لكلّ تلميذ يرغب في
تحسين مستواه

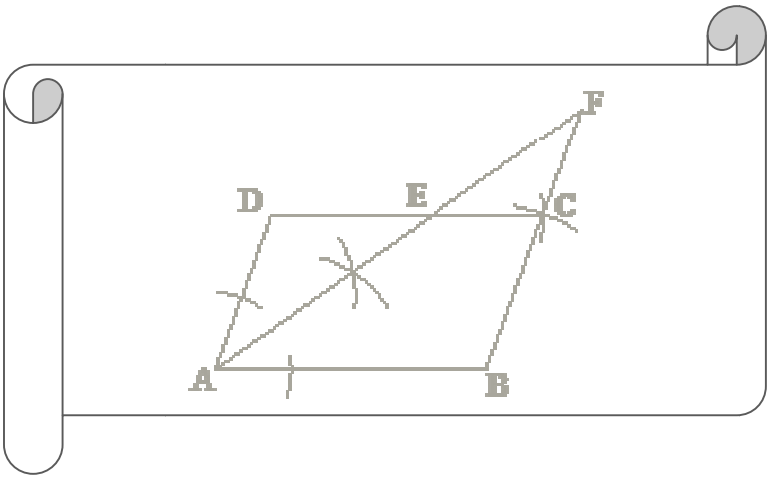
الثّلاثي الأوّل

8

التّقدّم في الرّياضيّات

لتلاميذ السّنة الثّامنة أساسي

TuniTests



تمارين تدعم التّلميذ المتوسّط

(مرفق بالإصلاح)

الأستاذ: مكرم الطّرابلسي

TuniTests

Trabelsi.math (Page et Groupe)

TuniTests

1 قابليّة القسمة على 8

تمرين 1:

1) حدّد الأعداد القابلة للقسمة على 8:

69112 ، 75326 ، 24784 ، 135632 ، 244956 .

2) قدّم جميع الحلول لكي تكون هذه الأعداد قابلة للقسمة على 8:

34.6 ، 415. ، 62.44 .

تمرين 2:

1) حدّد الأعداد القابلة للقسمة على 8 و 3 في نفس الوقت:

74136 ، 21652 ، 58344 ، 37506 .

2) قدّم جميع الحلول لكي يكون العدد 4.2.2 قابل للقسمة على 8 و 3 في نفس الوقت.

تمرين 3:

1) قدّم جميع الحلول لكي يكون العدد 1.6. قابل للقسمة على 8 و 5 في نفس الوقت.

2) قدّم جميع الحلول لكي يكون العدد 3... قابل للقسمة على 8 و 25 في نفس الوقت.

تمرين 4:

A مجموعة الأعداد 67.. القابلة للقسمة على 8.

B مجموعة الأعداد 5..2 القابلة للقسمة على 8.

1) جد المجموعتين A و B.

2) استنتج كمّ كلّ منهما.

تمرين 5:

$a = 9.4.$

أكمل بالأرقام 0، 1، 2، 3 و 4 لكي يكون العدد a قابلا للقسمة على 8. (يمكن إستخدام نفس الرّقم مرّتين)

تمرين 6:

قام 8 أصدقاء برحلة بلغت مصاريفها $\boxed{143.}$ دينار،

جد نصيب كلّ شخص علما أنّهم إقتسموا المصاريف بالتّساوي.

2 مجموعة الأعداد الصّحيحة النّسبيّة

تمرين 1: أحط بدائرة الأعداد الصّحيحة النّسبيّة:

$\frac{15}{3}$ ، $\frac{21}{7}$ ، $\frac{18}{7}$ ، $\frac{24}{6}$ ، $\frac{36}{8}$.

تمرين 2: أكمل بـ $\in$ ، $\notin$ ، $\subset$ أو $\not\subset$:

$Z \ldots \frac{16}{4}$ ، $Z \ldots \{2\}$ ، $Z_- \ldots \left\{-\frac{5}{3}\right\}$ ، $Z_- \ldots |-8|$

$Z \ldots 1{,}7$ ، $Z_- \ldots -|-5|$ ، $Z_+ \ldots \left\{\frac{21}{7}\right\}$.

تمرين 3: أكمل بـ $\subset$ أو $\not\subset$:

$\left\{0, \frac{12}{6}, 5\right\} \ldots Z_+$ $\quad$ $\left\{-6, -\frac{3}{7}\right\} \ldots Z_-$

$\{-3, -5, 1\} \ldots Z_-$ $\quad$ $\{2, |-5|\} \ldots Z_+$

تمرين 4:

$A = \left\{1, |-4|, |7|, -\frac{2}{3}, 0, -\frac{35}{7}\right\}$

1) جد $A \cap Z_+$ و $A \cap Z_-$ و $A \cap Z$.

2) استنتج كمّ كلّ مجموعة.

تمرين 5:

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I) بحيث $OI = 1cm$ ،

$A(3)$ و $B(-1)$.

1) جد AB .

2) $C(x)$ مناظرة A بالنّسبة إلى B . قدّم x .

تمرين 6:

Δ مستقيم مدرّج بالمعيّن (O,I) بحيث $OI = 1cm$ ،

$A(-2)$ و $B(-5)$.

1) جد AB .

2) $C(x)$ من $[AB]$ بحيث $OC = AB$. جد x .

3 الجمع و الطّرح في $\mathbb{Z}$

تمرين 1:

$E=3+a$.

1) احسب E إذا علمت أنّ: $a=-7$.

2) جد a إذا علمت أنّ $E=0$.

تمرين 2:

$E=a+(-7)$.

1) احسب E إذا علمت أنّ: $-a=5$.

2) جد a إذا علمت أنّ $E=-7$.

تمرين 3:

$E=3+a+(-2)+(-6)$.

1) اختصر E.

2) احسب E إذا علمت أنّ $|a|=4$.

3) جد a إذا علمت أنّ $E=0$.

تمرين 4:

$E=(6-11)+(1-5)+a$.

1) اختصر E.

2) جد E إذا علمت أنّ $a+4=0$.

3) جد a بحيث $|E|=0$.

تمرين 5:

1) احسب العبارات التّالية:

$a=13-21$ ، $b=-14+5$ ، $c=-4-7$ ، $d=-15-6$ و $e=-3+12$.

2) استنتج ترتيبا تصاعديّا.

تمرين 6:

1) احسب العبارتين: $a=8-(5-9)$ و $b=-11-(-3-6)$.

2) جد x في الحالتين:

أ- $a-x=0$. ب- $b-x=0$.

تمرين 7:

$E = 5 - (-3) + a + (-6)$

1) اختصر E.

2) احسب E إذا علمت أنّ $a = -11$.

3) جد a إذا علمت أنّ $E = -5$.

تمرين 8:

$E = 7 - a - 11 + 5$

1) اختصر E.

2) احسب E إذا علمت أنّ $a = -4$.

3) جد a إذا علمت أنّ $E = 9$.

تمرين 9:

$|E| - 4 = -1$

1) جد E.

2) جد a إذا علمت أنّ $E = a + 5$.

تمرين 10:

احسب العبارات التّالية:

$A = (2 - 7) - (3 - 11) + 6$

$B = -5 + [1 - (4 - 9)]$

$C = -(3 - 7) - [-3 + (-6 + 2)]$

تمرين 11:

$a = (7 - 9) - |-1 - 4|$

$b = 6 - (-5 + 3)$

1) احسب a و b.

2) جد x في الحالتين: أ- $a + x = -3$. ب- $b - x = -1$.

تمرين 12:

$E = 3 + a - b$

1) احسب E في الحالتين: أ- $a - b = -5$. ب- $b - a = -4$.

2) جد $a - b$ إذا علمت أنّ $|E| = 7$.

3) جد a إذا علمت أنّ $E = 4$ و $b = -2$.

تمرين 13: احسب بأيسر طريقة:

$22-(41+25)$

$-(37+12)+35$

$27-(31-65)$

تمرين 14:

$E=2-(-a)-(-b)$

1) اختصر E.

2) جد a إذا علمت أنّ $E=3$ و $b=-7$.

3) جد $a-b$ إذا علمت أنّ $E=-5$.

تمرين 15:

$E=5-(a-1)-(2-b)$

1) اختصر E.

2) احسب E إذا علمت أنّ $b-a=-7$.

3) جد $b-a$ إذا علمت أنّ $E=1$.

تمرين 16:

$E=-4+(1-a)-(-b+3)$

1) اختصر E.

2) احسب E إذا علمت أنّ $a-b=-1$.

3) جد $a-b$ إذا علمت أنّ $E=5$.

تمرين 17:

اختصر العبارات التّالية:

$A=(4-a)-[5-(b-1)]$

$B=-(a-3)-[b+(-7-a)]$

$C=-[-(1-a)-b]-(-a-4)$

تمرين 18:

$E=-(a-6)-[1-(4-b)]$

1) اختصر E.

2) احسب E إذا علمت أنّ $a+b=-4$.

3) جد $a+b$ إذا علمت أنّ $E=-2$.

تمرين 19: أجب بصواب أو خطأ:

1) إذا كان $a \in Z_-$ و $b \in Z_-$ فإنّ $-a-b \in Z_-$.

2) إذا كان $a \leq 3$ فإنّ $a-5 \in Z_-$.

3) إذا كان $a \geq 2$ فإنّ $a-1 \in Z_+$.

تمرين 20:

$$A = 1-[3-(5-a)]$$

$$B = 2-(7-b)$$

1) اختصر A و B.

2) قارن بين A و B إذا علمت أنّ $a+b \in Q_-$.

تمرين 21:

$$E = 3-(-a+5)-(-b-3)$$

$$F = 2-[-a+(3-b)]-(a-4)$$

1) اختصر E و F.

2) قارن بين E و F إذا علمت أنّ $a \in Z_-$.

3) جد a إذا علمت أنّ $E-F=5$.

تمرين 22:

$$E = (5-b)-[1-(b+a)]$$

$$F = -(a+2)-[-b-(4+a)]$$

1) اختصر E و F.

2) قارن بين E و F إذا علمت أنّ $a-b=-3$.

3) قارن بين a و b إذا علمت أنّ $E-F=1$.

تمرين 23:

$$E = -[1-(-a+6)]-(3-b)$$

1) اختصر E.

2) قارن بين a و b إذا علمت أنّ $E=-3$.

3) حدّد علامة E إذا علمت أنّ $a \leq b$.

1 التّناظر المركزي

تمرين 1:

ABC مثلّث متقايس الضّلعين.

1) ابن E مناظرة A بالنّسبة إلى B.

2) ابن F مناظرة A بالنّسبة إلى C.

3) بيّن أنّ $AE = AF$.

تمرين 2:

ABC مثلّث عامّ،

I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$،

E مناظرة C بالنّسبة إلى I.

1) بيّن أنّ $(BC)//(AE)$.

2) F مناظرة B بالنّسبة إلى J، بيّن أنّ $(BC)//(AF)$.

3) استنتج أنّ النّقاط F، A و E على إستقامة واحدة.

تمرين 3:

ABC مثلّث عامّ،

I منتصف $[AC]$،

و D مناظرة B بالنّسبة إلى I.

1) بيّن أنّ $(BC)//(AD)$.

2) M من $[BC]$ لا تنتمي إلى $[BC]$، (MI) يقطع (AD) في N،

بيّن أنّ مناظرة M بالنّسبة إلى I هي N.

تمرين 4:

$[AB]$ منتصفها O،

Δ العمودي على (AB) و المارّ من A.

1) ارسم Δ' مناظر Δ بالنّسبة إلى O. علّل إجابتك.

2) M من Δ، حدّد مع التّعليل مناظر (MO) بالنّسبة إلى O.

3) (MO) يقطع Δ' في N، بيّن أنّ مناظرة M بالنّسبة إلى O هي N.

تمرين 5:

ABC مثلّث عامّ،

I منتصف $[BC]$.

1) ابن Δ مناظر (AB) بالنّسبة إلى I.

2) (AI) يقطع Δ في D، بيّن أنّ مناظرة A بالنّسبة إلى I هي D.

3) E مناظرة A بالنّسبة إلى B، (EI) يقطع (CD) في F.

أ- بيّن أنّ مناظرة E بالنّسبة إلى I هي F.

ب- استنتج أنّ C منتصف $[DF]$.

تمرين 6:

ABC مثلّث عامّ،

E و F مناظرتي B و C بالنّسبة إلى A،

M بحيث B منتصف $[CM]$،

(MA) يقطع (EF) في N.

1) بيّن أنّ مناظرة M بالنّسبة إلى A هي N.

2) استنتج أنّ E منتصف $[FN]$.

تمرين 7:

$ABCD$ مستطيل مركزه O،

E منتصف $[AB]$، و F منتصف $[CD]$.

1) بيّن أنّ مناظرة E بالنّسبة إلى O هي F.

2) استنتج أنّ $(ED)//(BF)$ و $ED = BF$.

تمرين 8:

$[AB]$ منتصفها I،

$[Ax)$ بحيث $x\hat{A}B = 60°$.

1) ارسم $[By)$ مناظر $[Ax)$ بالنّسبة إلى I. علّل إجابتك.

2) M من $[Ax)$، (MI) يقطع $[By)$ في N،

بيّن أنّ مناظرة M بالنّسبة إلى I هي N.

3) أ- جد مع التّعليل مناظر $[Mx)$ بالنّسبة إلى I.

ب- استنتج أنّ $x\hat{M}I = I\hat{N}y$.

TuniTests Isabelsi.math (Page et Groupe)

تمرين 9:

$[AB]$ قيس طولها $4\,cm$، و I منتصفها،

C الدّائرة التّي مركزها A و شعاعها $3\,cm$،

و C' مناظرتها بالنّسبة إلى I.

1) C و C' يتقاطعان في M و N، بيّن أنّ M و N متناظرتان بالنّسبة إلى I.

2) (MB) يقطع C' في E و $[NA]$ يقطع C في F، بيّن أنّ E و F متناظرتان بالنّسبة إلى I.

تمرين 10:

C دائرة مركزها A و شعاعها $2cm$، و M نقطة منها،

Δ المماسّ لـ C في M،

و I نقطة من Δ بحيث $MI = 3cm$،

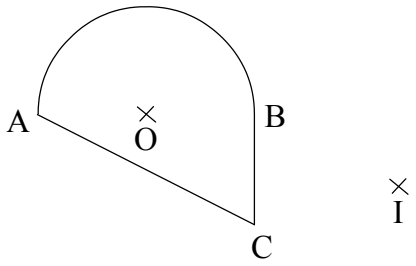
C' مناظرة C بالنّسبة إلى I مركزها B.

1) N مناظرة M بالنّسبة إلى I، بيّن أنّ N نقطة من C'.

2) استنتج أنّ Δ مماسّ لـ C' في N.

تمرين 11:

يتكوّن هذا الرّسم من نصف دائرة هي $\overset{\frown}{AB}$ مركزه O و قطعتين هما $[AC]$ و $[BC]$.



1) أعد هذا الرّسم بحيث $OA = OB = BC = 3cm$.

2) أ- ابن مناظر هذا الشّكل بالنّسبة إلى I.

ب- احسب مساحة كامل الشّكل.

TuniTests

تمرين 12:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(5,1)$ و $B(1,3)$.

1) قدّم إحداثيّات C بحيث $AJBC$ متوازي أضلاع.

2) قدّم إحداثيّات M مركز متوازي الأضلاع.

تمرين 13:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(4,2)$ ، $B(3,0)$.

1) قدّم إحداثيّات C و D بحيث $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه I.

2) قدّم إحداثيّات E مناظرة C بالنّسبة إلى D.

تمرين 14:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(2,1)$ و $B(2,-1)$.

1) أ- بيّن أنّ $(AB) \perp (OI)$.

ب- استنتج أنّ $(AB)//(OJ)$.

2) $C(-2,-1)$، بيّن أنّ ABC مثلّث قائم في B.

تمرين 15:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ$،

$A(3,2)$، $B(2,-1)$، $C(-2,-1)$ و $D(-3,2)$.

1) بيّن $(AD)//(BC)$.

2) بيّن أنّ $AB = DC$.

3) استنتج نوع الرّباعي $ABCD$.

تمرين 16:

(O,I,J) معيّن متعامد بحيث $OI = OJ = 1cm$،

$A(2,-1)$ ، $B(0,-2)$ و $C(0,2)$.

1) بيّن أنّ O منتصف $[BC]$.

2) حدّد مع التّعليل إحداثيّات D بحيث $ABDC$ متوازي أضلاع.

TuniTests
F Trabelsi.math (Page et Groupe)

2 الزّوايا النّاتجة عن مستقيمين متوازيين و قاطع لهما

تمرين 1:

$ABCD$ متوازي أضلاع بحيث $AB = 5\,cm$ ، $AD = 3\,cm$ و $B\hat{A}D = 70°$.

منصّف $D\hat{A}B$ يقطع (DC) في E .

1) أ- جد $D\hat{E}A$.

ب- استنتج أنّ EAD مثلّث متقايس الضّلعين.

2) (AE) يقطع (BC) في F ، بيّن أنّ ECF مثلّث متقايس الضّلعين.

تمرين 2:

$ABCD$ متوازي أضلاع بحيث $B\hat{A}D$ زاوية حادّة.

1) ابن $[Ax)$ بحيث $[AD)$ منصّف $B\hat{A}x$.

2) $[Ax)$ يقطع (DC) في E .

أ- بيّن أنّ $E\hat{D}A = D\hat{A}B$.

ب- استنتج نوع المثلّث AED .

تمرين 3:

ABC مثلّث بحيث $BC = 4\,cm$ ، $A\hat{B}C = 70°$ و $A\hat{C}B = 50°$.

Δ الموسّط العمودي لـ $[BC]$ يقطع $[AC]$ في E .

1) بيّن أنّ EBC مثلّث متقايس الضّلعين.

2) العمودي على Δ و المارّ من A يقطع (BE) في F ،

بيّن أنّ EAF مثلّث متقايس الضّلعين.

تمرين 4:

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A .

1) أ- ابن $B\hat{C}x$ مجاورة و مقايسة لـ $A\hat{C}B$.

ب- استنتج أنّ $(AB)//(Cx)$.

2) $[By)$ منصّف $A\hat{B}C$ و $[Cz]$ منصّف $B\hat{C}x$ ، بيّن أنّ $(By)//(Cz)$.

تمرين 5:

xAy زاوية منفرجة قيسها $130°$ و $[Az)$ منصّفها،

B من $[Ax)$ و C بحيث $[Az)$ بحيث $AB = BC$.

بيّن أنّ $(BC)//(Ay)$.

TuniTests F Trabelsi.math (Page et Groupe)

تمرين 6:

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A ،

و D بحيث $ABCD$ متوازي أضلاع.

1) بيّن أنّ $D\hat{A}C = A\hat{C}B$.

2) أ- $[Ax)$ بحيث $B\hat{A}x = 180°$ ، بيّن أنّ $x\hat{A}D = A\hat{B}C$.

ب- استنتج أنّ $[AD)$ هو منصّف $x\hat{A}C$.

تمرين 7:

ABC متقايس الضّلعين في A ،

E من $[AB]$ و F من $[BC]$ بحيث $(EF)//(AC)$.

1) بيّن أنّ BEF متقايس الضّلعين.

2) استنتج أنّ $AB = AE + EF$.

تمرين 8:

$ABCD$ متوازي أضلاع بحيث: $AB = 5\,cm$ ، $AD = 3\,cm$ و $B\hat{A}D = 50°$ ،

الموسّط العمودي لـ $[AD]$ يقطع $[AB]$ في E .

1) بيّن أنّ EAD مثلّث متقايس الضّلعين.

2) الموازي لـ (DE) و المارّ من B يقطع $[DC]$ في M و (AD) في F ،

بيّن أنّ MFD مثلّث متقايس الضّلعين.

تمرين 9:

$ABCD$ متوازي أضلاع بحيث: $AB = 5\,cm$ ، $AD = 3\,cm$ و $B\hat{A}D = 70°$.

1) $[Dx)$ بحيث $A\hat{D}x = 180°$ ، جد $x\hat{D}C$.

2) أ- $[Dy)$ منصّف $x\hat{D}C$ ، و $[Az)$ منصّف $D\hat{A}B$ ، بيّن أنّ $x\hat{D}y = D\hat{A}z$.

ب- استنتج أنّ $(Dy)//(Az)$.

تمرين 10:

ABC متقايس الضّلعين في A ،

العمودي على (BC) و المارّ من B يقطع (AC) في E .

1) منصّف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I ، بيّن أنّ $(EB)//(AI)$.

2) استنتج أنّ ABE متقايس الضّلعين.

3) استنتج أنّ A منتصف $[EC]$.

TuniTests

F Trabelsi.math (Page et Groupe)

تمرين 11:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

منصّف $B\hat{A}D$ يقطع $[DC]$ في E ، و منصّف $B\hat{C}D$ يقطع $[AB]$ في F .

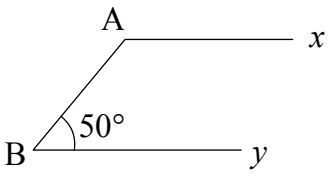
1) بيّن أنّ $F\hat{A}E = F\hat{C}E$.

2) استنتج أنّ $A\hat{E}D = F\hat{C}E$.

3) استنتج أنّ $(AE)//(FC)$.

تمرين 12:

ليكن هذا الرّسم بحيث: $(Ax)//(By)$ و $A\hat{B}y = 50°$.



1) جد $x\hat{A}B$.

2) منصّفي $A\hat{B}y$ و $x\hat{A}B$ يتقاطعان في M ، بيّن أنّ $(AM) \perp (BM)$.

تمرين 13:

ABC مثلّث بحيث: $BC = 5\,cm$ ، $A\hat{B}C = 40°$ و $A\hat{C}B = 70°$.

$[Cx)$ بحيث $B\hat{C}x = 140°$ داخليّة من نفس الجهة مع $A\hat{B}C$.

1) بيّن أنّ $(AB)//(Cx)$.

2) منصّف $B\hat{A}C$ يقطع (Cx) في E ، بيّن أنّ ACE مثلّث متقايس الضّلعين.

TuniTests F Trabelsi.math (Page et Groupe)

TuniTests

إصلاح

الثّلاثي الأوّل

التقدّم في الرّياضيّات

لتلاميذ السّنة الثّامنة أساسي

8

الأستاذ: مكرم الطّرابلسي

مواكب للبرامج الرّسميّة

جديد 2018

F Trabelsi.math (Page et Groupe)

تمرين 1:

1) الأعداد هي: 69112 ، 24784 و 135632 .

2) 3416 4152 62144
5 3
9 5
7
9

تمرين 2:

1) الأعداد هي: 74136 و 58344 .

2) 41232 40272
4 3
7 6
9

تمرين 3:

1) 1160 2) 3000
3 2
5 4
7 6
9 8

تمرين 4:

6720	6712	6704	6736	6728
6	5	4	7	6
	9	8		

$A = \{6720, 6760, 6712, 6752, 6792, 6704, 6744, 6784, 6736, 6776, 6728, 6768\}$

كمّ $A = 12$.

5032	5112	5232	5312	5432	5512	5632	5712	5832	5912
7	5	7	5	7	5	7	5	7	5
	9		9		9		9		9

$B = \{5032, 5072, 5112, 5152, 5192, 5232, 5272, 5312$
$5352, 5392, 5432, 5472, 5512, 5552, 5592, 5632, 5672$
$5712, 5752, 5792, 5832, 5872, 5912, 5952, 5992\}$

كمّ $B = 25$.

تمرين 5:

الحلول هي 9040 ، 9240 ، 9440 ، 9144 و 9344.

تمرين 6:

مصاريف الرّحلة بالدّينار: 1432. (العدد يقبل القسمة على 8)

نصيب كلّ شخص بالدّينار: $1432 : 8 = 179$.

تمرين 1:

$\frac{15}{3}$ ، $\frac{21}{7}$ ، $\frac{18}{7}$ ، $\frac{24}{6}$ ، $\frac{36}{8}$.

تمرين 2:

$\frac{16}{4} \in Z$ ، $\{2\} \subset Z$ ، $\left\{-\frac{5}{3}\right\} \not\subset Z_-$ ، $|-8| \notin Z_-$

$1,7 \notin Z$ ، $-|-5| \in Z_-$ ، $\left\{\frac{21}{7}\right\} \subset Z_+$.

تمرين 3:

$\left\{0, \frac{12}{6}, 5\right\} \subset Z_+$ $\quad$ $\left\{-6, -\frac{3}{7}\right\} \not\subset Z_-$

$\{-3, -5, 1\} \not\subset Z_-$ $\quad$ $\{2, |-5|\} \subset Z_+$

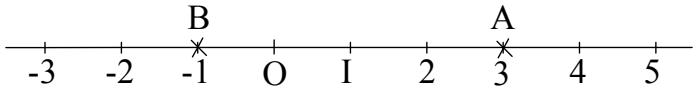
تمرين 4:

$A \cap Z_+ = \{1, |-4|, |7|, 0\}$ ، كمّها 4.

$A \cap Z_- = \left\{0, -\frac{35}{7}\right\}$ ، كمّها 2.

$A \cap Z = \left\{1, |-4|, |7|, 0, -\frac{35}{7}\right\}$ ، كمّها 5.

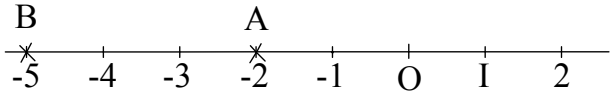
تمرين 5:



1) $OA = |3| = 3\,cm$ ، $OB = |-1| = 1\,cm$ ، $AB = OA + OB = 3 + 1 = 4\,cm$.

2) $x = -5$.

تمرين 6:



1) $OA = |-2| = 2\,cm$ ، $OB = |-5| = 5\,cm$ ، $AB = OB - OA = 5 - 2 = 3\,cm$.

2) $AB = OC$ يعني $OC = 3\,cm$ يعني $|x| = 3$ يعني $x = 3$ أو $x = -3$

و بما أنّ C من $[AB]$ فإنّ $x = -3$

تمرين 1:

1) $E = 3 + (-7) = -4$.

2) $E = 0$ يعني $3 + a = 0$ يعني $a = -3$.

تمرين 2:

1) $5 - a = 5$ يعني $a = -5$ ، $E = (-5) + (-7) = -12$.

2) $E = -7$ يعني $a + (-7) = -7$ يعني $a = 0$.

تمرين 3:

1) $E = (-5) + a$.

2) $|a| = 4$ يعني $a = 4$ أو $a = -4$

$E = (-5) + 4 = -1$ | $E = (-5) + (-4) = -9$

3) $E = 0$ يعني $(-5) + a = 0$ يعني $a = 5$.

تمرين 4:

1) $E = (6 - 11) + (1 - 5) + a = (-5) + (-4) + a = -9 + a$.

2) $a + 4 = 0$ يعني $a = -4$ ، $E = -9 + (-4) = -13$.

3) $|E| = 0$ يعني $E = 0$ يعني $-9 + a = 0$ يعني $a = 9$.

تمرين 5:

1) $a = -8$ ، $b = -9$ ، $c = -11$ ، $d = -21$ و $e = 9$.

2) $d < c < b < a < e$.

تمرين 6:

1) $a = 8 - (-4) = 8 + 4 = 12$ ، $b = -11 - |-5| = -11 - 5 = -16$.

2) أ- $12 - x = 0$ يعني $x = 12$. ب- $-16 - x = 0$ يعني $x = -16$.

تمرين 7:

1) $E = 5 + 3 + a - 6 = 2 + a$.

2) $E = 2 + (-11) = -9$.

3) $E = -5$ يعني $2 + a = -5$ يعني $a = -5 - 2 = -7$.

تمرين 8:

1) $E = 1 - a$.

2) $E = 1 - (-4) = 5$.

3) $E = 9$ يعني $1 - a = 9$ يعني $a = 1 - 9 = -8$.

تمرين 9:

1) $|E| - 4 = -1$ يعني $|E| = -1 + 4 = 3$ يعني $E = 3$ أو $E = -3$.

2) $E = a + 5$ يعني $a + 5 = 3$ أو $a + 5 = -3$

$a = 3 - 5 = -2$ | $a = -3 - 5 = -8$

تمرين 10:

$(2 - 7) - (3 - 11) + 6 = -5 - (-8) + 6 = -5 + 8 + 6 = 9$

$-5 + [1 - (4 - 9)] = -5 + [1 - (-5)] = -5 + 6 = 1$

$-(3 - 7) - [-3 + (-6 + 2)] = -(-4) - [-3 + (-4)] = 4 - (-7) = 11$

تمرين 11:

1) $a = -2 - 5 = -7$ ، $b = 6 - (-2) = 8$.

2) أ- $a + x = -3$ يعني $-7 + x = -3$ يعني $x = -3 + 7 = 4$.

ب- $b - x = -1$ يعني $8 - x = -1$ يعني $x = 8 - (-1) = 9$.

تمرين 12:

1) أ- $E = 3 + (-5) = -2$.

ب- $b - a = -4$ يعني $a - b = 4$ ، $E = 3 + 4 = 7$.

2) $|E| = 7$ يعني $E = 7$ أو $E = -7$

$3 + a - b = 7$ | $3 + a - b = -7$

$a - b = 7 - 3 = 4$ | $a - b = -7 - 3 = -10$

3) $E = 4$ و $b = -2$ يعني $3 + a - (-2) = 4$

يعني $5 + a = 4$ يعني $a = 4 - 5 = -1$.

تمرين 13:

$22 - (41 + 25) = (22 - 25) - 41 = -3 - 41 = -44$

$-(37 + 12) + 35 = (-37 + 35) - 12 = -2 - 12 = -14$

$27 - (31 - 65) = (27 - 31) + 65 = -4 + 65 = 61$

تمرين 14:

1) $E = 2 + a + b$.

2) $E = 3$ و $b = -7$ يعني $2 + a + (-7) = 3$ يعني $-5 + a = 3$ يعني $a = 3 - (-5) = 8$.

3) $2 + a + b = -5$ يعني $E = -5$

يعني $a + b = -5 - 2 = -7$.

تمرين 15:

1) $E = 5 - a + 1 - 2 + b = 4 - a + b$.

2) $E = 4 - a + b = 4 + b - a = 4 + (-7) = -3$.

3) $E = 1$ يعني $4 + b - a = 1$ يعني $b - a = 1 - 4 = -3$.

تمرين 16:

1) $E = -4 + 1 - a + b - 3 = -6 - a + b$.

2) $E = -6 - a + b = -6 - (a - b) = -6 - (-1) = -6 + 1 = -5$.

3) $E = 5$ يعني $-6 - (a - b) = 5$ يعني $a - b = -6 - 5 = -11$.

تمرين 17:

$A = 4 - a - (5 - b + 1) = 4 - a - 5 + b - 1 = -2 - a + b$

$B = -a + 3 - (b - 7 - a) = -a + 3 - b + 7 + a = 10 - b$

$C = -(-1 + a - b) + a + 4 = 1 - a + b + a + 4 = 5 + b$

تمرين 18:

1) $E = -a + 6 - (1 - 4 + b) = -a + 6 - 1 + 4 - b = 9 - a - b$.

2) $E = 9 - a - b = 9 - (a + b) = 9 - (-4) = 13$.

3) $E = -2$ يعني $9 - (a + b) = -2$ يعني $a + b = 9 - (-2) = 11$.

تمرين 19:

1) خطأ. 2) صواب. 3) صواب.

تمرين 20:

1) $A = 1 - (3 - 5 + a) = 1 - (-2 + a) = 1 + 2 - a = 3 - a$

$B = 2 - 7 + b = -5 + b$

2) $A - B = 3 - a - (-5 + b) = 3 - a + 5 - b = 8 - a - b = 8 - (a + b)$

لدينا $a + b \in Q_-$ إذن $-(a + b) \in Q_+$ إذن $8 - (a + b) \in Q_+$ نستنتج أنّ $A \geq B$.

تمرين 21:

1) $E = 3 + a - 5 + b + 3 = 1 + a + b$

$F = 2 - (-a + 3 - b) - a + 4 = 2 + a - 3 + b - a + 4 = 3 + b$

2) $E - F = 1 + a + b - (3 + b) = -2 + a$ ،

لدينا $a \in Z_-$ و $-2 \in Z_-$ إذن $-2 + a \in Z_-$ يعني $F \geq E$.

3) $E - F = 5$ يعني $-2 + a = 5$ يعني $a = 5 - (-2) = 7$.

تمرين 22:

1) $E = 5 - b - (1 - b - a) = 5 - b - 1 + b + a = 4 + a$

$F = -a - 2 - (-b - 4 - a) = -a - 2 + b + 4 + a = 2 + b$

2) $E - F = 4 + a - (2 + b) = 4 + a - 2 - b = 2 + a - b = 2 + (-3) = -1$

$E - F \in Z_-$ يعني $F \geq E$.

3) $E - F = 1$ يعني $2 + a - b = 1$ يعني $a - b = 1 - 2 = -1$. $a - b \in Z_-$ يعني $b \geq a$.

تمرين 23:

1) $E = -(1 + a - 6) - 3 + b = -1 - a + 6 - 3 + b = 2 - a + b$.

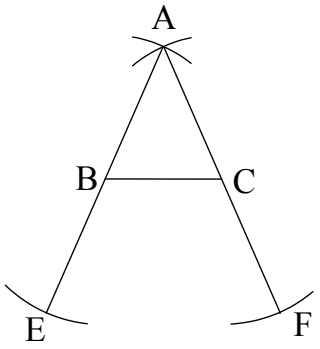
2) $E = -3$ يعني $2 - a + b = -3$ يعني $2 - (a - b) = -3$ يعني $a - b = 2 - (-3) = 5$.

$a - b \in Z_+$ يعني $a \geq b$.

3) $a \leq b$ يعني $a - b \in Z_-$ إذن $-(a - b) \in Z_+$

و بما أنّ $2 \in Z_+$ فإنّ $2 - (a - b) \in Z_+$ يعني $E \in Z_+$.

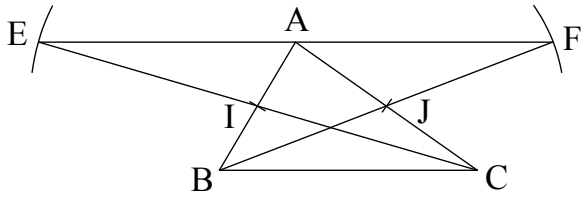
تمرين 1:



لدينا مناظرة A بالنّسبة إلى B هي E إذن B منتصف $[AE]$
و مناظرة A بالنّسبة إلى C هي F إذن C منتصف $[AF]$
و بما أنّ $AB = AC$ (ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A)
فإنّ $AE = AF$.

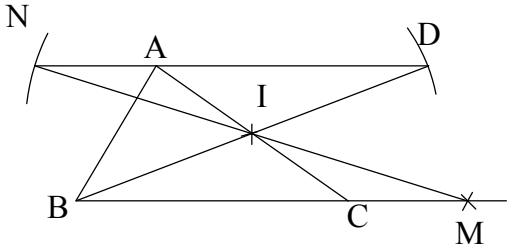
تمرين 2:

1) لدينا I منتصف $[AB]$ إذن مناظرة A بالنّسبة إلى I هي B
و لدينا مناظرة E بالنّسبة إلى I هي C
إذن مناظر (AE) بالنّسبة إلى I هو (BC)
نستنتج أنّ $(BC)//(AE)$.



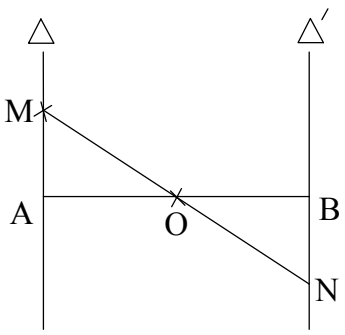
2) لدينا J منتصف $[AC]$
إذن مناظرة A بالنّسبة إلى J هي C
و لدينا مناظرة F بالنّسبة إلى J هي B
إذن مناظر (AF) بالنّسبة إلى J هو (BC) نستنتج أنّ $(BC)//(AF)$.
3) لدينا $(BC)//(AE)$ و $(AF)//(BC)$ إذن $(AF)//(AE)$
و بما أنّ لهما نقطة مشتركة فإنّ $(AF)=(AE)$
نستنتج أنّ النّقاط E، A و F على إستقامة واحدة.

تمرين 3:



1) لدينا مناظرة A بالنّسبة إلى I هي C،
و مناظرة D بالنّسبة إلى I هي B،
إذن مناظر (AD) بالنّسبة إلى I هي (BC)
نستنتج أنّ $(BC)//(AD)$.
2) لدينا M تنتمي إلى (BC) و (MI)
و مناظري (BC) و (MI) بالنّسبة إلى I هما (AD) و (MI)
إذن مناظرة M بالنّسبة إلى I تنتمي إلى (AD) و (MI)
و بما أنّ (AD) و (MI) يتقاطعان في N فإنّ مناظرة M بالنّسبة إلى I هي N .

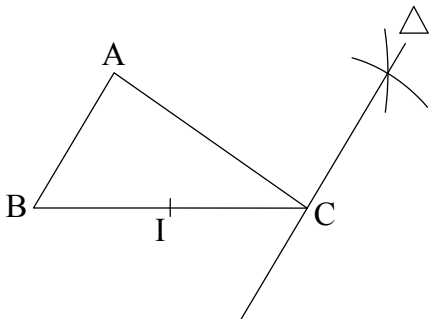
تمرين 4:

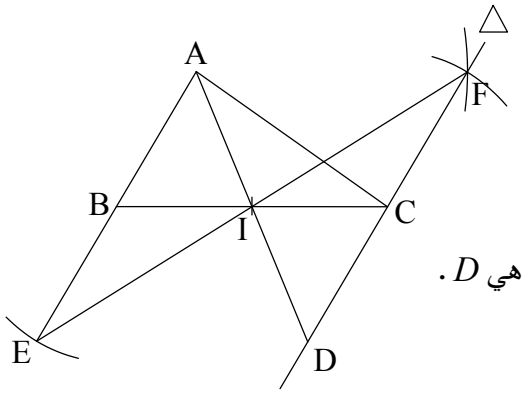


1) Δ' مناظر Δ بالنّسبة إلى O هو مستقيم موازي لـ Δ،
و بما أنّ A من Δ و مناظرتها بالنّسبة إلى O هي B
فإنّ Δ' هو مستقيم يمرّ من B.
2) مناظر (MO) بالنّسبة إلى O هو نفسه
لأنّ (MO) يمرّ من مركز التّناظر O.
3) لدينا M تنتمي إلى Δ و (MO)
و مناظري Δ و (MO) بالنّسبة إلى O هما Δ' و (MO)
إذن مناظرة M بالنّسبة إلى O تنتمي إلى Δ' و (MO)
و بما أنّ Δ' و (MO) يتقاطعان في N فإنّ مناظرة M بالنّسبة إلى O هي N.

تمرين 5:

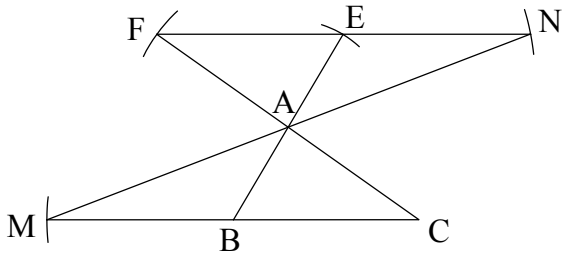
1)





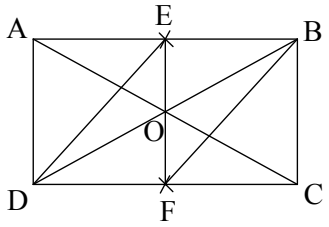
2) لدينا A تنتمي إلى (AB) و (AI)
و مناظري (AB) و (AI) بالنّسبة إلى O هما Δ و (AI)
إذن مناظرة A بالنّسبة إلى O تنتمي إلى Δ و (AI)
و بما أنّ Δ و (AI) يتقاطعان في D فإنّ مناظرة A بالنّسبة إلى I هي D.
3) أ- لدينا E تنتمي إلى (AB) و (EI)
و مناظري (AB) و (EI) بالنّسبة إلى I هما (CD) و (EI)
إذن مناظرة E بالنّسبة إلى I تنتمي إلى (CD) و (EI)
و بما أنّ (CD) و (EI) يتقاطعان في F
فإنّ مناظرة E بالنّسبة إلى I هي F.
ب- لدينا B منتصف $[AE]$،
مناظرة B بالنّسبة إلى I هي C، و مناظرة $[AE]$ بالنّسبة إلى I هي $[DF]$
إذن C هي منتصف $[DF]$.

تمرين 6:



1) لدينا M تنتمي إلى (BC) و (MA)
و مناظري (BC) و (MA) بالنّسبة إلى A هما (EF) و (MA)
إذن مناظرة M بالنّسبة إلى A تنتمي إلى (EF) و (MA)
و بما أنّ (EF) و (MA) يتقاطعان في N
فإنّ مناظرة M بالنّسبة إلى A هي N.
2) لدينا B منتصف $[MC]$،
مناظرة B بالنّسبة إلى A هي E، و مناظرة $[MC]$ بالنّسبة إلى A هي $[FN]$
إذن E هي منتصف $[FN]$.

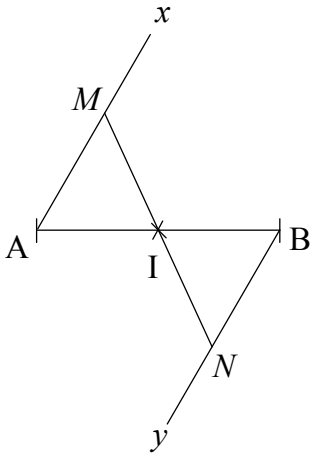
تمرين 7:



1) لدينا E منتصف $[AB]$ و مناظرة $[AB]$ بالنّسبة إلى O هي $[CD]$
إذن مناظرة E بالنّسبة إلى O ستكون منتصف $[CD]$،
و بما أنّ F منتصف $[CD]$ فإنّ مناظرة E بالنّسبة إلى O هي F.
2) لدينا مناظرتي E و D بالنّسبة إلى O هي F و B
إذن مناظر (ED) بالنّسبة إلى O هو (BF)
نستنتج أنّ $(ED)//(BF)$
كذلك مناظرة $[ED]$ بالنّسبة إلى O هي $[BF]$
نستنتج أنّ $ED = BF$.

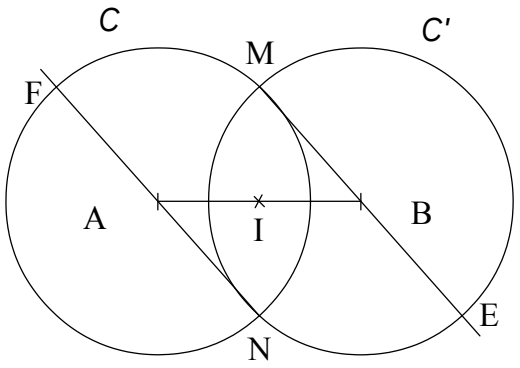
تمرين 8:

1) $[By)$ مناظر $[Ax)$ بالنّسبة إلى I هو نصف مستقيم موازي لـ(Ax) و مخالف له في الإتّجاه.



2) لدينا M تنتمي إلى $[Ax)$ و (MI)
و مناظري $[Ax)$ و (MI) بالنّسبة إلى A هما $[By)$ و (MI)
إذن مناظرة M بالنّسبة إلى I تنتمي إلى $[By)$ و (MI)
و بما أنّ $[By)$ و (MI) يتقاطعان في N فإنّ مناظرة M بالنّسبة إلى I هي N.
3) أ- مناظر $[Ax)$ بالنّسبة إلى I هو $[By)$،
و بما أنّ M من $[Ax)$ و N من $[By)$ بحيث مناظرة M بالنّسبة إلى I هي N
فإنّ مناظر $[Mx)$ بالنّسبة إلى I هو $[Ny)$.
($[Ny)$ موازي لـ$[Mx)$ و مخالف له في الإتّجاه)
ب- لدينا مناظر $[Mx)$ بالنّسبة إلى I هو $[Ny)$ و مناظر $[MN)$ بالنّسبة إلى I هو $[NM)$
إذن مناظر $x\hat{M}I$ بالنّسبة إلى I هو $I\hat{N}y$ نستنتج أنّ $x\hat{M}I = I\hat{N}y$.

تمرين 9:



1) لدينا M تنتمي إلى C و C'

إذن مناظرة M بالنّسبة إلى I تنتمي إلى C' و C

و بما أنّ C و C' يتقاطعان في M و N

فإنّ مناظرة M بالنّسبة إلى I هي M (لا يمكن) أو N

2) لدينا E تنتمي إلى $[MB]$ و C'

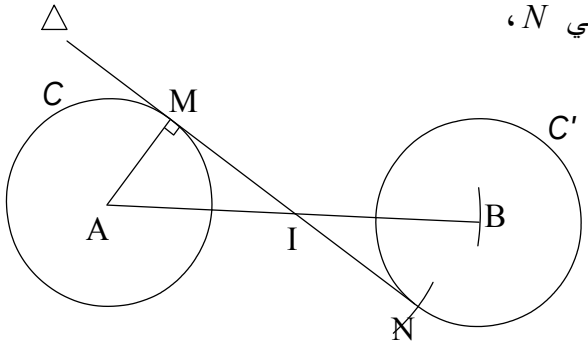
و مناظري $[MB]$ و C' بالنّسبة إلى I هما $[NF]$ و C

إذن مناظرة E بالنّسبة إلى I تنتمي إلى $[NF]$ و C

و بما أنّ $[NF]$ و C يتقاطعان في F و N

فإنّ مناظرة E بالنّسبة إلى I هي F أو N (غير ممكن لأنّ N مناظرة M بالنّسبة إلى I).

تمرين 10:



1) لدينا M تنتمي إلى C و مناظرة M بالنّسبة إلى I هي N،

و مناظرة C بالنّسبة إلى I هي C'

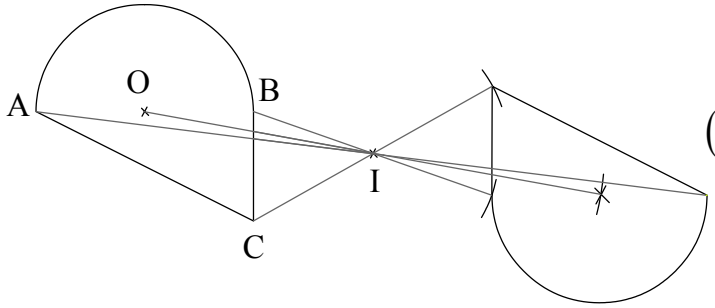
نستنتج أنّ N من C'.

2) لدينا مناظرة $A\hat{M}I$ بالنّسبة إلى I هي $B\hat{N}I$

إذن $A\hat{M}I = B\hat{N}I = 90°$

نستنتج أنّ $(NI) \perp (BN)$ يعني Δ مماسّ لـ C' في N.

تمرين 11:

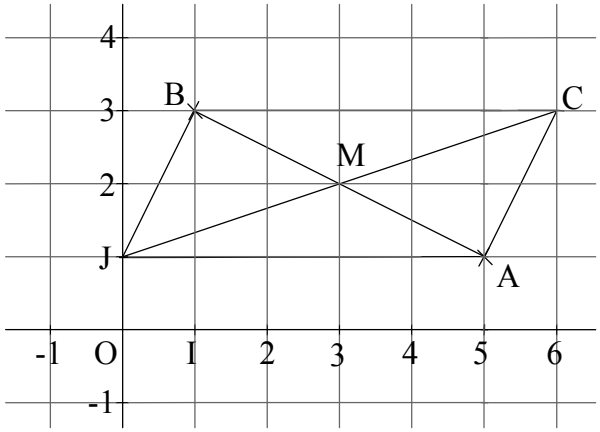


مساحة الشّكل:

$$\left(3{,}14 \times 3^2\right) + \left(\frac{6 \times 3}{2} \times 2\right) = 28{,}26 + 18$$

$$= 46{,}26\ cm^2$$

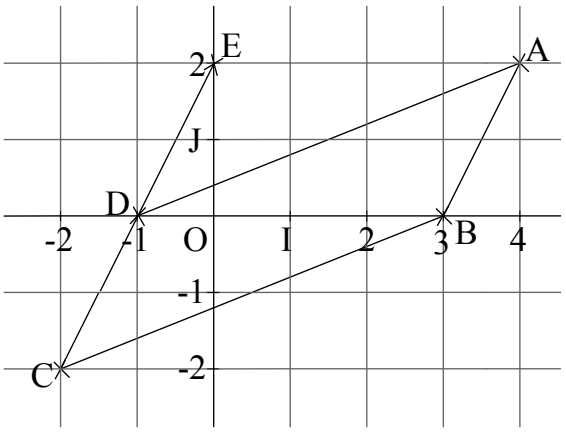
تمرين 12:



1) $C(6,3)$.

2) $M(3,2)$.

تمرين 13:



1) $C(-2,-2)$ ، $D(-1,0)$.

2) $E(0,-2)$.

تمرين 14:

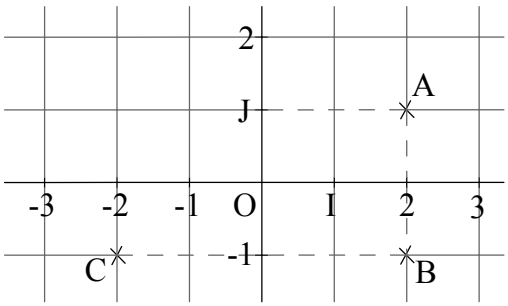
1) أ- لدينا A و B لهما نفس الفاصلة و متقابلتان في التّرتيبة

إذن هما متناظران بالنّسبة إلى (OI)

نستنتج أنّ (OI) هو الموسّط العمودي لـ$[AB]$

إذن $(AB)\perp(OI)$.

ب- $(AB)//(OJ)$ لأنّهما يعامدان (OI).



2) * لنبيّن أنّ $(OJ)\perp(BC)$

لدينا B و C متقابلتان في الفاصلة و متساويتان في التّرتيبة

إذن هما متناظران بالنّسبة إلى (OJ)

نستنتج أنّ (OJ) هو الموسّط العمودي لـ$[BC]$ إذن $(OJ)\perp(BC)$.

* لدينا $(AB)//(OJ)$ و $(OJ)\perp(BC)$ إذن $(AB)\perp(BC)$

نستنتج أنّ ABC مثلّث قائم في B.

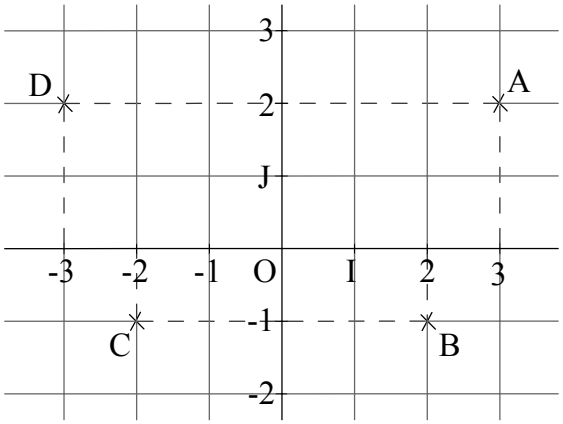
تمرين 15:

1) * لدينا A و D متقابلتان في الفاصلة و متساويتان في التّرتيبة

إذن هما متناظران بالنّسبة إلى (OJ)

نستنتج أنّ (OJ) هو الموسّط العمودي لـ$[AD]$

إذن $(AD)\perp(OJ)$.



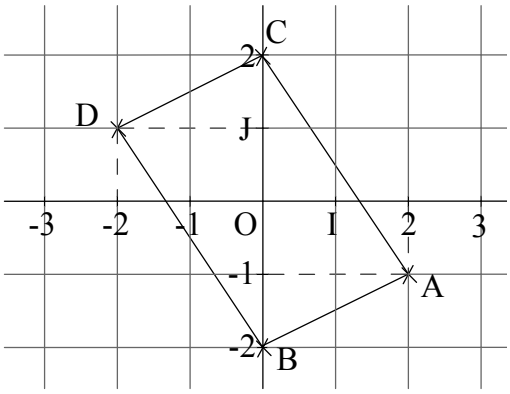
- نبيّن بنفس الطّريقة أنّ $(OJ)\perp(BC)$.
- نستنتج أنّ $(AD)//(BC)$.

1) لدينا مناظرة $[AB]$ بالنّسبة إلى (OJ) هي $[DC]$

إذن $AB = DC$.

2) نستنتج أنّ $ABCD$ شبه منحرف متقايس الضّلعين.

تمرين 16:



1) لدينا B و C متقابلتان في الفاصلة و التّرتيبة

إذن هما متناظرتان بالنّسبة إلى O

نستنتج أنّ O منتصف $[BC]$.

2) إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع

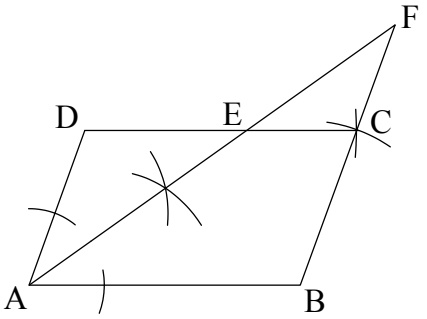
فإنّ O منتصف $[AD]$ (لأنّ O منتصف $[BC]$)

نستنتج أنّ A و D متقابلتان في الفاصلة و التّرتيبة

إذن $D(-2,1)$.

F Trabelsi.math (Page et Groupe)

تمرين 1:



أ- * لدينا $D\hat{A}B = 70°$ و $[AE]$ منصّفها

إذن: $D\hat{A}E = E\hat{A}B = \frac{70}{2} = 35°$.

* لدينا $D\hat{E}A$ و $E\hat{A}B$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (DC) و (AB) و قاطع لهما هو (AE)

إذن $D\hat{E}A = E\hat{A}B = 35°$.

ب- في المثلّث EAD لدينا $D\hat{A}E = D\hat{E}A$ إذن EAD مثلّث متقايس الضّلعين في A .

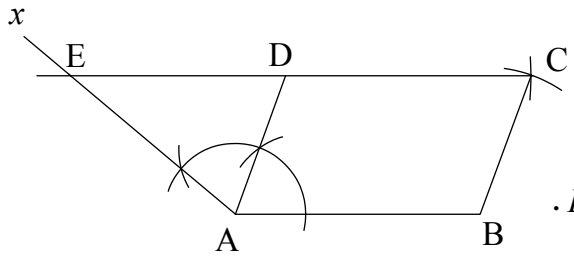
1) * لدينا $F\hat{E}C$ و $D\hat{E}A$ زاويتان متقابلتان بالرّأس إذن $F\hat{E}C = D\hat{E}A = 35°$.

* لدينا $D\hat{A}E$ و $E\hat{F}C$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (DC) و (AB) و قاطع لهما هو (AF) إذن $D\hat{A}E = E\hat{F}C = 35°$.

* نستنتج أنّ $F\hat{E}C = E\hat{F}C$ إذن ECF مثلّث متقايس الضّلعين.

تمرين 2:

2) أ- * لدينا $E\hat{D}A$ و $D\hat{A}B$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (DC)و (AB) و قاطع لهما هو (AD) إذن $E\hat{D}A = D\hat{A}B$.

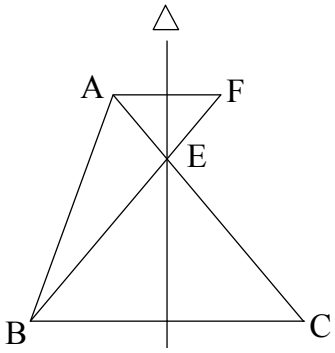


ب- لدينا $E\hat{D}A = D\hat{A}B$

و $E\hat{A}D = D\hat{A}B$ ($[AD]$ منصّف $E\hat{A}B$) .

إذن $E\hat{D}A = E\hat{A}D$ نستنتج أنّ AED متقايس الضّلعين في E .

تمرين 3:



1) لدينا Δ الموسّط العمودي لـ$[BC]$، و E نقطة منه

إذن $EB = EC$ نستنتج أنّ EBC مثلّث متقايس الضّلعين.

2) * لدينا $(EF) \perp \Delta$ و $(BC) \perp \Delta$ إذن $(AF)//(BC)$.

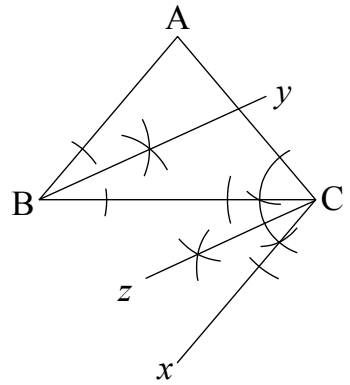
* لدينا $A\hat{F}E$ و $E\hat{B}C$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AF) و(BC) و قاطع لهما هو (FB) إذن $A\hat{F}E = E\hat{B}C$.

* لدينا $F\hat{A}E$ و $E\hat{C}B$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AF) و(BC) و قاطع لهما هو (AC) إذن $F\hat{A}E = E\hat{C}B$.

* لدينا $E\hat{B}C = E\hat{C}B$ (EBC متقايس الضّلعين في E) إذن $A\hat{F}E = F\hat{A}E$

نستنتج أنّ EAF مثلّث متقايس الضّلعين.

تمرين 4:



1) ب- * لدينا ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A إذن $A\hat{B}C = A\hat{C}B$

و بما أنّ $A\hat{C}B = B\hat{C}x$ فإنّ $A\hat{B}C = B\hat{C}x$.

* $A\hat{B}C$ و $B\hat{C}x$ زاويتان متبادلتان داخليّا و متقايستان

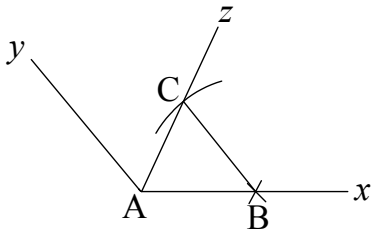
إذن هما ناتجتان عن مستقيمين متوازيين نستنتج أنّ $(Cx)//(AB)$.

2) لدينا $A\hat{B}C = B\hat{C}x$ و $[By)$ منصّف $A\hat{B}C$ و $[Cz]$ منصّف $B\hat{C}x$

إذن $y\hat{B}C = B\hat{C}z$

و بما أنّهما زاويتان متبادلتان داخليّا فهما ناتجتان عن مستقيمين متوازيين نستنتج أنّ $(Cz)//(By)$.

تمرين 5:



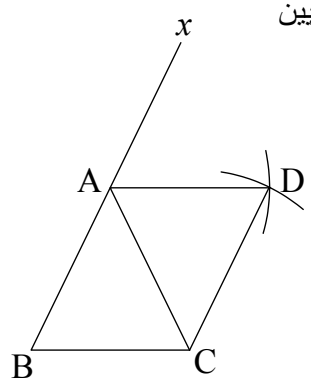
لدينا $AB = BC$ إذن ABC متقايس الضّلعين في B

نستنتج أنّ $B\hat{A}C = A\hat{C}B$

و بما أنّ $C\hat{A}B = C\hat{A}y$ فإنّ $A\hat{C}B = C\hat{A}y$

و بما أنّهما زاويتان متبادلتان داخليّا فهما ناتجتان عن مستقيمين متوازيين فإنّ $(BC)//(Ay)$.

تمرين 6:



1) * لدينا $D\hat{A}C$ و $A\hat{C}B$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AD) و (BC) و قاطع لهما هو (AC) إذن $D\hat{A}C = A\hat{C}B$.

2) أ- * لدينا $x\hat{A}D$ و $A\hat{B}C$ زاويتان متماثلتان و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AD) و (BC) و قاطع لهما (AB) إذن $x\hat{A}D = A\hat{B}C$.

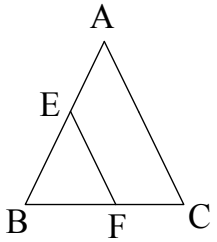
ب- * لدينا $D\hat{A}C = A\hat{C}B$ و $x\hat{A}D = A\hat{B}C$

و لدينا $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ (ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A)

إذن $x\hat{A}D = D\hat{A}C$ ،

نستنتج أنّ $[AD)$ منصّف $x\hat{A}C$.

تمرين 7:



1) * لدينا $E\hat{F}B$ و $A\hat{C}B$ زاويتان متماثلتان و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (EF) و (AC) و قاطع لهما (BC) إذن $E\hat{F}B = A\hat{C}B$.

و بما أنّ $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ فإنّ $E\hat{B}F = E\hat{F}B$

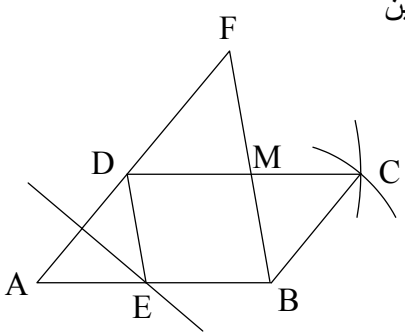
نستنتج أنّ BEF متقايس الضّلعين في E .

2) $AB = AE + EB$ و بما أنّ $EB = EF$ فإنّ $AB = AE + EF$.

تمرين 8:

1) لدينا E نقطة من الموسّط العمودي لـ$[AD]$ إذن $EA = ED$ نستنتج أنّ EAD مثلّث متقايس الضّلعين.

2) * لدينا $F\hat{D}M$ و $D\hat{A}E$ زاويتان متماثلتان و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (DC) و (AB) و قاطع لهما هو (AD) إذن $F\hat{D}M = D\hat{A}E$.



* لدينا $A\hat{D}E$ و $D\hat{F}M$ زاويتان متماثلتان و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (FM) و (DE) و قاطع لهما هو (FD) إذن $A\hat{D}E = D\hat{F}M$.

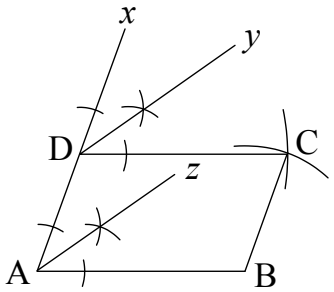
* و بما أنّ $E\hat{A}D = E\hat{D}A$ (EAD مثلّث متقايس الضّلعين في A)

فإنّ $F\hat{D}M = D\hat{F}M$

نستنتج أنّ MFD مثلّث متقايس الضّلعين في M.

تمرين 9:

1) لدينا $x\hat{D}C$ و $D\hat{A}B$ زاويتان متماثلتان و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (DC) و (AB) و قاطع لهما (AD) إذن $x\hat{D}C = D\hat{A}B = 70°$.



2) أ- لدينا $x\hat{D}C = D\hat{A}B$ و $[Dy)$ منصّف $x\hat{D}C$، و $[Az)$ منصّف $D\hat{A}B$ إذن $x\hat{D}y = D\hat{A}z$.

ب- لدينا $x\hat{D}y$ و $D\hat{A}z$ زاويتان متماثلتان و متقايستان

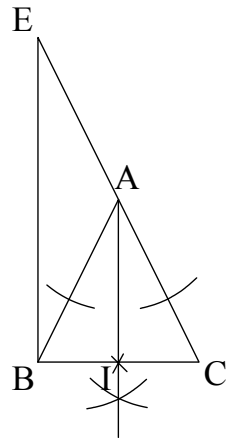
إذن هما ناتجتان عن مستقيمين متوازيين نستنتج أنّ $(Dy)//(Az)$.

تمرين 10:

1) لدينا ABC متقايس الضّلعين في A

و $[AI]$ منصّف $B\hat{A}C$ إذن $[AI]$ إرتفاع لـ ABC

نستنتج أنّ $(AI) \perp (BC)$، و بما أنّ $(EB) \perp (BC)$ فإنّ $(EB)//(AI)$.



2) * لدينا $C\hat{A}I$ و $A\hat{E}B$ زاويتان متماثلتان و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AI) و (EB) و قاطع لهما (EC) إذن $C\hat{A}I = A\hat{E}B$.

* لدينا $I\hat{A}B$ و $A\hat{B}E$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AI) و (EB) و قاطع لهما (AB) إذن $I\hat{A}B = A\hat{B}E$.

* و بما أنّ $B\hat{A}I = I\hat{A}C$ ($[AI)$ منصّف $B\hat{A}C$) فإنّ $A\hat{E}B = A\hat{B}E$

نستنتج أنّ AEB مثلّث متقايس الضّلعين في A.

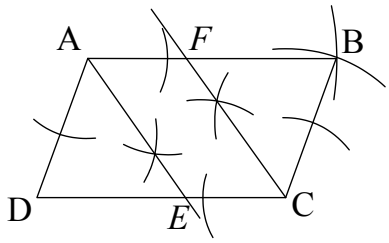
3) لدينا ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A إذن $AB = AC$

و لدينا AEB مثلّث متقايس الضّلعين في A إذن $AE = AB$

إذن $AE = AC$

و بما أنّ النّقاط C، A و E على إستقامة واحدة فإنّ A منتصف $[EC]$.

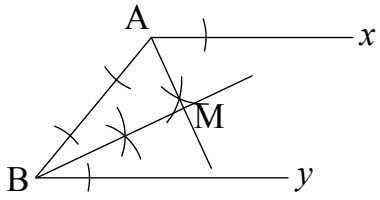
تمرين 11:



1) لدينا $ABCD$ متوازي أضلاع إذن $B\hat{A}D = B\hat{C}D$
و $[AE)$ منصّف $B\hat{A}D$ ، و $[CF)$ منصّف $B\hat{C}D$ إذن $F\hat{A}E = F\hat{C}E$
2) لدينا $F\hat{A}E$ و $A\hat{E}D$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AB) و (DC) و قاطع لهما (AE) إذن $F\hat{A}E = A\hat{E}D$.
و بما أنّ $F\hat{A}E = F\hat{C}E$ فإنّ $A\hat{E}D = F\hat{C}E$.
3) لدينا $A\hat{E}D$ و $F\hat{C}E$ زاويتان متماثلتان و متقايستان
إذن هما ناتجتان عن مستقيمين متوازيين نستنتج أنّ $(AE)//(FC)$.

تمرين 12:

1) لدينا $x\hat{A}B$ و $A\hat{B}y$ زاويتان داخليّتان من نفس الجهة و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (Ax) و (By) و قاطع لهما (AB) إذن $x\hat{A}B$ و $A\hat{B}y$ هما متكاملتان
نستنتج أنّ $x\hat{A}B = 180° - 50° = 130°$.

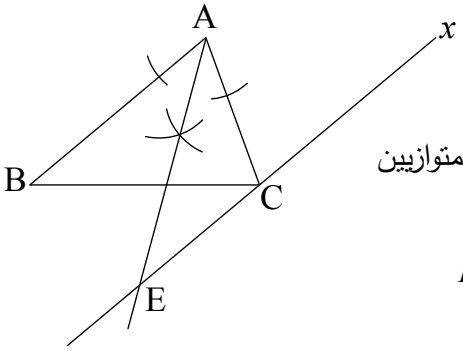


2) * لدينا $A\hat{B}y = 50°$ و $[BM)$ منصّفها إذن $A\hat{B}M = \frac{50°}{2} = 25°$

* لدينا $x\hat{A}B = 130°$ و $[AM)$ منصّفها إذن $B\hat{A}M = \frac{130°}{2} = 65°$

* في المثلّث AMB لدينا $A\hat{M}B = 180° - \left(A\hat{B}M + B\hat{A}M\right) = 180° - (25° + 65°) = 90°$
إذن $(AM) \perp (BM)$.

تمرين 13:



1) لدينا $A\hat{B}C$ و $B\hat{C}x$ زاويتان داخليّتان من نفس الجهة و متكاملتان
إذن هما ناتجتان عن مستقيمين متوازيين نستنتج أنّ $(AB)//(Cx)$.
2) * لدينا $B\hat{A}E$ و $A\hat{E}C$ زاويتان متبادلتان داخليّا و ناتجتان عن مستقيمين متوازيين هما (AB) و (Cx) و قاطع لهما (AE) إذن $B\hat{A}E = A\hat{E}C$.
* و بما أنّ $B\hat{A}E = E\hat{A}C$ ($[AE)$ منصّف $B\hat{A}C$) فإنّ $E\hat{A}C = A\hat{E}C$
نستنتج أنّ AEC مثلّث متقايس الضّلعين في C.

TuniTests