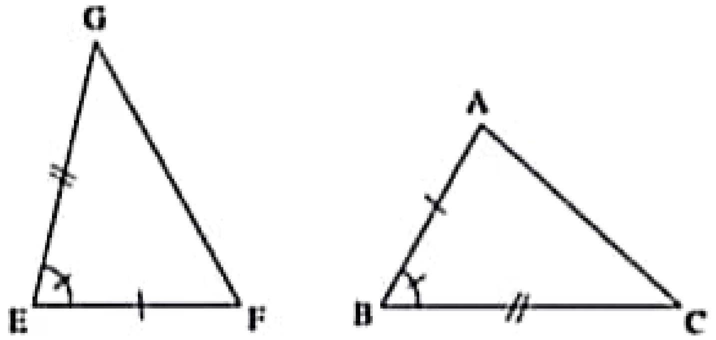
1) بيّن أنّ $I\hat{A}D = I\hat{C}B$.

2) بيّن أنّ $A\hat{I}D = B\hat{I}C$.

3) بيّن تقايس المثلثين IBC و IAD .

4) قدّم بقيّة العناصر المتقايسة.

الحالة الثانية: يتقايس مثلثان إذا تقايس ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع ضلعين و الزاوية المحصورة بينهما في المثلث الآخر.



ABC و EFG هما مثلثان متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة.

تطبيق:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

و E بحيث B منتصف $[AE]$.

1) بيّن أنّ $D\hat{A}B = C\hat{B}E$.

2) بيّن أنّ المثلث ABD مقايس للمثلث

3) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

<u>تمرين منزلي:</u>

$ABCD$ متوازي أضلاع،

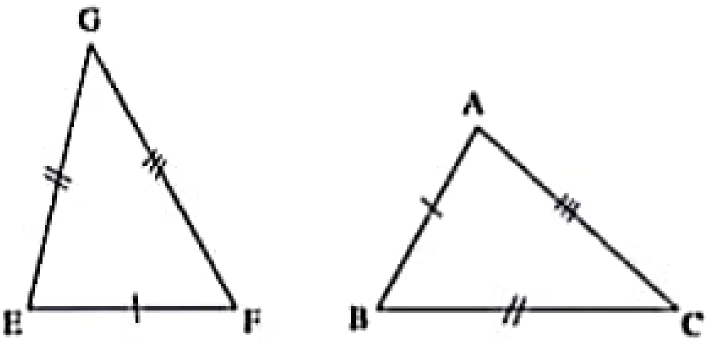
I من $[AD]$ و J من $[BC]$ بحيث $AI = JC$.

1) قارن بين المثلّثين AIB و JCD .

2) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

3) استنتج أنّ $IBJD$ متوازي أضلاع.

الحالة الثّالثة: يتقايس مثلّثان إذا تقايست أضلاعهما مثنى مثنى.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الثّالثة لتقايس المثلّثات العامّة.

ملاحظة: لا يتقايس مثلّثان زواياهما متقايسة مثنى مثنى.

مراجعة: كلّ نقطة من الموسّط العمودي لقطعة مستقيم هي متقايسة البعد عن طرفيها.

تطبيق:

$[AB]$ و Δ موسّطها العمودي،

C و D نقطتان من Δ.

1) بيّن أنّ المثلّث ACD مقايس للمثلّث BCD .

2) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

<u>تمرين منزلي:</u>

$[AB]$ قِس طولها 4 صم،

C الدّائرة الّتي مركزها A و شعاعها 2 صم،

'C الدّائرة الّتي مركزها B و شعاعها 3 صم،

C و 'C يتقاطعان في M و N .

1) قارن بين المثلّثين AMB و ANB . استنتج

2) ماذا يمثّل $[AB]$ بالنّسبة إلى $\widehat{MAN}$؟ علّل إجابتك.

— 5 —

تأليفي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

M و N نقطتان من $[AC]$ بحيث $AM = CN$.

1) قارن بين المثلّثين ABM و NCD. استنتج.

2) أ- بيّن أنّ $\widehat{BMN} = \widehat{MND}$.

ب- حدّد مع التّعليل الوضعيّة النّسبيّة للمستقيمين (BM) و (ND).

<u>تمرين منزلي:</u>

$ABCD$ متوازي أضلاع،

O منتصف $[AC]$ و E نقطة من $[AD]$.

1) (EO) يقطع (BC) في F ،

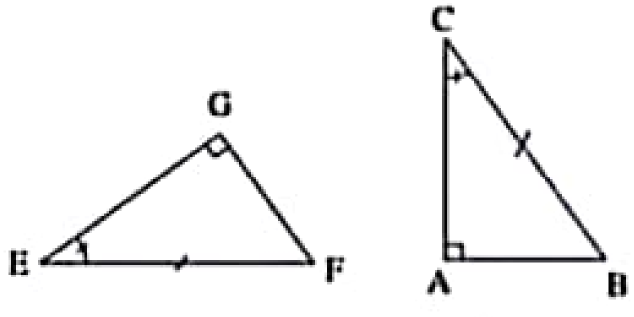
بيّن تقايس المثلّثين AEO و OFC. استنتج.

2) بيّن أنّ O منتصف $[EF]$.

— 6 —

3 حالات تقايس المثلثات القائمة

الحالة الأولى لتقايس المثلّثات القائمة: يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايس الوتر و زاوية حادّة في أحدهما مع الوتر و زاوية حادّة في المثلّث الآخر.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلّثات القائمة.

تطبيق:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

E المسقط العمودي لـ A على (BC)،

و F المسقط العمودي لـ C على (AD).

1) بيّن أنّ $\widehat{ABE} = \widehat{FDC}$.

2) بيّن أنّ المثلّث ABE مقايس للمثلّث CFD.

3) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

<u>تمرين منزلي:</u>

$ABCD$ متوازي أضلاع،

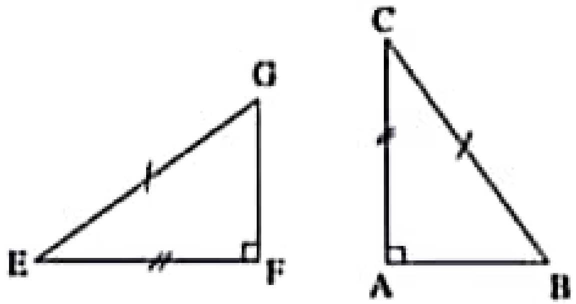
$[AM]$ إرتفاع المثلّث ABD الصّادر من A،

و $[CN]$ إرتفاع المثلّث CBD الصّادر من C.

1) بيّن أنّ $A\hat{B}M = N\hat{D}C$.

2) قارن بين المثلّثين ABM و CND. استنتج.

الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات القائمة: يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايس الوتر و ضلع قائم في أحدهما مع الوتر و ضلع قائم في المثلّث الأخر.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات القائمة.

تطبيق:

C دائرة مركزها O،

A و B نقطتان منها بحيث $A\hat{O}B$ زاوية منفرجة،

Δ المماسّ لـ C في A و Δ' المماسّ لـ C في B يتقاطعان في M.

1) بيّن تقايس المثلّثين MAO و MBO.

2) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A.

المستقيم العمودي على (AB) و المارّ من B يقطع المستقيم العمودي على (AC) و المارّ من C في النّقطة E.

1) قارن بين المثلّثين ABE و ACE. استنتج.

2) حدّد مع التّعليل منصّفات الزّوايا في هذا الرّسم.

تعريف: المثلّث المتقايس الضلعين هو مثلّث له ضلعان متقايسان.

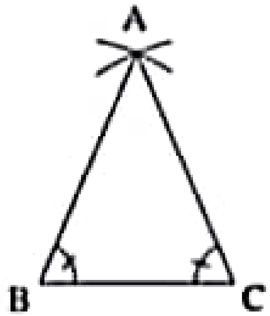
نشاط:

ABC مثلّث متقايس الضلعين في A ،

و I منتصف $[BC]$.

بيّن تقايس المثلّثين ABI و AIC . استنتج.

خاصيّة 1: زاويتا القاعدة في المثلّث المتقايس الضلعين هما متقايستان.



$\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$ هما زاويتان متقايستان

تطبيق:

ABC مثلّث متقايس الضلعين في A ،

I منتصف $[BC]$،

E المسقط العمودي لـ I على $[AB]$،

و F المسقط العمودي لـ I على $[AC]$.

1) بيّن تقايس المثلّثين IEB و IFC. استنتج.

2) بيّن أنّ $AE = AF$. استنتج

تمرين منزلي:

$ABCD$ مربّع،

E من $[BC]$ و F من $[DC]$ بحيث $BE = DF$.

1) قارن بين المثلّثين ABE و ADF . استنتج.

2) حدّد مع التّعليل نوع المثلّث CEF .

3) بيّن أنّ (AC) هو الموسط العمودي لـ $[EF]$.

نشاط:

ABC مثلّث متقايس الضلعين في A ،

و $[Ax)$ منصف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I.

1) بيّن تقايس المثلثين AIB و AIC. استنتج.

2) بيّن أنّ (AI) هو الموسط العمودي لـ $[BC]$.

خاصيّة 2: يحمل الموسط العمودي لقاعدة مثلث متقايس الضلعين: منصف الزاوية الرئيسيّة، الإرتفاع الصادر من القمّة الرئيسيّة والموسط الصادر من القمّة الرئيسيّة.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلث متقايس الضلعين في A،

E و F من $[AB]$ و $[AC]$ بحيث $AE = AF$،

و I منتصف $[EF]$.

1) أ- بيّن أنّ (AI) هو الموسط العمودي لـ $[BC]$.

ب- استنتج أنّ $E\hat{A}I = I\hat{A}F$.

2) أ- بيّن أنّ (AI) هو الموسط العمودي لـ $[BC]$.

ب- استنتج أنّ $(EF)//(BC)$.

نشاط:

ABC مثلث بحيث $A\hat{B}C = A\hat{C}B$.

منصف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I.

1) بيّن أنّ $A\hat{I}B = A\hat{I}C$.

2) بيّن تقايس المثلثين AIB و AIC.

قاعدة المثلث المتقايس الضلعين: كلّ مثلث له زاويتان متقايستان هو مثلث متقايس الضلعين.

تطبيق:

$ABCD$ مستطيل،

E و F من $[AD]$ بحيث $AE = DF$.

1) بيّن أنّ $A\hat{E}B = D\hat{F}C$.

2) (BE) و (CF) يتقاطعان في I، بيّن أنّ IEF مثلث متقايس الضلعين.

7/9 أنّ IBC مثلث متقايس الضلعين.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلث متقايس الضلعين في A له زاوية منفرجة،

منصف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I.

1) بيّن أنّ $(AI)\perp(BC)$.

2) المستقيم العمودي على (BC) و المارّ من C يقطع (AB) في E.

أ -بيّن أنّ $(AI)//(CE)$.

ب بيّن أنّ ABC مثلّث متقايس الضلعين.

— 11 —

5 المثلثات المتقايسة الأضلاع

تعريف: المثلّث المتقايس الأضلاع هو مثلّث جميع أضلاعه متقايسة.

خاصيّاته:

- جميع زواياه متقايسة و تساوي كلّ واحدة $60°$.
- الموسّطات العمودية لأضلاعه تحمل منصّفات زواياه، إرتفاعاته و موسّطاته.

قواعد:

- كلّ مثلّث جميع زواياه متقايسة هو مثلّث متقايس الأضلاع.
- كلّ مثلّث متقايس الضلعين له زاوية قيسها $60°$ هو مثلّث متقايس الأضلاع.

تمرين منزلي:

ABC مثلّث متقايس الأضلاع،

E مناظرة A بالنّسبة إلى B،

و F مناظرة A بالنّسبة إلى C.

بيّن أنّ AEF مثلّث متقايس الأضلاع.

— 12 —

6 منصّف زاوية

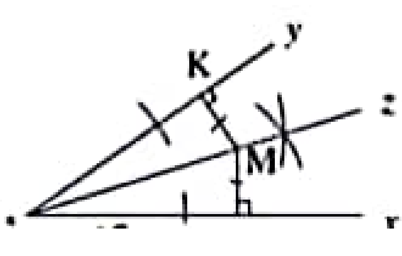
تنشيط:

$x\hat{A}y$ زاوية حادّة و M نقطة من منصّفها،

H و K المسقطين العموديّين لـ M على $[Ax)$ و $[Ay)$.

بيّن تقايس المثلّثين AMH و AMK. استنتج.

خاصيّة: كلّ نقطة من منصّف زاوية هي متقايسة البعد عن ضلعيها.



MH و MK هما متقايسان.

تطبيق:

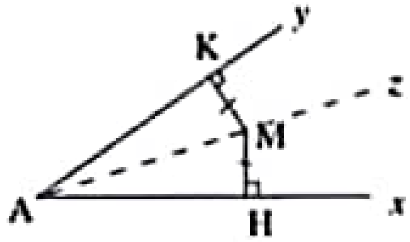
ABC مثلث،

منصفا $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ يتقاطعان في I.

E ، F و G المساقط العمودية لـ I على (BC)، (AB) و (AC).

بيّن أنّ $IE = IF = IG$.

الخاصيّة العكسيّة: كلّ نقطة متقايسة البعد عن ضلعي زاوية هي نقطة من منصفها.



M هي متقايسة البعد عن $[Ax)$ و $[Ay)$.

تعريف منصف زاوية: منصف زاوية هو مجموعة النّقاط المتقايسة البعد عن ضلعيها.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلث متقايس الضلعين في A ،

$[CE]$ و $[BF]$ إرتفاعين للمثلث ABC يتقاطعان في M.

1) بيّن أنّ $F\hat{B}C = E\hat{C}B$.

2) لتكن M نقطة تقاطع $[EC]$ و $[FB]$،

أ -بيّن أنّ $ME = MF$.

ب -استنتج أنّ $[AM)$ هو منصف $B\hat{A}C$.